

全国高技术重点图书 • 通信技术领域

# 信号复制生成理论及应用

张其善 金明录 著



人民邮电出版社

全国高技术重点图书·通信技术领域

# 信号复制生成理论及应用

张其善 金明录 著

人民邮电出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

信号复制生成理论及应用/张其善, 金明录著.-北京:

人民邮电出版社, 2001.1

(全国高技术重点图书·通信技术领域)

ISBN 7-115-09022-X

I.信... II. ①张... ②金... III.信号处理-复制 IV.TN911.7

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第59473号

全国高技术重点图书·通信技术领域

### 信号复制生成理论及应用

---

◆ 著 张其善 金明录

责任编辑 王晓明

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街14号

邮编 100061 电子函件 315@pptph.com.cn

网址 <http://www.pptph.com.cn>

北京汉魂图文设计有限公司制作

北京朝阳隆昌印刷厂印刷

新华书店总店北京发行所经销

◆ 开本: 850 × 1168 1/32

印张: 7.625

字数: 198千字

2001年2月第1版

印数: 1-3000册

2001年2月北京第1次印刷

---

ISBN 7-115-09022-X/TN·1684

定价: 19.00元

## 内 容 提 要

本书是一本介绍信号复制生成理论的专著。信号复制生成理论的研究时间并不长，但已在国内外信号处理领域引起广泛重视。

本书内容包括：绪言、二进制码与二进制码函数、沃尔什函数复制理论、沃尔什函数的相关函数、复制理论在信号分析中的应用、复制理论在通信中的应用、广义复制理论及其应用、复制理论在非正弦函数中的应用等。

本书内容严谨，理论性强，分析透彻。可供从事信号处理及通信工作的技术人员阅读，也可供相关院校的师生参考。

11-9 1/05

# 《全国高技术重点图书》

## 出版指导委员会

主 任：朱丽兰

副主任：刘 杲 卢鸣谷

委 员：（以姓氏笔划为序）

王大中 王为珍 王守武 牛田佳 卢鸣谷

叶培大 刘 仁 刘 杲 朱丽兰 孙宝寅

师昌绪 任新民 杨牧之 杨嘉墀 陈芳允

陈能宽 张钰珍 张效详 罗见龙 周炳琨

欧阳莲 赵忠贤 顾孝诚 谈德颜 龚 刚

梁祥丰

总干事：罗见龙 梁祥丰

# 《全国高技术重点图书·通信技术领域》

## 编审委员会

主 任：叶培大

委 员：陈俊亮 徐大雄 姚 彦

程时昕 陈芳烈 李树岭

# 前 言

信号复制生成理论是基于复制方法生成信号的理论，它主要研究信号（序列）的复制特性、在不同的复制信息和复制方式下信号（序列）的生成原理和性质、基于复制特性的信号的分解和综合原理及以在通信等领域中信号复制生成理论的应用问题。

基于复制特性研究信号（或序列）的生成问题，最早反映在1969年斯维克的文章中，他用镜像复制（对称复制）的方法生成了W编号的沃尔什函数。斯维克的方法不仅简单易行，而且揭示了沃尔什函数的一个重要本质，即沃尔什函数是一个用复制的方法产生的数字序列。后来许多学者在此基础上进行研究，完善了沃尔什函数的复制理论，提出了X编号的沃尔什函数，进而提出了新的函数——桥函数。目前，这方面的研究以宇航出版社出版的《信息传输的新方法》和国防工业出版社出版的《桥函数理论及其应用》为标志，揭开了研究信号的复制生成理论的序幕，成为信息传输与处理研究的新的研究领域，受到了学术界的广泛注意。特别是在1994年春北京召开的第五届国际谱技术会议上，受到了国内外学者的肯定和赞同。

