

医用物理学

主编 张泽宝 副主编 胡继光
主 审 徐葆仁



YIYONGWULIXUE YIYONGWULIXUE



辽宁科学技术出版社

主 编 张泽宝 (中国医科大学)
副主编 胡继光 (吉林医学院)
编 者 (依姓氏笔画为序)
 马龙超 (辽宁职工医学院)
 马寿岩 (延边医学院)
 王秀芝 (中国医科大学)
 王海增 (内蒙古民族医学院)
 王立正 (河南开封医学专科学校)
 李传文 (中国医科大学)
 何 宁 (中国医科大学)
 杨荫波 (中国医科大学)
 张泽宝 (中国医科大学)
 洪 洋 (中国医科大学)
 俞 航 (中国医科大学)
 耿 魁 (齐齐哈尔医学院)
 韩 风 (中国医科大学)
 胡继光 (吉林医学院)
 桑 杰 (内蒙古民族医学院)
 蔡仁锡 (延边医学院)
 谭耀东 (大连医学院)
主 审 徐葆仁 (中国医科大学)

前 言

根据卫生部1982年颁布的高等医药院校医用物理学教学大纲，北方地区的中国医科大学、大连医学院、吉林医学院、延边医学院、齐齐哈尔医学院、内蒙古民族医学院、辽宁卫生职工医学院和开封医学专科学校等八所医学院校联合编写了这本教材，供高等医学院校本科和大专各专业使用。

随着生物医学的迅猛发展，要求医学生有更坚实的物理学方面的知识基础，而现行的医用物理学教材，篇幅虽大，但重复中学内容较多。为此，本教材在内容的广度与深度上均有拓宽与加深；避免与中学内容重复；注意知识的更新；控制教材的篇幅。

因各院校的教学情况不同，教材内容的编排上与部颁教学大纲规定略有差异，以便有较大的选择施教余地。本教材的讲授时间可控制在60—80学时。

本书文字通顺、简洁、说理严密、透彻。对重点或难点内容的叙述尽量做到深入浅出，循序渐进。书中选有适量的典型例题，章后附有一定数量的习题。全书物理量的名称、符号以及单位均按国家颁布的GB标准统一；使用1984年国务院规定的中华人民共和国法定计量单位。

限于编者水平，加之时间匆促，不妥之处在所难免。恳请使用本书的师生以及同行们提出批评、建议，以便总结经验，待今后修改提高。

徐葆仁

1990年元月于中国医科大学

目 录

绪论	(1)
第一章 人体力学基础知识	(3)
第一节 矢量运算简介	(3)
矢量的加法和减法 (3) 矩量的标积和矢积 (4)	
第二节 刚体的转动	(6)
角变量 (6) 转动的功能, 转动惯量 (7) 转动定律 (8)	
第三节 静力平衡	(10)
静力平衡条件 (10) 静力平衡条件对人体的应用 (11)	
第四节 物体的弹性	(12)
应变与应力 (12) 虎克定律和弹性模量 (13) 弯曲和扭转 (15)	
第五节 拉普拉斯公式	(16)
习题一	(17)
第二章 流体运动规律	(19)
第一节 理想流体的运动规律	(19)
连续介质 (19) 研究方法 (19) 稳定流动 (20) 理想流体 (21)	
连续性原理 (21) 伯努利方程 (22)	
第二节 伯努利方程的应用	(24)
静脉输液用滴流瓶 (24) 流速计与比托管 (26) 流量计 (27)	
第三节 实际液体的流动规律	(27)
粘滞力与粘滞系数 (27) 层流与湍流 (30) 泊肃叶公式 (31) 斯托克斯公式 (33)	
第四节 血液的流动	(35)
血液的粘度 (35) 微循环中的血液流动 (35) 血流速与血压的分布 (36)	
血液循环中的重力作用 (38)	
习题二	(40)
第三章 振动与波	(42)
第一节 简谐振动	(42)
简谐振动 (42) 简谐振动运动方程的物理意义 (43) 简谐振动的能量 (45)	
第二节 阻尼振动、受迫振动、共振	(46)
阻尼振动 (46) 受迫振动与共振 (46)	
第三节 简谐振动的合成	(47)
简谐振动的矢量图示法 (47) 两个同方向、同频率谐振动的合成 (48)	

