

第一章

导 论

生产经济学是关于企业如何选择生产过程、进行资源配置的经济学科。不论对于单个厂商,还是某个产业乃至整个社会,生产什么、生产多少及资源的最佳组合始终是生产的核心问题。生产经济学不仅研究生产选择,而且更重要的是要研究技术和经济环境的转变是如何影响这种生产选择。

本书是从研究方法的角度——新古典方法部分和现代方法部分来研究生产经济学的。新古典方法主要应用了生产函数,把企业看作一个投入一定要素然后获得一定产出的黑箱;企业是独立的,不考虑企业间的互动;市场结构是外生的,企业的生产抉择不会对市场结构产生影响;技术知识是给定的,不考虑企业 R&D 行为导致生产技术变革对技术知识集的影响;企业本身也是外生的,不存在进入与退出壁垒,当然也不考虑企业可能对上游或下游企业的整合或约束。本书的第二章至第六章属新古典方法分析部分。

第二部分则拓展了第一部分的分析,应用博弈论、现代产业组织理论等现代经济学的研究方法,研究企业与企业的动态生产博弈过程及其均衡状态,拓展了第一部分以静态分析为主的分析方式,特别考察了那些厂商通过改变自己的生产行为企图改变其他厂商生产行为以实现自己利益最大化的策略性行动,以及厂商间的生产串谋等问题。第二部分不仅从企业维度,而且还从产业维度

研究了生产的纵向一体化和纵向约束,以及生产的进入壁垒问题。第七章至第九章则主要用现代方法从企业和产业的维度对生产问题进行研究。

本书第二章的生产函数分析是新古典生产经济学的一个技术基础,主要从技术角度考察生产的投入产出关系,同时引入了生产经济学的一些基本概念。第三章从投入角度,考察生产投入的经济关系,分析厂商利润最大化的投入要素条件及要素间的经济关系。第四章从产出角度考察了产出的经济关系,涉及边际成本等于边际收益的利润最大化条件,生产的投入产出关系。第二章至第四章所考察的经济或技术关系都是对单一产品而言的,现实世界的厂商很少只生产单一种类的产品,因此第五章是多产品的生产经济学。第六章通过对生产对偶理论的分析把第二章至第五章的新古典生产经济学方法进行了完美的统一与整合。

本书的第七章是博弈论维度的生产经济学,本章从引入纳什均衡这一博弈论的基本概念出发,分析厂商间的静态和动态生产博弈,并进一步分析序列博弈、先动优势、重复博弈、威胁及其可信度、声誉、市场进入博弈、投资过剩生产能力、策略性行动等各种问题。第八章则应用交易费用经济学、技术经济理论、产业生命周期等理论分析了厂商的纵向生产一体化行为,应用现代产业组织理论分析了厂商的纵向约束行为;另外,还详细分析了生产的进入壁垒。第九章则完全不同于第一部分的新古典方法把生产技术作为外生变量的假设,直接研究厂商的 R&D 投资对企业生产技术变革的影响,本章应用博弈论分析方法,对企业间的 R&D 博弈,以及 R&D 本身的投入与产出作了理论和实证分析。

第二章

生产函数分析

生产函数是生产经济学的基本分析工具,本章从分析一个产品和一个可变要素的生产函数开始,引入生产函数的一些基本概念,再分析一个产品和两个可变要素的生产函数,最后推广到多个可变生产要素的生产函数。

第一节 一个产品和一个可变要素的生产函数分析

一个可变生产要素与产出的技术关系经常用生产函数来表示,其数学表达式为:

$$y=f(x_1, x_2) \quad (2-1)$$

其中 y 表示产出的产量水平, x_1 表示可变生产要素, x_2 表示固定生产要素, f 是函数关系。通常为方便起见,把一定生产时期和一定生产规模下,产量和一个可变生产要素的关系用下式表示:

$$y=f(x) \quad (2-2)$$

其中 y 是一个实物概念而不是价值量指标,它也称为总实物产量 (total physical product, 简称 TPP)。

第二个重要的实物概念是平均实物产量 (average physical

product, 简称 APP), 其定义为:

$$APP \equiv \frac{y}{x} \equiv \frac{f(x)}{x} \quad (2-3)$$

第三个重要的实物概念是边际实物产量(marginal physical productivity, 简称 MPP), MPP 有时也称为边际生产率(marginal productivity)。其定义为:

$$MPP \equiv \frac{d(TPP)}{dx} \equiv \frac{dy}{dx} \equiv \frac{df(x)}{dx} \equiv f'(x) \quad (2-4)$$

