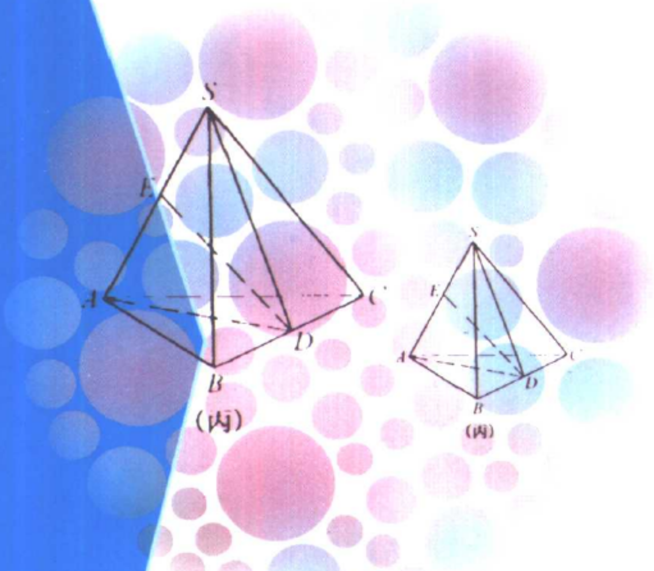
• 高考辞典系列

• 1994–2001 •

高考数学辞典

GAOKAO SHUXUE CIDIAN

刘明元 主编



华东理工大学出版社

高考辞典系列

高考数学辞典

·1994～2001·

主编　刘明元

华东理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考数学辞典·1994～2001·/刘明元等编著.—上海：华东理工大学出版社，2001.9
(高考辞典系列)
ISBN 7-5628-1046-X

Ⅰ.高... Ⅱ.刘... Ⅲ.数学课-高中-解题-升学参考资料 Ⅳ.G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 064264 号

高考数学辞典·1994～2001·

高考辞典系列 刘明元 主编

出版	华东理工大学出版社	**开本**	850×1168 1/32
社址	上海市梅陇路 130 号	**印张**	8.75
邮编	200237 **电话**(021)64250306	**字数**	231 千字
网址	www.hdlgpress.com.cn	**印次**	2001 年 9 月第 1 次
经销	新华书店上海发行所	**印数**	1-8000 册
印刷	上海长阳印刷厂印刷		

ISBN 7-5628-1046-X/G·214 **定价**：10.50 元

本辞典编撰者

刘明元　张雪霖　周志雄　胡伟民

丁杰冲　王敏杰　贾兴文　裘锦岩

高考辞典系列

总　　序

高等学校招生考试，无疑是我国影响最大的选拔性考试之一。历年高考试题，都是国家考试中心命题专家、学者集体智慧的结晶，既为高等学校选拔人才提供了客观、公正、科学的准绳，实际上也是检测中学教学实际水准和学生学习状况的标尺，近年来更朝着有利于培养学生综合素质的正确方向发展。

高考试题都是比较优秀的经典试题，其中也不乏构思独特、别具匠心的新颖妙题。中学教材中的同一知识点，高考试题可以作深层次的多方位的开掘；对中学教学中容易疏忽或不够重视的地方，高考试题中常会“出奇兵而击之”；那些经常沉浮于题海、似曾相识的“陈题”，在高考试题中也会翻出极富启发性的新意；每年各科高考的压轴题，更是许多专家、学者呕心沥血的杰作，无不光彩熠熠，耐人寻味……

本辞典系列汇集了最近 8 年（1994～2001）语文、数学、英语、物理、化学和综合各科高考全国及上海等地试卷的全部试题，由江苏、上海等地重点中学资深教师作详尽的解答和分析，并对今后高考的发展方向进行初步的预测，无论对任课教师或对应考学子都有很好的借鉴作用。

凡　　例

一、本辞典收录1994年～2001年数学高考全国卷和上海卷的全部试题。

二、试题按高考题型及数学知识点分类编排；在同一知识点中，按年份排列；同一年份的，按先全国，后上海排列。

三、每一试题，除列出原题外，填空题和选择题设“答”和“分析”栏目，解答题设“解答”（“证明”）和“分析”栏目。

四、“填空题”和“选择题”部分附“高考考题分布统计表”；“解答题”的各知识点和“填空题”、“选择题”中的5个知识点设“试题研究与高考导向”专题。

五、书末附各年份数学高考全国卷和上海卷的试题索引。

目　录

（☆ 处设[试题研究与高考导向]专题）

填空题 1

1.1 代　数

1.1.1 集合　简易逻辑

(1) (1997 全国)　已知 m, l 是直线，α, β 是平面，给出下列命题：

① 若 l 垂直于 α 内的两条相交直线，则 $l \perp \alpha$；

② 若 l 平行于 α，则 l 平行于 α 内的所有直线；

③ 若 $m \subset \alpha, l \subset \beta$，且 $l \perp m$，则 $\alpha \perp \beta$；

④ 若 $l \subset \beta$，且 $l \perp \alpha$，则 $\alpha \perp \beta$；

⑤ 若 $m \subset \alpha, l \subset \beta$，且 $\alpha \parallel \beta$，则 $m \parallel l$.