同方向, 频率相近的两谐振动的合成, 拍现象 (49)	振动的分解、频率分析 (50)
相互垂直, 同频率谐振动的合成 (52)	相互垂直, 频率不同的谐振动的合成、李沙育图形 (53)
第四节 波.....	(54)
波的形成条件 (54)	波速、波长及波的频率和周期 (55)
平面简谐波方程 (56)	波的能量 (58)
能流和波的强度 (59)	波的衰减 (60)
第五节 惠更斯原理.....	(61)
惠更斯原理 (61)	波的迭加原理 (62)
波的反射和折射 (62)	波的衍射 (64)
波的干涉 (64)	驻波 (66)
习题三.....	(67)
第四章 声波与超声波.....	(71)
第一节 声波.....	(71)
声波频谱 (71)	声速 (71)
声压和声强 (72)	声强级和响度级 (73)
第二节 多普勒效应.....	(75)
波源与观察者相对于介质静止 (75)	波源固定, 观察者以速度 v 相对于介质运动 (75)
波源以速度 u 相对于介质运动, 观察者静止 (75)	声源与观察者同时相对介质运动 (75)
第三节 超声波.....	(77)
声波在界面上的反射系数 (77)	超声波特性 (77)
超声波与物质相互作用机制 (77)	超声波的生物效应 (77)
超声波的发生和接收 (78)	超声诊断的应用原理 (78)
第四节 超声在医学上的应用.....	(79)
A型超声诊断仪 (79)	B型超声诊断仪 (79)
M型超声诊断仪 (80)	超声多普勒诊断仪 (81)
超声波治疗 (82)	
习题四.....	(83)
第五章 气体分子运动论.....	(84)
第一节 分子热运动及统计规律.....	(84)
分子热运动 (84)	麦克斯韦气体分子速率分布律 (85)
玻尔兹曼能量分布律 (87)	
第二节 理想气体的压强公式和能量公式.....	(88)
理想气体的压强公式 (88)	理想气体的能量公式 (90)
气体的分压定律 (92)	温度的定义 (93)
第三节 输运过程.....	(94)
输运现象 (94)	扩散及扩散定律 (94)
粘滞性和热传递的本质 (95)	
习题五.....	(96)
第六章 液体的表面性质.....	(98)
第一节 液体表面.....	(98)
分子力 (98)	表面层 (99)
表面张力 (100)	表面能 (101)
第二节 弯曲液面的附加压强.....	(103)

弯曲液面的附加压强公式 (103)	毛细现象 (104)	气体栓塞 (106)	
第三节 表面活性物质及表面吸附.....			(107)
表面活性剂 (107)	固体的吸附 (108)	肺泡的稳定 (109)	
习题六.....			(111)
第七章 热力学基础.....			(113)
第一节 热力学的基本概念.....			(113)
准静态过程 (113)	功、热量和内能 (114)		
第二节 热力学第一定律.....			(115)
热力学第一定律 (115)	热力学第一定律在理想气体上的应用 (116)	基础代	
谢 (119)			
第三节 热力学第二定律.....			(121)
可逆与不可逆过程 (121)	热力学第二定律的定性表述 (121)	热力学第二定律的	
统计意义 (122)			
第四节 熵 熵增与熵减.....			(123)
熵与无序 (123)	孤立系的熵增 (124)	生命体的熵减 (125)	
习题七.....			(126)
第八章 静电场.....			(128)
第一节 电场.....			(128)
库伦定律与电场 (128)	电场强度 (128)	点电荷系的场强 (129)	
第二节 高斯定律.....			(131)
电力线 (131)	电场强度通量 (132)	高斯定律 (133)	高斯定律的应用 (135)
第三节 电场力做功 电位.....			(137)
电场力做功 (137)	电位 (138)	点电荷电场的电位 (139)	电偶极子电
场的电位 (139)	电偶层电场的电位 (140)		
第四节 电位和场强的关系.....			(143)
等位面与电力线的关系 (143)	电场强度与电位梯度的关系 (144)		
第五节 电介质.....			(145)
电介质的极化 (145)	极化强度矢量 (147)	电介质内部的场强 (148)	
电介质的应用 (148)			
第六节 静电场的能量.....			(149)
电容 电容器 (149)	电容器中的能量 (150)	电场的能量 (151)	
第七节 电位移矢量 介质中的高斯定律.....			(153)
习题八.....			(154)
第九章 直流电.....			(157)
第一节 导体的电阻与电流密度.....			(157)
导体的电阻 (157)	电流密度 (158)	电解质导电 (159)	
第二节 单一闭合回路和一段含源电路的欧姆定律.....			(160)
电源电动势 (160)	闭合电路的欧姆定律 (161)	一段含源电路的欧姆定律 (163)	
第三节 基尔霍夫定律.....			(163)