边际生产率表示当可变生产要素有一个极小的变化时总产量的变化情况。边际生产率是一定可变生产要素投入水平时总产量函数的斜率。

虽然在大多数经济学文献中对边际产量(marginal product)和边际生产率(marginal productivity)两个概念不加严格的区分,但由于这里需要对生产问题进行深入的研究,区分两个概念的涵义有助于对生产问题开展进一步的研究。在本书中,边际生产率 MPP 定义为 $MPP \equiv df(x)/dx \equiv f'(x)$, 而边际产量 MP 则定义为 $MP \equiv dy$ 或 $MP \equiv \Delta y$, 边际生产率 $f'(x)$ 和边际产量之间的关系可以用下式表示:

$$dy = f'(x)dx \quad (2-5)$$

只要 dx 足够小, 边际产量就可以由边际生产率和 dx 来确定。边际产量 Δy 有时也用边际生产率和 Δx 的乘积 $f'(x)\Delta x$ 来表示, 其中 $\Delta x = x' - x^0$, $\Delta y = y' - y^0 = f(x') - f(x^0)$, e 为普通上标。

可以用一个例子来说明这些概念之间的关系。假如某个生产函数为:

$$TPP \equiv y = 8x - x^2 \quad (2-6)$$

平均实物产量函数为:

$$APP = 8 - x \quad (2-7)$$

边际实物产量为：

$$MPP \equiv \frac{dy}{dx} = 8 - 2x \quad (2-8)$$

图 2-1 中给出了从(2-6)式~(2-8)式的 3 个函数的曲线。

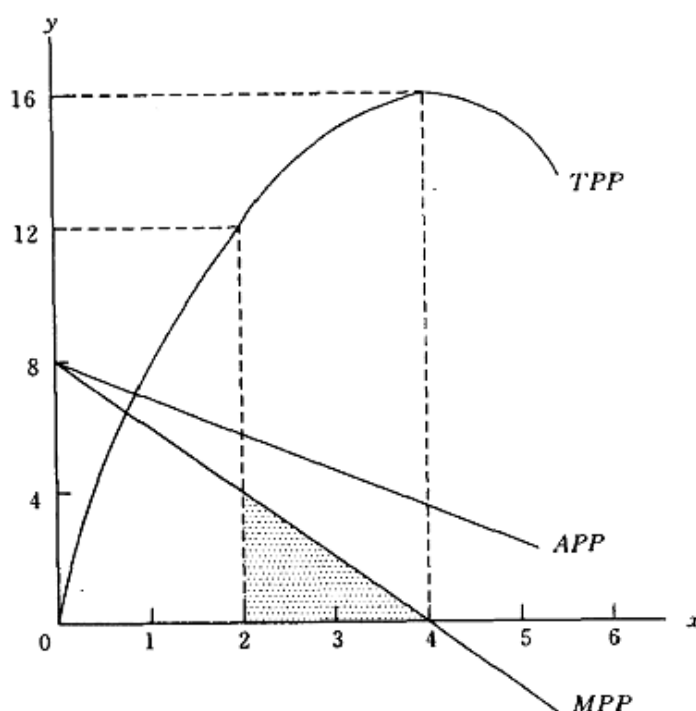


图 2-1 TPP、APP 和 MPP 的关系

对于(2-6)式给定的生产函数,当 x 从 $x=2$ 增加到 $x=4$ ($\Delta x = 4 - 2 = 2$) 时,这两个单位生产要素投入变化所引起的产量变化,即边际产量,可用两种方法计算。

方法之一是直接计算两种投入水平下总实物产量之差:

$$MP = \Delta y = TPP_{(x=4)} - TPP_{(x=2)} = 16 - 12 = 4 \quad (2-9)$$

方法二是求边际生产率函数从 $x=2$ 到 $x=4$ 的积分:

$$MP = \Delta y = \int_2^4 MPP dx = \int_2^4 (8 - 2x) dx = 4 \quad (2-10)$$

一、生产弹性

生产经济学中第四个重要的概念是生产弹性(elasticity of production)。生产弹性通常有两种:一种是要素弹性(factor elasticity),即偏弹性或部分生产弹性(partial elasticity of production);另一种是功能系数(function coefficient),即全生产弹性(total elasticity of production)。在这一节里,主要讨论要素弹性。在要素弹性中,只有一种生产要素改变而其他所有生产要素保持不变;而在全生产弹性中,所有的生产要素以固定的比例变动。