因为这是一个较新的研究领域，还有许多问题需要解决和完善，所以在研究中不断出现新概念和新方法。最近几年，在国家自然科学基金、航空基金、教委基金等课题的支持下，我们在原有的基础上，进行了进一步的研究，初步取得了一些进展，相继发表了数十篇学术论文，进一步完善了沃尔什函数的复制理论，并把它发展、提高为一般信号的复制生成理论。根据我们所做的工作和取得的成果，我们专门总结编写了本书。我们的研究工作主要分为以下几部分：第一部分，在原有的研究基础上，通过引入K码、K函数和G函数，用对称复制方法生成了所有编号的沃尔什函数，揭示了

沃尔什函数各种复制生成的原理；通过引入混合进制广义复制的概念，提出了混合进制沃尔什函数的复制生成理论，完善和发展了沃尔什函数的复制理论。第二部分，首次提出了新的信号分析方法（称为复制分析），并把它应用于R-M编码系统和沃尔什函数遥测系统，提出了称为复制解调的新的解调方法，通过计算机初步仿真运算显示了其有效性。第三部分，基于广义复制概念，把复制分析进行推广，相继提出了“复制—傅立叶分析”、“复制移位分析”、“广义复制分析”和“混合广义复制移位分析”等更一般意义下的正交完备的分析方法，它包括了许多现有的正交变换（如傅氏变换、沃尔什变换等），完善和丰富了广义复制理论和非正弦函数理论。

本书之所以能够出版，首先是与许多有关专家的大力支持分不开的。其次，参加该课题的研究人员和合作者们也为本书的写作付出了大量的辛勤劳动。此外，博士生王钢同学还对本书书稿的校对做了大量工作。在此，谨向他们表示深深的感谢。

本书属于国家自然科学基金资助项目，批准号为：69972002、69931050。

由于这是一个新的研究领域，我们的工作做得还不够完善，因此，书中错误在所难免，诚挚地希望广大读者批评指正。

作者  
2000年6月

# 目 录

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 第一章 绪言 .....                 | 1  |
| 1.1 引言 .....                 | 1  |
| 1.2 复制 .....                 | 2  |
| 1.3 代数基础 .....               | 6  |
| 参考文献 .....                   | 9  |
| 第二章 二进制码与二进制码函数 .....        | 12 |
| 2.1 引言 .....                 | 12 |
| 2.2 数的二进制表示 .....            | 12 |
| 2.3 二进制码的复制特性及K码 .....       | 15 |
| 2.4 二进制码的代数结构 .....          | 27 |
| 2.5 二进制码函数 .....             | 31 |
| 2.6 小结 .....                 | 34 |
| 参考文献 .....                   | 34 |
| 第三章 沃尔什函数复制理论 .....          | 36 |
| 3.1 引言 .....                 | 36 |
| 3.2 平移复制与沃尔什函数 .....         | 36 |
| 3.2.1 P编号的沃尔什函数的构成 .....     | 37 |
| 3.2.2 H编号的沃尔什函数的构成 .....     | 38 |
| 3.2.3 W编号的沃尔什函数的构成 .....     | 39 |
| 3.2.4 X编号的沃尔什函数的构成 .....     | 39 |
| 3.2.5 平移复制下的沃尔什函数的一般表达 ..... | 40 |
| 3.3 对称复制与沃尔什函数 .....         | 42 |
| 3.4 G函数、K函数与沃尔什函数 .....      | 49 |
| 3.4.1 G函数与沃尔什函数 .....        | 49 |
| 3.4.2 K函数和沃尔什函数 .....        | 54 |