复杂电路 (163)	基尔霍夫定律 (163)	
第四节 RC 电路的暂态过程		(165)
电容器的充电过程 (165)	电容器的放电过程 (167)	
习题九		(168)
第十章 磁场		(170)
第一节 磁感应强度		(170)
磁感应强度 (170)	电流的磁场 毕奥——沙伐尔定律 (172)	安培环路定理 (175)
第二节 电荷在磁场中的运动		(176)
带电粒子在磁场中的运动 (176)	霍尔效应 (178)	
第三节 磁场对载流导线的作用		(180)
载流导线在磁场中所受的力 (180)	磁场对载流线圈的作用 (181)	
第四节 物质的磁性		(183)
磁介质及其磁化 (183)	物质磁性的微观解释 (184)	磁导率 (186)
磁场强度 (186)	安培环路定理 (187)	
第五节 磁场的生物效应及医学应用		(187)
磁场的物理作用和生物效应 (187)	人体磁场 (188)	生物磁学在医学上的应用 (189)
第六节 电磁感应现象		(189)
磁通量 Φ_B (189)	电磁感应 (190)	自感现象 (191)
涡旋电场与涡旋电场的环流 (192)	磁场的能量 (193)	电磁振荡 (194)
第七节 电磁波		(195)
位移电流与全电流 (195)	全电流安培环路定理 (197)	麦克斯韦方程组 (197)
电磁波 (198)	电磁波谱 (199)	电磁波的应用 (200)
习题十		(201)
第十一章 波动光学		(204)
第一节 光的干涉		(204)
相干光源 (204)	光的干涉 (204)	薄膜干涉 (207)
第二节 光的衍射		(208)
单缝衍射 (209)	圆孔衍射 (210)	衍射光栅 (211)
第三节 光的偏振		(213)
自然光与偏振光 (213)	起偏与检偏 (213)	马吕斯定律 (214)
双折射二向色性 (215)		
第四节 旋光现象		(216)
旋光性 (216)	量糖计 (217)	
习题十一		(218)
第十二章 几何光学		(220)
第一节 球面成像		(220)
单球面折射 (220)	单球面的焦点和焦距 (221)	共轴球面系统 (224)
虚物和虚像的物理意义及符号 (225)		

第二节 透镜.....	(227)
薄透镜及其公式 (227) 薄透镜的组合 (229) 厚透镜 (230) 圆柱透镜 (233) 透镜的像差 (233)	
第三节 眼.....	(234)
眼的结构 (234) 眼的光学性质 (236) 眼的屈光不正及其矫正 (237)	
第四节 放大镜 检眼镜 纤镜.....	(241)
放大镜 (241) 检眼镜 (243) 纤镜 (244)	
第五节 光学显微镜.....	(246)
显微镜的基本结构 (246) 显微镜的放大率 (247) 显微镜的分辨本领 (248)	
习题十二.....	(251)
第十三章 光的量子性.....	(256)
第一节 温度辐射与非温度辐射.....	(256)
温度辐射 (256) 基尔霍夫辐射定律 (257) 非温度辐射及应用 (258)	
第二节 光的量子性.....	(259)
全辐射体模型 (259) 普朗克能量子假说 (261) 光电效应 (261) 爱因斯坦光子假说 (262) 内光电效应 (263)	
第三节 康普顿散射和德布罗意波.....	(264)
光子的质量与动量 (264) 康普顿散射 (264) 德布罗意波 (267)	
第四节 光的吸收.....	(267)
选择吸收与物体的颜色 (267) 朗伯——比尔定律 (268) 光电比色计原理 (269)	
习题十三.....	(270)
第十四章 原子物理基础.....	(272)
第一节 原子的量子态.....	(272)
波粒两象性 (272) 波函数和薛定谔方程 (273)	
第二节 核外电子的壳层结构.....	(274)
壳层结构 (274) 不确定关系 (276) 能级寿命与能级宽度 (277)	
第三节 原子光谱与分子光谱.....	(278)
原子光谱 (278) 分子光谱 (278) 吸收光谱 (279)	
第四节 x 射线的发生与谱线.....	(280)
x 射线的基本性质 (280) x 射线的产生装置 (280) x 射线的强度和硬度 (283)	
x 射线谱 (283)	
第五节 x 射线的吸收和剂量.....	(286)
x 射线的吸收规律 (286) x 射线的照射剂量 (288)	
第六节 x 射线的医学应用.....	(288)
x 射线诊断技术 (288) x 射线的治疗 (289)	
第七节 激光的产生.....	(290)
自发辐射 受激吸收和受激辐射 (290) 产生激光的条件 (291)	
第八节 激光的特性及应用.....	(293)
激光的特性 (293) 激光的生物作用 (295) 激光的医学应用 (297)	

习题十四	(298)
第十五章 原子核物理基础	(299)
第一节 原子核的性质	(299)
元素、核素及同位素 (299) 原子核的性质 (299)	
第二节 核衰变类型	(300)
γ 衰变和内转换 (301) α 衰变 (301) β 衰变 (302)	
第三节 放射性衰变定律	(303)
衰变规律 (303) 平均寿命 (304) 半衰期 (304) 放射性活度 (305)	
有效半衰期 (305)	
第四节 放射平衡	(307)
统计涨落 (307) 放射平衡 (307)	
第五节 射线与物质的相互作用	(310)
α 射线以及其它带电粒子和物质的相互作用 (310) $\gamma(x)$ 射线与物质的相互作用 (310)	
第六节 中子	(311)
中子的分类 (312) 中子的质量 (312) 中子的磁矩 (312) 中子的衰变 (312) 中子的波动性 (313) 中子源 (313) 中子在医学上的应用 (313)	
第七节 辐射防护	(314)
吸收剂量和剂量当量 (314) 射线的防护 (314)	
习题十五	(317)
附录一 基本物理常数	(318)
附录二 希腊字母表	(318)
附录三 中华人民共和国法定计量单位	(319)
附录四 习题参考答案	(321)