对于单一可变要素投入的生产函数 $f(x)$,要素弹性 E 可以定义为

$$E \equiv \frac{\text{产出变化的百分比}}{\text{投入变化的百分比}} = \frac{dy/y}{dx/x} = \frac{dy}{dx} \frac{x}{y} = \frac{MPP}{APP} \quad (2-11)$$

E 可以理解为在其他生产要素不变的情况下,某个生产要素变化一个百分点所造成的产量变化的百分比。若 E 大于 1,则表示这个生产要素增加(减少)某个比例将导致产出增加(减少)更大的比例;若 E 小于 1,则表示这个生产要素增加(减少)某个比例将导致的产出增加(减少)不足这个比例;若 E 等于 1,则表示产量随生产要素等比例增加(减少)。在只有一个可变生产要素的情况下,只有一个要素弹性,因为这时除了这个生产要素之外,其他所有的生产要素都是固定不变的。

二、生产函数的几何学分析

为了研究生产弹性与各生产阶段的关系,考虑传统的生产三阶段理论,图 2-2 表示一个可变生产要素时的 3 个生产阶段。最右边的虚线 $x=x^0$ 是第二阶段和第三阶段的分界线,它位于 TPP 的最大值处,这时 $MPP=0$,即:

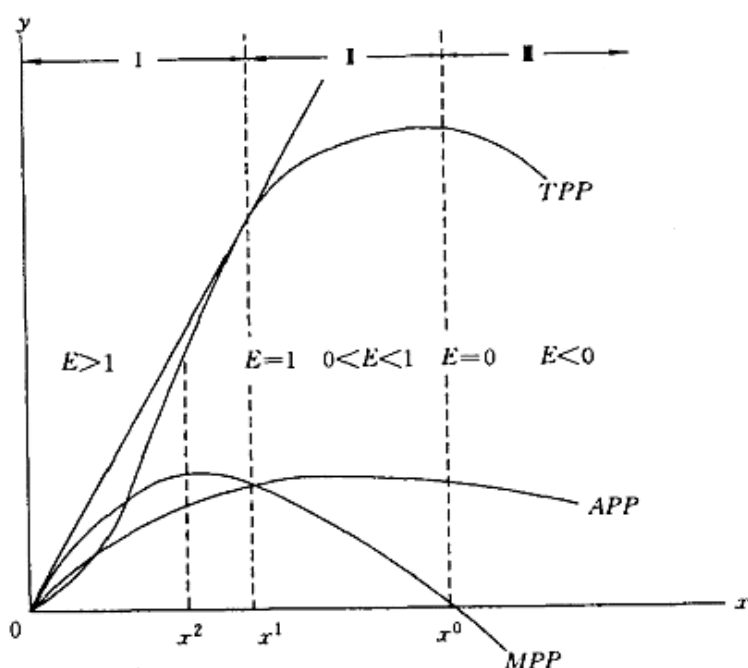


图 2-2 一个可变生产要素时的生产三阶段

$$\frac{dTPP}{dx} \equiv MPP = 0 \quad (2-12)$$

为确保(2-12)式所决定的位置是最大值而不是最小值,必须确定 TPP 函数的 x 在 $MPP=0$ 处附近是否严格凹性。其中最简单的方法是应用二阶段微分来检验凹性。当 TPP 满足(2-13)式时显凹性。

$$\frac{d^2TPP}{dx^2} \equiv \frac{dMPP}{dx} \leq 0 \quad (2-13)$$

如果(2-13)式以严格不等式成立,则 TPP 为严格凹函数。即在 $MPP=0$ 的解附近,当 x 增加时, TPP 以递减的速率增加或以递增的速率减少。

在图 2-2 中,虚线 $x=x^2$ 处于 MPP 最大值的位置,这时,

$$\frac{dMPP}{dx} = 0 \quad (2-14)$$

$$\frac{d^2TPP}{dx^2} < 0 \quad (2-15)$$

即从 x^2 处起, MPP 递减, 这种现象称为边际报酬递减规律 (law of diminishing marginal returns)。

在 MPP 的最大值处, TPP 有一个拐点, 在这个拐点处, TPP 由以递增的速率增加变为以递减的速率增加, 即在 x^2 处, TPP 关于 x 的二阶微分为零。这是因为:

$$\frac{d^2 TPP}{dx^2} = \frac{dMPP}{dx}$$

且在 MPP 最大值处 $dMPP/dx=0$ 。

生产的第一阶段和第二阶段是由虚线 x^1 划分的。这时, 平均产量达到最大, 即:

$$\frac{dAPP}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2 APP}{dx^2} < 0$$