其中正确的序号是__________.（注：把你认为正确的命题的序号都填上）

[答]　①，④

[分析]　命题①是遵循了线面垂直的判定定理，故正确；命题②中，线面平行，不能说明线与面内所有直线都平行，因为线 l 与面 α 内无数多条直线是异面的；命题③中，线线垂直，无法确定面面垂直，因为如两平面是平行的，也会有线线垂直的情况；命题④是遵循了面面垂直的判定定理；命题⑤两直线在满足所设条件下，有异面的情况．

(2) (1998 全国)　关于函数 $f(x) = 4\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$　$(x \in \mathbf{R})$，有下列命题：

① 由 $f(x_1)=f(x_2)=0$ 可得 x_1-x_2 必是 π 的整数倍；

② $y=f(x)$ 的表达式可改写为 $y=4\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$；

③ $y=f(x)$ 的图像关于点 $\left(-\frac{\pi}{6},0\right)$ 对称；

④ $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=-\frac{\pi}{6}$ 对称．

其中正确的命题序号是____________．（注：把你认为正确的命题的序号都填上）

［答］ ②，③

［分析］ 由 $f(x_1)=f(x_2)=0$ 可得 $2x_1+\frac{\pi}{3}=k_1\pi$，$2x_2+\frac{\pi}{3}=k_2\pi$ $(k_1、k_2\in\mathbf{Z})$，故 $x_1-x_2=\frac{1}{2}(k_1-k_2)\pi$，故命题①不正确；由诱导公式可知 $4\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=4\cos\left[\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)-\frac{\pi}{2}\right]=4\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，命题②成立；函数 $y=f(x)$ 的图像是关于点 $\left(\frac{1}{2}\left(k\pi-\frac{\pi}{3}\right),0\right)$ $(k\in\mathbf{Z})$ 成中心对称图像，只要令 $k=0$ 即可，命题③正确；命题④中函数 $y=4\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 是关于直线 $x=\frac{1}{2}\left(k\pi+\frac{\pi}{6}\right)$ 成轴对称图像 $(k\in\mathbf{Z})$，令 $k=0,-1$，对称轴是 $x=\frac{\pi}{12}$ 或 $-\frac{5}{12}\pi$，故不正确．（当然上述命题也可以通过举反例来淘汰命题①和④．）

(3) (1999 全国) α、β 是两个不同的平面，m、n 是平面 α 及 β 之外的两条不同直线，给出四个论断：

① $m\perp n$，② $\alpha\perp\beta$，③ $n\perp\beta$，④ $m\perp\alpha$ 以其中三个论断作为条件，余下一个论断作为结论，写出你认为正确的一个命题：

____________________________．

［答］ $m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，$\alpha\perp\beta$，则 $m\perp n$；或，$m\perp n$，$m\perp\alpha$，

$n\perp\beta$，则$\alpha\perp\beta$.

［分析］ 在上述条件要求下一般可以组成4种不同的命题(其中有真、假命题). 构造命题，要把握空间中线面的位置关系.

(4) (2001 上海) 设集合 $A=\{x \mid 2\lg x=\lg(8x-15), x\in\mathbf{R}\}$，$B=\left\{x \mid \cos\dfrac{x}{2}>0, x\in\mathbf{R}\right\}$，则$A\cap B$的元素个数为__________个.

［答］ 1

［分析］ 通过化简集合A、B可得$A=\{3,5\}$，$B=\{x \mid 4k\pi-\pi<x<4k\pi+\pi, k\in\mathbf{Z}, x\in\mathbf{R}\}$，则$3\in B$，但$5\notin B$，故$A\cap B=\{3\}$.

(5) (2001 上海) 已知两个圆：$x^2+y^2=1$ ①与$x^2+(y-1)^2=1$ ②，则由①式减去②式可得上述两圆的对称轴方程. 将上述命题在曲线仍为圆的情况下加以推广，即要求得到一个更一般的命题，而已知命题应成为所推广命题的一个特例. 推广的命题为：____

［答］ 设圆方程：$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ ① 与$(x-c)^2+(y-d)^2=r^2$ ② $(a\neq c$或$b\neq d)$，则由①减②，得到圆的对称轴方程.