绪 论

从事生物医学研究和实践的人们为什么要具备一定的物理学方面的知识呢？或简单地说，为什么医学院校的学生要学物理呢？可否从下面这几个方面来回答这个问题。

1. 复杂的生命过程也遵守物质运动的基本规律，生命过程是复杂的，它不是低级、简单的物质运动。以人体为例，人身上的总血量约5kg，但小小的心脏可在一分钟内使其循环一次；心脏的收缩可使在主动脉处的血流速度高达100米/秒；心脏一天要搏动近十万次，假如人的寿命为一百年，在一生中心脏要收缩、舒张四十亿次。如此好的疲劳强度，是任何人工材料所望尘莫及的。人的股骨每平方厘米可承重220公斤；人体共有骨206块，通过这些骨的连结和相应的肌肉，人可以完成各种姿势和动作；经过训练的人甚至可以完成躯体弯曲360度的造型。

尽管如此，必须承认生命过程也遵守物质运动的基本规律，对它的研究也必须从这些基本规律出发。人的某些姿势或动作可用骨骼和可舒张、收缩的肌肉所构成的杠杆作用来解释；心脏的机械作用相当一个液体泵；心脏动作的完成是由心电信号控制的；神经传导的本质是生物电的传导；人们所以能看到五彩缤纷的世界是因为视网膜上有“视杆细胞”和“视锥细胞”，它们实际上是起着光电换能器的作用，等等。

生命过程中的各种现象完全可以用物质运动的基本规律加以准确地描写和解释。不承认这一点，我们会陷入“不可知论”的泥潭。但也得看到生命过程的复杂和特殊性，不能把它视为低级物质运动的简单迭加，这样做无疑是“机械唯物论”。

物理学研究的内容就是物质运动的基本规律，所以不掌握一定的物理学知识，将无法对生命过程进行深入地研究。

2. 生物医学与物理学密切相关

(1) 生物医学的发展离不开物理学的理论和技术。1850年光学显微镜制造成功，人们对生命体的观察从大体组织、器官进入细胞水平，并建立了细胞是生命体的基本单元为主导思想的生物学；1895年发现了X射线，1896年又发现了原子核的放射性，随后就应用于医学实践之中，出现了X射线诊断学；1930年电子显微镜问世，人们对生命体的观察又进入亚细胞水平，并形成了分子生物学。1950年人们成功地利用X射线衍射技术研究了蛋白质的结构，从而揭开了生命起源和遗传奥秘研究的序幕。1960年之后，生物医学领域大量引进了物理学的技术和理论，如电子技术、电子计算机技术、核技术、高分子材料，以及控制论，信息论、系统工程学。这使医学进入了现代医学的崭新阶段。

(2) 生物医学是实践性很强的学科，而物理学的技术是医学实践的有力工具。光学显微镜、X光机、心电、脑电、超声以及电疗、磁疗机在医学研究和临床上的应用早为人们所熟知。目前电子显微镜、射线和同位素、光谱分析、X射线结构分析、激光、电子顺磁共振、核磁共振等技术也得到了广泛应用。

(3) 物理学是深入认识生命过程、病理过程的基础。生命体内物质、能量的来源、吸收和输送；生物组织和生物分子的电性、磁性及光学性质；生物大分子的结构与功能；肌肉的收缩；兴奋的传导、听觉和视觉的物理过程；电磁波、超声波、激光及各种射线对机体的生物效应等方面的研究都离不开物理学。

总之，物理学的理论和技术对生物医学的发展提供了强有力的技术手段和严密、精确的理论基础。

下面谈一下应如何学习物理学。很多人认为，物理学太抽象、不具体、难以理解。有这种想法的人，实际上是对物理学研究中的主要方法——模型法不了解或不会运用。反之，如能正确地使用模型法，对我们能动地学好物理学是大有益处的。

模型是人们认识、研究问题的重要方法之一。模型是对研究对象特性或变化规律地抽象。用模型来研究事物的方法就是模型法或模拟。其实，模型随处可见，人们自觉或不自觉的都在使用。例如，一张交通路线图就是个模型，它用一张纸，若干条曲线及符号就可以告诉交通线路及城市分布；一个飞机模型会给出实际飞机的外型、基本结构，且可以用它来研究飞机的气动特性。在医学研究中用的实验动物也是一种模型，它是用来模拟人的某些生理或病理、药理过程。