|       |                                       |     |
|-------|---------------------------------------|-----|
| 3.5   | 沃尔什函数复制生成的代数性质 .....                  | 55  |
| 3.6   | 沃尔什函数的矩阵表示 .....                      | 61  |
| 3.6.1 | H编号的沃尔什函数 .....                       | 62  |
| 3.6.2 | W编号的沃尔什函数 .....                       | 63  |
| 3.6.3 | P编号的沃尔什函数 .....                       | 64  |
| 3.6.4 | X编号的沃尔什函数 .....                       | 65  |
| 3.7   | 二维沃尔什函数的生成 .....                      | 69  |
| 3.8   | 并元移位的物理解释 .....                       | 72  |
| 3.9   | 小结 .....                              | 77  |
|       | 参考文献 .....                            | 79  |
| 第四章   | 沃尔什函数的相关函数 .....                      | 82  |
| 4.1   | 引言 .....                              | 82  |
| 4.2   | 信号的正交分割原理 .....                       | 82  |
| 4.2.1 | 信号的正交分割原理 .....                       | 83  |
| 4.2.2 | 多路通信中的分割形式与正交函数的关系 .....              | 85  |
| 4.2.3 | 沃尔什函数的互相关函数 .....                     | 86  |
| 4.3   | 仅考虑波形畸变的沃尔什函数的互相关函数 .....             | 87  |
| 4.3.1 | 波形畸变的沃尔什函数的互相关函数的定义 .....             | 87  |
| 4.3.2 | $q$ 等于 $k$ 时的误差函数 .....               | 90  |
| 4.3.3 | $q$ 不等于 $k$ 时的误差函数 .....              | 93  |
| 4.3.4 | 有波形畸变的沃尔什函数的归一化误差矩阵 .....             | 99  |
| 4.4   | 包含波形畸变和时间位移的沃尔什函数的<br>互相关函数 .....     | 103 |
| 4.4.1 | 有波形畸变及时间位移的两个沃尔什函数的<br>互相关函数的定义 ..... | 104 |
| 4.4.2 | 计算结果 .....                            | 108 |
| 4.4.3 | 沃尔什副载波的选择原则 .....                     | 109 |
| 4.5   | 小结 .....                              | 110 |
|       | 参考文献 .....                            | 111 |

|                                |            |
|--------------------------------|------------|
| <b>第五章 复制理论在信号分析中的应用 .....</b> | <b>112</b> |
| 5.1 引言 .....                   | 112        |
| 5.2 信号的复制特性 .....              | 112        |
| 5.2.1 信号的对称复制特性 .....          | 113        |
| 5.2.2 信号的平移复制特性 .....          | 114        |
| 5.3 信号的复制分析 .....              | 116        |
| 5.3.1 信号的对称复制分析 .....          | 116        |
| 5.3.2 信号的平移复制分析 .....          | 119        |
| 5.4 复制分析的性质 .....              | 120        |
| 5.5 复制傅立叶分析 .....              | 124        |
| 5.6 图像信号的复制分解 .....            | 129        |
| 5.6.1 图像信号的对称复制分解 .....        | 129        |
| 5.6.2 图像信号的平移复制分解 .....        | 134        |
| 5.7 分形函数与小波函数 .....            | 138        |
| 5.8 分段正交函数的复制生成 .....          | 144        |
| 5.9 小结 .....                   | 152        |
| 参考文献 .....                     | 153        |
| <b>第六章 复制理论在通信中的应用 .....</b>   | <b>155</b> |
| 6.1 引言 .....                   | 155        |
| 6.2 W码 .....                   | 155        |
| 6.3 复制调制与解调 .....              | 159        |
| 6.4 复制多路解调 .....               | 163        |
| 6.5 伪随机码的快速捕捉方法 .....          | 169        |
| 6.6 非常低率卷积码的译码方法 .....         | 174        |
| 6.7 小结 .....                   | 179        |
| 参考文献 .....                     | 180        |
| <b>第七章 广义复制理论及其应用 .....</b>    | <b>183</b> |
| 7.1 引言 .....                   | 183        |
| 7.2 数的进制和多进制代码 .....           | 183        |

|            |                             |            |
|------------|-----------------------------|------------|
| 7.3        | 广义复制的概念 .....               | 190        |
| 7.4        | $p$ 进制码的复制特性及有关函数 .....     | 194        |
| 7.5        | 广义沃尔什函数复制生成 .....           | 198        |
| 7.6        | 广义沃尔什函数的统一表达 .....          | 203        |
| 7.7        | 广义复制分析 .....                | 208        |
| 7.8        | 混合进制沃尔什函数的复制生成 .....        | 211        |
| 7.9        | 小结 .....                    | 214        |
|            | 参考文献 .....                  | 214        |
| <b>第八章</b> | <b>复制理论在非正弦函数中的应用 .....</b> | <b>216</b> |
| 8.1        | 引言 .....                    | 216        |
| 8.2        | 第一、二类桥函数 .....              | 216        |
| 8.3        | 第三类桥函数 .....                | 222        |
| 8.4        | 复制移位分析 .....                | 226        |
| 8.5        | 小结 .....                    | 230        |
|            | 参考文献 .....                  | 231        |
| <b>第九章</b> | <b>结论与展望 .....</b>          | <b>232</b> |
| 9.1        | 结论 .....                    | 232        |
| 9.2        | 展望 .....                    | 232        |