在 x^1 处, 平均实物产量和边际生产率相等。我们知道, 边际生产率是生产函数切线的斜率, 在图 2-2 中, 这个斜率用 MPP 曲线表示, 在 x^1 处还表示平均产量, 而且, 这时的平均产量最大, 因为从原点出发与 TPP 曲线相切的射线此时具有最大的斜率。

从图 2-2 还可以发现, MPP 曲线在与 APP 相交之前, 总是位于 APP 曲线的上方; 在 x^1 处, MPP 曲线相交于 APP 曲线的最高点; 之后, MPP 曲线总是位于 APP 曲线的下方。这是因为当 x 从原点开始增加时, 边际生产率递增, MPP 曲线迅速上升, 但 APP 曲线由于要考虑以前所有投入的平均产量, 故其增长速度开始时低于 MPP 曲线, 从而使 APP 曲线位于 MPP 曲线下方, 当 MPP 曲线达到最大值并开始下降时与 APP 曲线的最大值处相交, 之后 MPP 曲线的下降拉动了 APP 曲线的下降。

MPP 曲线、 TPP 曲线和 APP 曲线之间的关系可用下列数

学表达式来说明：

$$MPP = \frac{dTPP}{dx} = \frac{d(xAPP)}{dx} = APP + x \frac{dAPP}{dx} \quad (2-16)$$

若二阶条件 $\frac{d^2APP}{dx^2} < 0$ 满足，可得：

(1) 当 $\frac{dAPP}{dx} > 0$ 时， $MPP > APP$ 。

(2) 当 $\frac{dAPP}{dx} = 0$ 时， $MPP = APP$ 。

(3) 当 $\frac{dAPP}{dx} < 0$ 时， $MPP < APP$ 。

根据(2-11)式所给出的要素弹性公式 $E = MPP/APP$ ，图 2-2 中生产三阶段各阶段及其分界处的要素弹性为：

(a) 第一阶段： $MPP > APP$ ， $E > 1$ 。

(b) 第一、第二阶段的分界处： $MPP = APP$ ， $E = 1$ 。

(c) 第二阶段： $MPP < APP$ ， $0 < E < 1$ 。

(d) 第二、第三阶段的分界处： $MPP = 0$ ， $E = 0$ 。

(e) 第三阶段： $MPP < 0$ ， $E < 0$ 。

因此，要素弹性的值可以用于区分生产的不同阶段，即在第一阶段， $E > 1$ ；第二阶段， $0 < E < 1$ ；第三阶段， $E < 0$ 。要素弹性的这一特性在以后的研究中具有十分重要的作用。

第二节 一个产品和两个可变生产要素的生产函数分析

现在考虑两个可变生产要素时的生产函数，设 y 是产出的产量， x_1 和 x_2 是可变生产要素，其生产函数为：

$$y = f(x_1, x_2) \quad (2-17)$$

而且假定仅有这两个生产要素。

两个可变生产要素的生产函数模型有一个明显的优点：这就是它便于比较长期和短期的情况，在有 n 个可变生产要素的情况下，可能有许多种不同的短期生产函数，而在这个仅有两个可变生产要素的生产函数模型中，仅有一种长期情况和两种短期情况。即对于生产函数(2-17)式，仅有的两种短期生产函数为：

$$y=f(x_2|x_1) \text{ 和 } y=f(x_1|x_2)$$

需要说明的是两个可变生产要素的生产函数模型是生产经济学文献中最为常用的一种模型，两个生产要素经常指劳动和资本，且这两种生产要素的所有组合被假定都是可以获得的。在以后的章节中，将把两要素模型推广到任意多个可变生产要素模型。