在物理学中模型应用的更为普遍。经常用的是物理模型和数学模型。物理模型是实际事物的物理本质或功能的抽象或模拟。如研究流体运动规律用到的理想流体模型；研究振动中的简谐振动模型；研究气体宏观性质的理想气体模型等等。这些物理模型是对实际事物物理本质的抽象。而用电流代表血液流动的模型是对人体血液循环系统功能的模拟；电缆模型是用来模拟神经纤维的电学性质的物理模型。数学模型是指事物在数量特性或描写事物各参量的数量关系。例如 $PV = \frac{M}{\mu}RT$ ，就是理想气体的数学模型；欧

姆定律 $U = IR$ 是电流流动规律的数学模型。随着电子计算机应用的日益广泛，数学模型的使用也越来越多。数学模型给出了客观事物各参量间的内在联系，各参量又表示了客观事物的一种状态。如使参量的值改变，就相当调整了事物的状态，所以通过数学模型可以找出事物处于最佳状态时各参量间的数量关系。

应该指出，模型不是实际事物的简单放大或缩小，它是忽略或略去某些因素的简化或抽象。通过模型研究所得出的定律、公式等规律性的东西，都是以模型为条件的。一个正确的模型的建立不是一次就成功的，往往要经过多次反复，直到模型的模拟结果与实物的实验结果相符合为止。

模型法不仅在物理学中，在现代医学的研究中也已成为不可缺少的手段。如在定量生理学、生命系统的工程分析中都得到广泛应用。在某种意义上说，掌握学习和研究问题的方法，要比获得知识或成果本身更重要。

目前生物医学的发展趋势是：由定性到定量；由分立到系统；由物质运动的低级形态到高级形态。面对这一趋势，医学生应努力扩大知识面。特别是打好基础知识的坚实基础，掌握获取知识的方法。只有这样才能适应生物医学日新月异发展的形势。

(张泽宝)

第一章 人体力学基础知识

生物体的活动,除了有能量的输运、气体的交换、电信号的传导外,经常表现的是机械运动。例如由骨骼和肌肉所完成的人体各种动作和姿态。

生物力学是以力学的观点、方法研究生物体内力的现象的边缘科学。人体力学是生物力学的一个分支。在宏观方面,它以力学的理论和方法来研究人体的骨骼、关节、肌肉及脏器的结构和功能;在微观方面,研究生物大分子、生物聚合体及细胞的力学特性。因此人体力学与解剖学、组织学、生理学密切相关,并使这方面的研究从定性描述上升到定量研究。

本章将介绍一些人体力学所必需的力学知识,如刚体的转动、静力平衡、物体的弹性;并分析了几个人体内力学问题。本章的目的是为同学们今后学习人体力学和生物力学打下必要的物理基础。

第一节 矢量运算简介

物理量可以按它们与空间方向的关系给予分类。一类是如温度、密度等只有大小,而与方向无关的量,称为**标量** (scalar);一类是如速度、力等既有大小又带有方向的量,称为**矢量** (vector)。为了理解矢量的概念,并能进行简单的运算,本节先对矢量运算作一简练的介绍,以提供一些必要的预备知识。

【**矢量的加法和减法**】矢量的加法遵从**平行四边形法则**。设两矢量 $\vec{A}$ 和 $\vec{B}$,相加时,可将 $\vec{A}$ 、 $\vec{B}$ 平移,使它们的起点交于一点,再以 $\vec{A}$ 、 $\vec{B}$ 为邻边,作平行四边形。从 $\vec{A}$ 、 $\vec{B}$ 的交点作平行四边形的对角线,此对角线 $\vec{C}$ 即代表 $\vec{A}$ 和 $\vec{B}$ 两矢量之和,如图1-1(b)所示。用矢量式表示为:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \quad (1-1)$$

$\vec{C}$ 叫做**合矢量**,而 $\vec{A}$ 和 $\vec{B}$ 叫做 $\vec{C}$ 的**分矢量**。

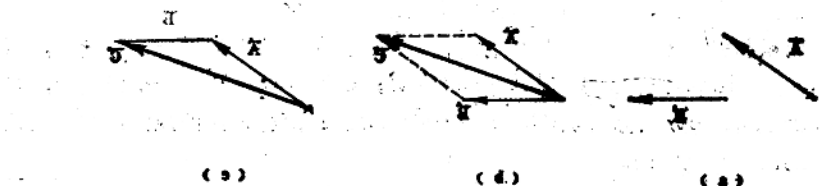


图1-1 矢量的加法

因为平行四边形的对边平行且相等,所以两矢量的加法也可以将矢量 $\vec{A}$ 的末端为始

点画矢量 $\vec{B}$ ，则由 $\vec{A}$ 的始点画到 $\vec{B}$ 的末端的矢量即为合矢量 $\vec{C}$ ，如图 1-1(C)，这法则为三角形法则。在任意多个矢量相加时，用三角形法则比较方便。