# 第一章 绪 言

## 1.1 引 言

沃尔什函数是一种非正弦完备的正交函数系。由于它仅有两个可能取值，+1和-1，在通信和数字信号处理中很有吸引力。为此，国内外不少学者都在致力于沃尔什函数和应用的研究[1]~[17][25]，并取得了一定的成绩。

自从沃尔什函数被提出来以后，其发展的道路也不是一帆风顺的，经历了曲折的道路，其研究也大起大落。原因可能是在沃尔什函数的发展过程中，过多强调了沃尔什函数与正弦函数相似的一面，如正弦函数是奇对称的，余弦函数是偶对称的，在沃尔什函数中把对1/2点奇对称的称作  $\text{sal}(i, \theta)$ ，把对1/2点偶对称的称作  $\text{cal}(i, \theta)$ ，以示与正弦和余弦相类比。又如正弦函数中有频率的概念，则在沃尔什函数中引入了序率的概念与之相对应。过多的类比，使人们不知不觉地就认为沃尔什函数与正弦函数相类似，于是就慢慢地产生了谁好谁坏的问题，甚至用沃尔什函数代替正弦函数，导致了与期望值相差甚远的结果。

实际上，正弦函数与沃尔什函数，在正交性与完备性这点上是相同的，都可以用来综合波形、分析频谱，但是，正弦函数与沃尔什函数在生成方式、物理特点、对时间概念的理解、数学表达式等许多方面都是不同的。对沃尔什函数，不能过分使用类比的方法，引入许多与正弦函数类似的概念来研究，而是要从对它的物理本质的探讨出发进行研究，这样才能真正找到沃尔什函数的魅力所在。

正因为如此，目前仍有不少学者继续研究沃尔什函数及其应用问题，并逐步形成了沃尔什函数的复制理论[18]，进一步揭示了

沃尔什函数的物理本质，给沃尔什函数的应用注入了新的生命力，并且还基于沃尔什函数的复制理论提出了新的函数——桥函数[19]，它包含了许多现有的正交函数组。

这充分说明，复制理论反映了客观世界的某种内在规律，许多信号都具有复制特性。为此，我们将进一步探讨复制理论及其应用问题。

## 1.2 复制

复制的概念对我们来说并不陌生，在日常生活中经常碰到。最简单的例子莫过于镜子，通过一面镜子能把自己的像复制显示出来。另外，像照相机、复印机等都是常用的复制机器。许多自然现象中都包含了复制现象，甚至连生命的诞生和生长也与复制有关，图1-1表示出了DNA复制加倍模式原理[20]。虽然复制现象如此普遍，但人们对其本质的认识却是非常有限的。本书不准备探讨一般复制的内在规律，而是专门讨论研究信号（或序列）的复制问题。