平均实物产量(APP)与边际生产率(MPP)的概念也与单个可变生产要素的情况相类似，所不同的是要分别考虑每一个可变生产要素，这时，假定其他生产要素投入固定不变，则平均实物产量函数分别为：

$$APP_1 \equiv \frac{y}{x_1} \equiv \frac{f(x_1, x_2)}{x_1} \quad (2-18)$$

$$APP_2 \equiv \frac{y}{x_2} \equiv \frac{f(x_1, x_2)}{x_2} \quad (2-19)$$

边际生产率函数分别为：

$$MPP_1 \equiv \frac{\partial TPP}{\partial x_1} \equiv \frac{\partial y}{\partial x_1} \equiv \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \equiv f_1 \quad (2-20)$$

$$MPP_2 \equiv \frac{\partial TPP}{\partial x_2} \equiv \frac{\partial y}{\partial x_2} \equiv \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \equiv f_2 \quad (2-21)$$

边际生产率是一个偏微分的概念，表示当其他变量不变时，对某个生产要素的微分。如果让 x_1 和 x_2 同时有一个微小的变动量 dx_1 和 dx_2 ，产量的变化量 dy 为：

$$dy = f_1 dx_1 + f_2 dx_2 \quad (2-22)$$

现在可研究几个常用生产函数的边际生产率。 A, a_i, b_i 等为这些生产函数的参数。

1. 线性生产函数(linear production function)。

线性生产函数的形式为：

$$y = b_1 x_1 + b_2 x_2 \quad (2-23)$$

其边际生产率分别为：

$$MPP_1 = b_1 \quad (2-24)$$

$$MPP_2 = b_2 \quad (2-25)$$

显然,线性生产函数是一种十分简单的生产函数形式,因为它的边际生产率是常数。

2. 二次生产函数(quadratic production function)。

二次生产函数的形式为：

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + 0.5 b_1 x_1^2 + 0.5 b_2 x_2^2 + b_3 x_1 x_2 \quad (2-26)$$

其边际生产率分别为：

$$MPP_1 = a_1 + b_1 x_1 + b_3 x_2 \quad (2-27)$$

$$MPP_2 = a_2 + b_2 x_2 + b_3 x_1 \quad (2-28)$$

当 $b_3 = 0$ 时,每种要素的边际生产率 $MPP_i (i=1,2)$ 仅与这种要素的投入量 $x_i (i=1,2)$ 相关;而当 $b_3 \neq 0$ 和 $b_i \neq 0$ 时,每种要素的边际生产率不仅与这种要素的投入量相关,而且还与其他生产要素的投入量相关。

3. 广义柯布-道格拉斯生产函数(generalized Cobb-Douglas production function)。

广义柯布-道格拉斯生产函数(简称广义 C-D 生产函数)的形式为：

$$y = A x_1^{b_1} x_2^{b_2} \quad (2-29)$$

其边际生产率分别为：

$$MPP_1 = Ab_1 x_1^{b_1-1} x_2^{b_2} \quad (2-30)$$

$$MPP_2 = Ab_2 x_1^{b_1} x_2^{b_2-1} \quad (2-31)$$

如果用(2-29)式分别代入(2-30)式和(2-31)式, MPP_1 和 MPP_2 可分别表示为：

$$MPP_1 = \frac{b_1 A x_1^{b_1-1} x_2^{b_2}}{x_1} = \frac{b_1 y}{x_1} \quad (2-32)$$

$$MPP_2 = \frac{b_2 y}{x_2} \quad (2-33)$$

4. 超越生产函数(transcendental production function)。

超越生产函数的形式为：

$$y = Ax_1^{a_1} e^{b_1 x_1} x_2^{a_2} e^{b_2 x_2} \quad (2-34)$$

其边际生产率为：

$$MPP_1 = Aa_1 x_1^{a_1-1} e^{b_1 x_1} x_2^{a_2} e^{b_2 x_2} + Ab_1 x_1^{a_1} e^{b_1 x_1} x_2^{a_2} e^{b_2 x_2} \quad (2-35)$$

把(2-34)式代入上式, 可得：

$$MPP_1 = y(b_1 + a_1 x_1^{-1}) \quad (2-36)$$

同理可得：

$$MPP_2 = y(b_2 + a_2 x_2^{-1}) \quad (2-37)$$

5. 常数替代弹性生产函数(constant elasticity of substitution production function)。

常数替代弹性生产函数(也称 CES 生产函数)的形式为：

$$y = A[bx_1^{-\sigma} + (1-b)x_2^{-\sigma}]^{-1/(\sigma)} \quad (2-38)$$

其中 σ 为齐次性系数; g 为参数, 其边际生产率为：

$$MPP_1 = \left(-\frac{\sigma}{g}\right) A[bx_1^{-\sigma} + (1-b)x_2^{-\sigma}]^{-1/(\sigma)-1} (-gbx_1^{-\sigma-1}) \quad (2-39)$$