矢量 $\vec{A}$ 减矢量 $\vec{B}$ 的运算，就是矢量 $\vec{A}$ 加矢量 $-\vec{B}$ ，即 $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$ 。所以，求 $\vec{A} - \vec{B}$ 就是求 $\vec{A}$ 与 $-\vec{B}$ 的合矢量。如图 1-2(a)， $\vec{A}$ 与 $-\vec{B}$ 的合矢量为 $\vec{A} - \vec{B}$ 。因为平行四边形对边平行且相等，所以也等于由 $\vec{B}$ 的末端画到 $\vec{A}$ 的末端的矢量，如图 1-2(b)。如果求 $\vec{B} - \vec{A}$ ，用同样方法可知， $\vec{B} - \vec{A}$ 即由 $\vec{A}$ 的末端画到 $\vec{B}$ 的末端的矢量，如图 1-2(c)。

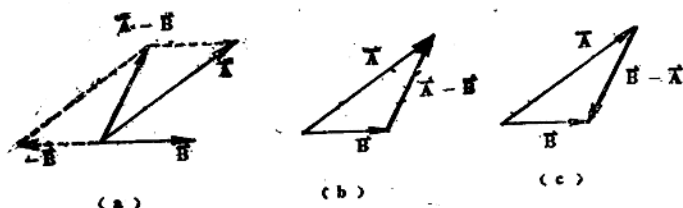


图1-2 矢量的减法

不难证明，矢量求和满足加法的“交换律”和“结合律”。即

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A} \quad (1-2)$$

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} \quad (1-3)$$

矢量相加可将两个或两个以上的矢量合成为一个矢量。同样，一个矢量也可以分解为两个或两个以上的分矢量。但一个矢量分解为两个分矢量时，则有无限多种分法，可是，如果先限定一些条件，如先限定两个分矢量的方向，则分法是唯一的。我们常将矢量沿直角坐标轴分解。由于坐标轴的方向已确定，所以任一矢量分解在各轴上的分矢量只需用带有正号或负号的数值表示即可。这些分矢量的量值都是标量，一般叫分量。例如矢量 $\vec{A}$ 在 x 轴和 y 轴上的分量分别为 A_x 和 A_y ，表示为

$$A_x = A \cos \theta \quad A_y = A \sin \theta \quad (1-4)$$

式中 θ 为 $\vec{A}$ 与 x 轴的夹角。若两分量 A_x 和 A_y 为已知，则矢量 A 的大小和方向可由下式决定：

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \quad \tan \theta = \frac{A_y}{A_x} \quad (1-5)$$

通过矢量的分量表示法，可以使矢量的加减运算得到简化。

【矢量的标积和矢积】两个矢量相乘有两种结果：两矢量相乘得到一个标量的，叫做标积 (scalar product) 或称点积 (dot product)；两矢量相乘得到一个矢量的，叫做矢积 (vector product) 或称叉积 (Cross product)。这两种乘法的规则都是根据几何上和物理上的需要来规定的。

1. 矢量的标积 设 $\vec{A}$ 、 $\vec{B}$ 为任意两个矢量，它们的夹角为 θ ，它们的标积用 $\vec{A} \cdot \vec{B}$ 来表示，可读作 $\vec{A}$ 点乘 $\vec{B}$ ，定义为

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta \quad (1-5)$$

上式表明, 标积 $\vec{A} \cdot \vec{B}$ 等于矢量 $\vec{A}$ 在矢量 $\vec{B}$ 方向上的投影 $A \cos \theta$ 与矢量 $\vec{B}$ 的大小的乘积, 如图1-3(a)所示, 也等于矢量 $\vec{B}$ 在矢量 $\vec{A}$ 方向上的投影 $B \cos \theta$ 与矢量 $\vec{A}$ 的大小的乘积, 如图1-3(b)所示。同样可得 $\vec{B} \cdot \vec{A} = AB \cos \theta$, 所以

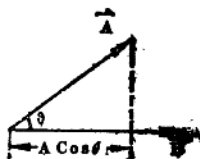
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A} \quad (1-7)$$

据此可推出 $\vec{A} \cdot \vec{A} = A^2$ (1-8)

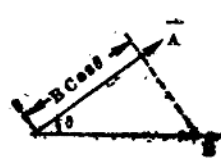
两矢量垂直时, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ (1-9)

容易证明, 结合律也是成立的, 即

$$\vec{C} \cdot (\vec{A} + \vec{B}) = \vec{C} \cdot \vec{A} + \vec{C} \cdot \vec{B} \quad (1-10)$$



(a)



(b)

图1-3 矢量的标积

2. 矢量的矢积 设 $\vec{A}$ 、 $\vec{B}$ 为任意两个矢量, 它们之间小于 π 的夹角为 θ , 则它们的矢积表示为 $\vec{A} \times \vec{B}$, 可读作 $\vec{A}$