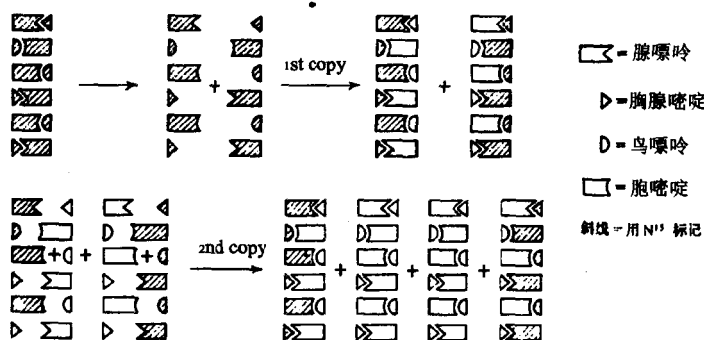


图1-1 DNA复制加倍模式图

复制的方法一般有两种，对称复制和平移复制，下面是它们的定义。

**定义1.1** 对一个 + - 序列，按图1-2所示的方式进行的复制统称为对称复制（或镜像复制），其中方式(a)称为偶对称复制，方式(b)称为奇对称复制。

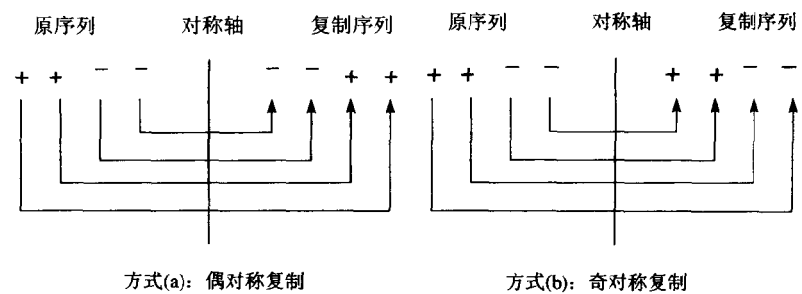


图1-2 对称复制

**定义1.2** 对一个 + -序列，按图1-3所示的方式进行的复制统称为平移复制，其中方式(a)称为正平移复制，方式(b)称为负平移复制。

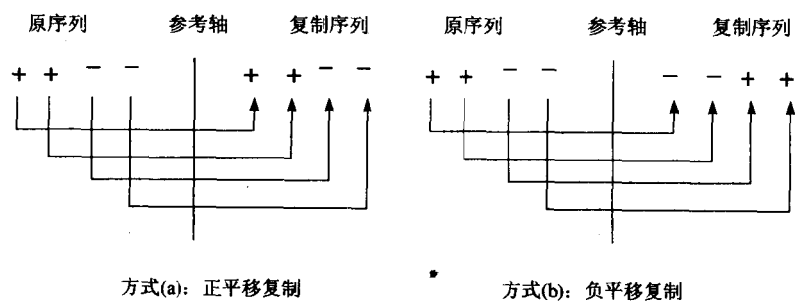
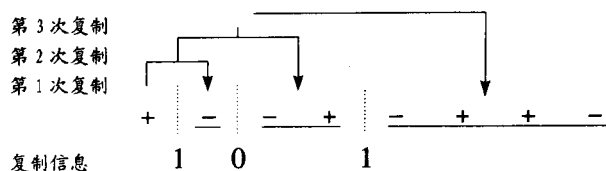


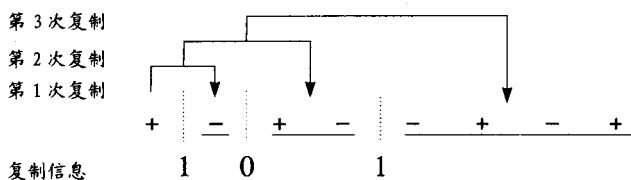
图1-3 平移复制

为了描述方便起见，在对称复制方式中，用0表示偶对称复制，用1表示奇对称复制；同样，在平移复制方式中，用0表示正平移复制，用1表示负平移复制。这样的0,1数字我们又称为复制信息。

序列可以用复制的方法生成，如图1-4所示。



(a) 对称复制生成的序列



(b) 平移复制生成的序列

图1-4 序列的复制生成

图1-4给出了序列的复制生成原理:从+出发,依据复制信息,通过复制方法生成有规律的+ -序列。图中的第一个字符+,一般称为原始序列或种子序列。

从图1-4 可以看出,序列的复制生成不仅与复制方式有关,而且与复制信息有关,不同的复制信息和复制方式,生成不同的序列。对复制方式还有其他的描述方法,由于篇幅所限,在此不再赘述[21]。

那么,从+出发,依据复制信息,用对称复制方法(或平移复制)得到的序列有什么特征呢?