把(2-38)式代入上式可得：

$$MPP_1 = bvA^{-g/v}y^{(v+g)/v}x_1^{-(g+1)} \quad (2-40)$$

同理可得：

$$MPP_2 = (1-b)vA^{-g/v}y^{(v+g)/v}x_2^{-(g+1)} \quad (2-41)$$

一、等产量曲线

等产量曲线(isoquant)是指所有可获得相同产量的生产要素的组合。在给定的产量水平下,等产量曲线的方程可由生产函数导出,其一般表达式为:

$$x_2 = f^{-1}(x_1, y) \quad (2-42)$$

其中 f^{-1} 是函数 f 的反函数,(2-42)式把 x_2 视为 x_1 和 y 的函数。

对于(2-29)式所示的广义 C-D 生产函数,其等产量曲线为:

$$x_2 = A^{-1/b_2}y^{1/b_2}x_1^{-b_1/b_2} \quad (2-43)$$

对于某一给定的产量水平,譬如 y^0 ,代入各种 x_1 的值,就可以得到相应的 x_2 ,所有 (x_1, x_2) 的组合构成了产量为 y^0 时的等产量曲线。

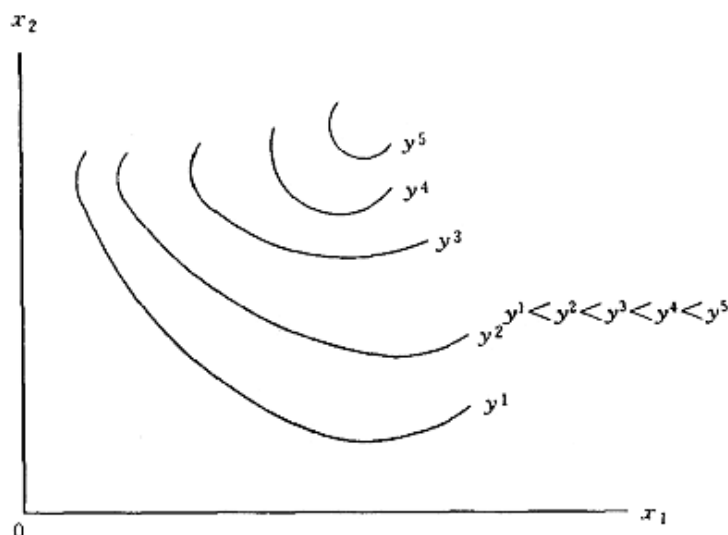


图 2-3 等产量曲线

图 2-3 为一簇等产量曲线,习惯上把 x_2 作为纵轴, x_1 作为横轴。等产量曲线 y^1, y^2, y^3, y^4, y^5 分别代表了不同的产量水平。

二、边际技术替代率

等产量曲线上每一点的斜率表示为了维持相同的产量水平,减少某种生产要素使用量与必须增加的另一种生产要素使用量之间的比率,这个比率称为技术替代率(rate of technical substitution, 简称 RTS)或边际技术替代率(marginal rate of technical substitution, 简称 MRTS)。对于等产量曲线 $x_2 = f^{-1}(x_1, y)$, 其边际技术替代率为:

$$MRTS_{12} = -\frac{dx_2}{dx_1} \quad (2-44)$$

其中 y 为常数, $MRTS_{12}$ 表示要素 1 对要素 2 的边际技术替代率。习惯上取边际技术替代率的绝对值部分,即正值,由于 dx_2/dx_1 是负值,所以定义(2-44)式是正值。

为了推导边际技术替代率的计算公式,考虑生产函数的全微分形式:

$$dy = f_1 dx_1 + f_2 dx_2$$

由于在等产量曲线上产量保持不变,即 $dy=0$,故上式变为:

$$0 = f_1 dx_1 + f_2 dx_2$$

因此,等产量曲线斜率为:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{f_1}{f_2} \quad (2-45)$$

它是边际生产率比率的相反数,所以,边际技术替代率通常表示为:

$$MRTS_{12} = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{f_1}{f_2} \quad (2-46)$$