又乘 $\vec{B}$, 若结果用矢量 $\vec{C}$ 表示, 则 $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ 。其定义如下:

矢量 $\vec{C}$ 的大小为

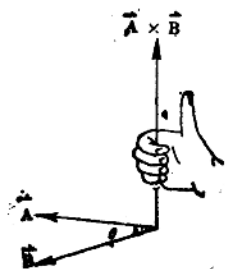
$$C = AB \sin \theta \quad (1-11)$$

矢量 $\vec{C}$ 的方向可按图1-4(a)所示的右手法则决定: 把右手四指沿 $\vec{A}$ 经 θ 向 $\vec{B}$ 弯曲, 则竖直大拇指的指向即为 $\vec{C}$ 的方向。从这一规定可以看出

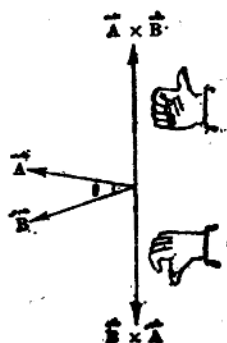
$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A} \quad (1-12)$$

即矢积不满足交换律。但结合律还是成立的,

$$\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C} \quad (1-13)$$



(a)



(b)

图1-4 矢量的矢积

第二节 刚体的转动

【角变量】刚体 (rigid body) 是在任何力的作用下, 它的形状及大小都不会改变的物体。也就是说, 刚体内各质点之间的距离保持不变, 刚体各部分之间没有相对运动。实际上, 只要在一定范围内, 物体形状和大小改变极小, 对所研究的问题不会产生影响, 就可以把它视为刚体。在这样的情况下, 刚体是一个有用的理想模型。

刚体最一般形式的运动有平移 (translation) 和转动 (rotation) 两个基本类型。平移时, 它的质点作平行的移动, 具有相同的速度和加速度, 因而可以把刚体当作一个质点来处理。转动时, 物体上各个质点都绕同一转轴作圆周运动, 它们的位移、速度、加速度不一定相同。如果转轴的空间位置不随时间改变, 就称为定轴转动。下面的讨论中, 我们只限于刚体的定轴转动。就是说, 只有转动, 没有平移。

在图1-5中, 刚体绕AA'轴转动。P为刚体上的一点, 过P点垂直于转轴的平面叫转动平面, 与转轴交于O点。P点在转动平面上绕O作圆周运动, OP为半径r。若取OX为参考线, OP与OX的夹角为 θ 。在转动过程中, 角 θ 随时间变化。

我们把 $\Delta\theta$ 称为角位移, 它与对应的弧长 Δs 和半径的关系为

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r} \quad (1-14)$$

把角位移对于时间的变化率, 称为角速度 (angular velocity), 用 ω 表示。若 Δt 时间内, 角位移为 $\Delta\theta$, 则平均角速度为

$$|\vec{\omega}| = \left| \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \right|$$

取这个极限值, 称为刚体在某一时刻的瞬时角速度, 即

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (1-15)$$

如果角速度也是随时间变化, 则引入角加速度 β 这个物理量

$$\vec{\beta} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (1-16)$$

角速度 $\vec{\omega}$ 是矢量, 它的方向可以用右手螺旋定则来确定。将右手四指弯拢的方向为刚体转动的方向, 则竖起大拇指所指的方向就是角速度矢量 $\vec{\omega}$ 的方向。

同样, 刚体转动的角加速度也可以用矢量来表示。若 $\vec{\beta}$ 与 $\vec{\omega}$ 同向, 则刚体作加速运动, 若 $\vec{\beta}$ 与 $\vec{\omega}$ 反向, 则刚体作减速运动。

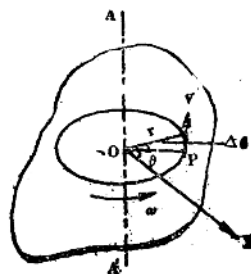


图1-5 刚体的转动

在刚体转动的运动学问题中, 线速度矢量就是角速度矢量与矢径 $\vec{r}$ 的矢积, 即

$$\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (1-17)$$

刚体中任一点的加速度为

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \vec{V} = \frac{d}{dt} (\vec{\omega} \times \vec{r}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$$

或
$$\vec{a} = \vec{\beta} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{V}$$

式中第一项是该点的切向加速度 $\vec{a}_t$, 第二项为该点的法向加速度 $\vec{a}_n$ 。

【转动的动能 转动惯量】转动的物体具有转动的动能, 它等于组成物体各质点的转动动能的总和。我们可用下述方法来求得。将刚体分成若干小部分, 当每一部分的大小和它到转轴的距离相比甚小时, 这一小部分可视为质点, 而整个刚体可看作为质点组。对于质点组来说, 任意两点间的距离保持不变, 每一质点的运动可用运动定律加以研究。这就提供了用质点动力学研究刚体运动的条件。