表1-1给出了用对称复制方法经3次复制得到的所有序列,表中的复制信息正好与排列序号的二进制自然码表示相对应。表1-2 则给出了用平移复制方法经3次复制而得到的所有序列。

表1-1

序列的对称复制生成

| 序号  | 二进制自然码            | 初始                                        | 第一次复制 | 第二次复制 | 第三次复制 |
|-----|-------------------|-------------------------------------------|-------|-------|-------|
| $m$ | $m_2 \ m_1 \ m_0$ | $m_2 \qquad \qquad m_1 \qquad \qquad m_0$ |       |       |       |
| 0   | 0 0 0             | +                                         | +     | +     | +     |
| 1   | 0 0 1             | +                                         | +     | +     | -     |
| 2   | 0 1 0             | +                                         | +     | -     | -     |
| 3   | 0 1 1             | +                                         | +     | -     | +     |
| 4   | 1 0 0             | +                                         | -     | -     | +     |
| 5   | 1 0 1             | +                                         | -     | -     | -     |
| 6   | 1 1 0             | +                                         | -     | +     | -     |
| 7   | 1 1 1             | +                                         | -     | +     | +     |

表1-2

序列的平移复制生成

| 序号  | 二进制自然码            | 初始                                        | 第一次复制 | 第二次复制 | 第三次复制 |
|-----|-------------------|-------------------------------------------|-------|-------|-------|
| $m$ | $m_2 \ m_1 \ m_0$ | $m_2 \qquad \qquad m_1 \qquad \qquad m_0$ |       |       |       |
| 0   | 0 0 0             | +                                         | +     | +     | +     |
| 1   | 0 0 1             | +                                         | +     | +     | -     |
| 2   | 0 1 0             | +                                         | +     | -     | +     |
| 3   | 0 1 1             | +                                         | +     | -     | -     |
| 4   | 1 0 0             | +                                         | -     | +     | +     |
| 5   | 1 0 1             | +                                         | -     | +     | -     |
| 6   | 1 1 0             | +                                         | -     | -     | +     |
| 7   | 1 1 1             | +                                         | -     | -     | -     |

仔细分析这两个表就可以看出，它们所构成的序列集合是同一

个集合，只不过在集合中每个序列出现的次序不同，也就是集合中序列的排序不同。其实，表1-1和表1-2的序列集合是很了不起的序列集合，它们构成了赫赫有名的沃尔什函数组，广泛应用于信号分析、信号处理和信息传输等领域。

为了区别表1-1和表1-2的序列组，人们给它们起了名字，表1-1中的序列称为W编号的沃尔什函数，而表1-2中的序列称为P编号的沃尔什函数。除此之外，还有两种编号的沃尔什函数——H编号和X编号的沃尔什函数，对此我们将在第三章中专门讨论。

值得一提的是，似乎只有数学家才能描述的神秘的沃尔什函数，竟然可以这样简单地复制而得到，本书中讨论的复制理论如果说有奥秘，也就在于此。

在本书的前几章中，我们主要讨论二值序列的复制问题，而一般信号的复制问题将在第四章中进一步讨论。

## 1.3 代数基础

为了便于理解各章节的内容，在本节中向读者简单介绍一下必要的代数基础知识。我们的叙述是说明性的，而没有追求数学上的严密性，若读者认为有必要可以参考有关书籍。

**定义1.3** 设 $G$ 是一个非空集合，所谓定义在 $G$ 上的一个二元代数运算，就是指一个 $G \times G$ 到 $G$ 的映射 $f$ 。

**定义1.4** 如果在一个非空集合 $G$ 上定义了一个二元代数运算“ $\cdot$ ”，称为乘法，记作 $a \cdot b$ ，简写为 $ab$ ，而且适合以下条件，那么称 $G$ 为一个群。

(1) 对 $G$ 中的任意元素 $a, b, c$ ，有：

$$a(bc) = (ab)c \quad (\text{结合律})$$

(2) 在 $G$ 中存在一个元素 $e$ ，对任意元素 $a \in G$ 有：

$$ea = ae = a$$

这种元素 $e$ 称为“单位元”。