其几何形式如图 2-4 所示。

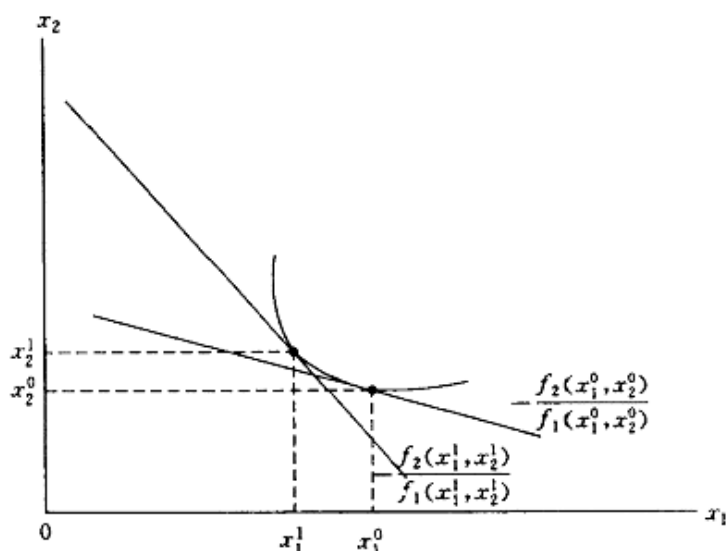


图 2-4 等产量曲线的斜率与边际技术替代率

等产量曲线斜率比率变动的性质与等产量曲线的凹凸性有关, 即与二阶微分 d^2x_2/dx_1^2 的值有关。为了用生产函数的偏微分来表达这个二阶微分, 先考虑 (2-45) 式的全微分:

$$d(dx_2/dx_1) = \frac{\partial(-f_1/f_2)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial(-f_1/f_2)}{\partial x_2} dx_2 \quad (2-47)$$

上式再对 x_1 微分可得

$$\frac{d(dx_2/dx_1)}{dx_1} = \frac{d^2x_2}{dx_1^2} = \frac{\partial(-f_1/f_2)}{\partial x_1} + \frac{\partial(-f_1/f_2)}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dx_1} \quad (2-48)$$

由于在等产量曲线上, 产量 y 是常数, 故用 (2-45) 式代入 (2-48) 式的最后一项。再用函数商的微分法则, (2-48) 式可变换为^①:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \frac{d^2x_2}{dx_1^2} &= -\frac{f_2f_{11}-f_1f_{21}}{f_2^2} - \frac{f_2f_{12}-f_1f_{22}}{f_2^2} \left(-\frac{f_1}{f_2}\right) \\ &= \frac{-f_2f_{11}+f_1f_{21}}{f_2^2} + \frac{f_1f_2f_{12}-f_1^2f_{22}}{f_2^3} \\ &= \frac{-f_2^2f_{11}+f_1f_2f_{21}+f_1f_2f_{12}-f_1^2f_{22}}{f_2^3} \end{aligned}$$

$$\frac{d^2x_2}{dx_1^2} = \frac{-f_2^2 f_{11} + f_1 f_2 f_{21} + f_1 f_2 f_{12} - f_1^2 f_{22}}{f_2^3} \quad (2-49)$$

其中 f_{11}, f_{22}, f_{12} 和 f_{21} 均为生产函数的二阶偏微分, 例如 f_{21} 表示当 x_1 变化时, f_2 的变化率。

根据杨格定理 (Young's Theorem), 交叉偏导数不随求导的顺序而变化, 所以, $f_{12} = f_{21}$, 这样, (2-49) 式可改写为:

$$\frac{d^2x_2}{dx_1^2} = \frac{-f_2^2 f_{11} + 2f_1 f_2 f_{12} - f_1^2 f_{22}}{f_2^3} \quad (2-50)$$

如果等产量曲线在正边际生产率区域是凸向原点的, (2-50) 式的符号就一定是正的; 给定 $f_2 > 0$, 因 (2-50) 式是正的, 故 (2-50) 式的分子一定是正的; (2-50) 式分子为正号是 $f(x_1, x_2)$ 拟凹性的条件。在根据各种等产量曲线类型分析 (2-45) 式和 (2-50) 式之前, 确定 (2-50) 式的正负号不是一件很容易的工作。幸好, 对于有些生产函数, 考察其等产量曲线的斜率和凸性更容易。