根据上述原则, 当刚体绕一固定轴作转动时, 刚体中与轴垂直距离为 r_i 的某一质点, 质量为 Δm_i , 速度为 $V_i = r_i \omega$, 如图1-6所示。则这个质点的动能为

$$\frac{1}{2} \Delta m_i V_i^2 = \frac{1}{2} \Delta m_i \cdot r_i^2 \omega^2$$

整个刚体的动能为所有质点动能之总和, 即

$$E_k = \sum \frac{1}{2} \Delta m_i V_i^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum \Delta m_i r_i^2$$

该式中的求和部分对于质量连续分布的刚体而言, 可转为积分, 即

$$E_k = \frac{1}{2} \omega^2 \int r^2 dm$$

若令

$$I = \sum \Delta m_i r_i^2 \text{ 或 } I = \int r_i^2 dm \quad (1-18)$$

则刚体动能可表为

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (1-19)$$

式中 I 称为刚体的转动惯量 (rotational inertia), 它是衡量物体转动惯性的物理量, 等于刚体中各质点 (或称质点元) 与该质点到转轴距离的平方的乘积的总和。它与平移运动中的质量的作用类似。

由式 (1-18) 可知, 一个物体的转动惯量不仅决定于它的形状, 而且还与它的转轴的位置有关。对于形状不规则的物体, 转动惯量的计算是很复杂的, 一般用实验测出。

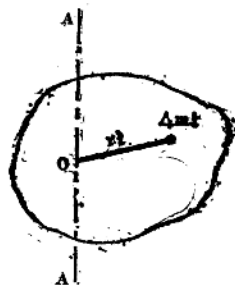


图1-6 转动的功能

只有对形状规则的物体, 才能用计算的方法求得相应的转动惯量。

【例题1-1】一根长为 l , 质量为 M 的均匀长棒, 绕一条与它的轴线垂直的转轴 AA' 转动,

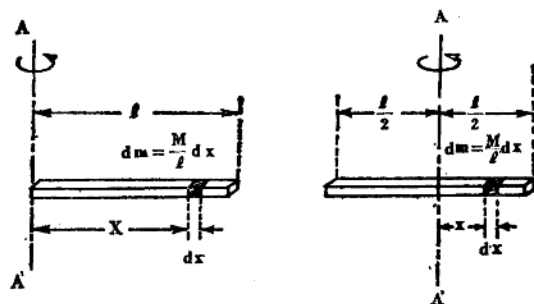


图1-7 均匀长棒的转动惯量

动, (a)当转轴通过它的一端时, (b)当转轴通过它的中央时, 求其转动惯量。

【解】(a) 当转轴通过它的一端时, 图1-7 (a) 所示, 可得

$$I = \int_0^l x^2 dm = \int_0^l x^2 \frac{M}{l} dx = \frac{M}{l} \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^l = \frac{1}{3} Ml^2$$

(b) 当转轴通过它的中央时, 如图1-7 (b) 所示, 则有

$$I = \int_{-l/2}^{+l/2} x^2 dm = \int_{-l/2}^{+l/2} x^2 \frac{M}{l} dx = \frac{M}{l} \left. \frac{x^3}{3} \right|_{-l/2}^{+l/2} = \frac{1}{12} Ml^2$$

对形状规则的物体, 均可用上述积分方法求得相应的转动惯量, 如直径为转轴的球体的转动惯量是 $I = \frac{2}{5} mr^2$, 球壳的是 $I = \frac{2}{3} mr^2$; 以轴线为转轴的直圆柱体的转动惯量是 $I = \frac{1}{2} mr^2$, 薄直圆筒的是 $I = mr^2$, 圆环的亦为 $I = mr^2$ 。

【转动定律】

1. 力矩 力矩的功 力 F 作用在物体的 P 点上, 物体将绕 O 点转动, 如图1-8。

设 OP 的距离为 r , 若矢径 $\vec{r}$ 的方向与力 $\vec{F}$ 方向的夹角为 φ , 则力矩 M 的大小为

$$M = rF \sin \varphi \quad (1-20)$$

若用矢量式表示, 则

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (1-21)$$

力矩的方向可由右手螺旋法则确定。矢量 $\vec{M}$ 总是垂直于 $\vec{r}$ 与 $\vec{F}$ 所在的平面。

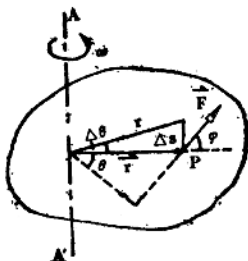


图1-8 力矩

下面我们讨论力矩所作的功。设作用力 F 是在转动平面上。在力的作用下, 当物体转动一微小角度 $d\theta$ 时, 作用点 P 的位移为 $rd\theta$, 于是力 F 作功为