对于两个可变生产要素的情况, 有:

$$\left. \frac{dx_2}{dx_1} \right|_{dy=0} \equiv \frac{\partial x_2}{\partial x_1} \quad (2-51)$$

$$\left. \frac{d^2x_2}{dx_1^2} \right|_{dy=0} \equiv \frac{\partial^2 x_2}{\partial x_1^2} \quad (2-52)$$

对于一些函数, 把生产函数 $y = f(x_1, x_2)$ 重新表达为 $x_2 = f^{-1}(x_1, y)$ 的形式比较容易, 这样确定 $\frac{\partial x_2}{\partial x_1}$ 和 $\frac{\partial^2 x_2}{\partial x_1^2}$ 的符号可能要比确定 (2-45) 式和 (2-50) 式一阶和二阶偏微分的符号更容易, 从而大大简化了斜率和凸性的确定工作。

三、等产量曲线的类型分析

根据等产量曲线的斜率及其变化率, 等产量曲线可以分成 6 种类型。

第一种类型: 当 $\frac{dx_2}{dx_1} < 0$ 和 $\frac{d^2x_2}{dx_1^2} > 0$, 等产量曲线具有负斜率且

凸向原点。这是一种不完全要素替代(imperfect factor substitutability)的情况。如图 2-5(a)所示。

第二种类型:当 $\frac{dx_2}{dx_1} < 0$ 和 $\frac{d^2x_2}{dx_1^2} = 0$, 等产量曲线是直线, 这是一种要素完全替代(perfect factor substitutability)的情况, 如图 2-5(b)所示。在这种情况下, 等产量曲线不必平行, 但不相交。

第三种类型:当 $\frac{dx_2}{dx_1} < 0$ 和 $\frac{d^2x_2}{dx_1^2} < 0$, 等产量曲线凹向原点。如图 2-5(c)所示。

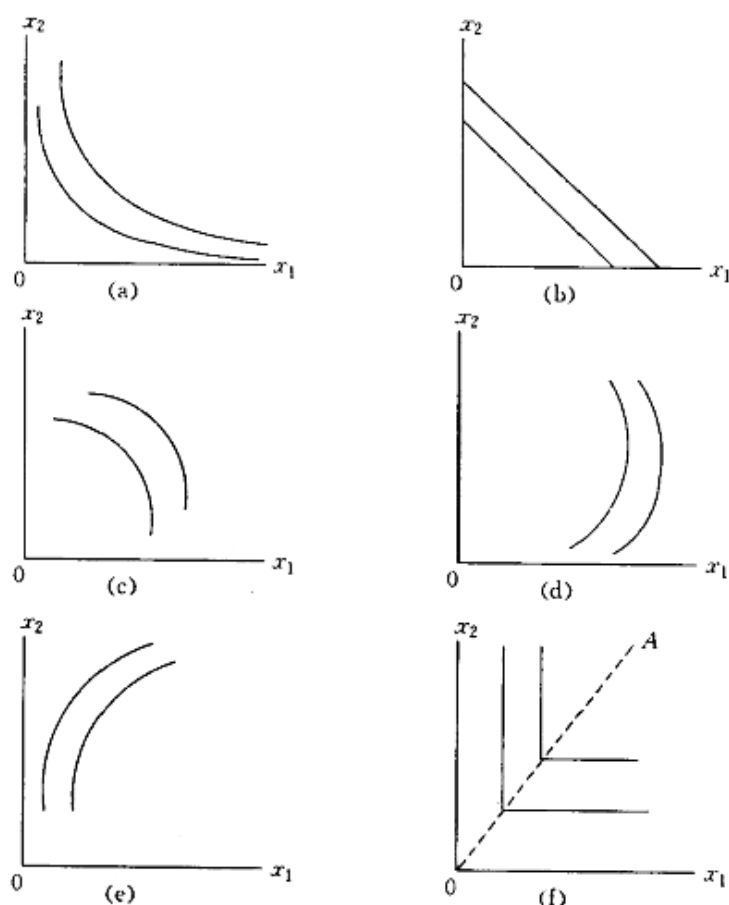


图 2-5 等产量曲线的 6 种类型

第四种类型:当 $\frac{dx_2}{dx_1} > 0$ 和 $\frac{d^2x_2}{dx_1^2} > 0$, 等产量曲线有正的斜率并