［分析］ 首先，要明确的是所构建的两圆方程必须是等半径的圆. 其次，两圆的圆心不同. 再次，在构造命题中，其形式与已知命题相应，更具一般性(即也包括特例).

【试题研究与高考导向】

本节中，主要包括了判定命题真伪和命题中条件与结论之间的联系这两个题型.

从内容分布看涉及到“立体几何”中的线、面之间的关系及函数的有关性质及特征.

从题型上看属于“多选题”和“开放题”两个类型.

对这些题目，首先，要求学生具有较扎实的数学知识，具有较强的判断、分析等综合能力．其次，对命题的结构有一个较清醒的认识，搞清条件与条件之间的充分性、必要性．

对于上述题型，近年来，从“全国卷”到“上海卷”已多次出现，涉及的数学知识面在不断地变化，应引起重视．

以下列举一个学生易犯错的问题：

[例题] 下列命题中错误的命题序号是________________________．

(1) 函数 $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像是由函数 $y=\cos 2x$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到的；

(2) 函数 $y=\frac{2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg}^2 x}$ 的周期是 $\frac{\pi}{2}$；

(3) 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=n^2+2n-1$，则 $\{a_n\}$ 是等差数列；

(4) 极坐标方程 $\rho=4\sin\theta$ 是以 $\left(2,\frac{\pi}{2}\right)$ 为圆心，半径为 2 的圆．

[答] (1)，(2)，(3)

[分析] 对于命题(1)，函数 $y=\cos x$ 应向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位．而学生往往认为平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位．原因在于未弄清函数 $y=f(x)$ 转化为函数 $y=f(x+a)$ 时，自变量由 x 转变为 $x+a$，才能达到真正平移 $|a|$ 个单位，不妨设 $f(x)=\cos 2x$，那么，$f\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\cos 2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$．

对于命题(2)，学生往往忽略了函数 $y=\frac{2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg}^2 x}$ 成立的定义域是 $\left\{x \mid x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}, x\neq k\pi\pm\frac{\pi}{4}, k\in\mathbf{Z}\right\}$，而直接将函数化

为 $y=\operatorname{tg}2x$，因此得其周期为$\frac{\pi}{2}$. 实际上，函数 $y=\operatorname{tg}2x$ 的定义域不应为$\left\{x \mid x \neq \frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$. 因此 $y=\frac{2\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{tg}^2 x}$ 的周期还是 π.

对于命题(3)，学生往往忽视 a_n 与 S_n 之间关系，必须是 $a_n=\begin{cases}S_1 & (n=1)\\ S_n-S_{n-1} & (n\geqslant 2)\end{cases}$，而仅仅运用 $a_n=S_n-S_{n-1}$. 本命题的结论应该是：非等差数列．

因此，只有命题(4)正确．

1.1.2 函数

(1) (1994 上海) 函数 $y=\sqrt{x^2-1}\ (x\leqslant-1)$ 的反函数________________.

[答] $y=-\sqrt{x^2+1}\ (x\geqslant 0)$

[分析] 求反函数的过程，实际上是根据原函数的解析式，求出 x 关于 y 的表达式．如对原函数 $y=\sqrt{x^2-1}\ (x\leqslant-1)$ 可求出 $x=\pm\sqrt{y^2+1}$，由 $x\leqslant-1$，可知 $x=-\sqrt{y^2+1}$，由原函数可知 y 的取值范围是 $y\geqslant 0$，进而通过 x、y 的互换可知函数 $y=\sqrt{x^2-1}\ (x\leqslant-1)$ 的反函数是 $y=-\sqrt{x^2+1}\ (x\geqslant 0)$.

求反函数一般地分成三个步骤：(1) 求出 x 关于 y 的表达式(根据 x 的取值范围进行取舍)；(2) 判定原函数的值域(因为原函数的值域可充当反函数的定义域)；(3) x 与 y 的互换，写出反函数的解析式(注意，对于反函数的解析式一定要指明其自变量的取值范围，即定义域).

(2) (1994 上海) 方程 $\log_3(x-1)=\log_9(x+5)$ 的解是________________.

[答] $x=4$

[分析] 先化同底，得 $\log_3(x-1)^2=\log_3(x+5)$，等价转化

为 $\begin{cases} x-1>0 \\ x+5>0 \\ (x-1)^2=x+5 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x>1 \\ x=4 \text{ 或 } x=-1 \end{cases}$ 故 $x=4$.

对于指数、对数方程，一般首先要化同底，然后，根据指数、对数的自身特性：如指数值大于零；对数的真数大于零；底数大于 0 不等于 1 等，将方程等价转化为代数方程来求解．

(3) (1995 上海) 1992 年底世界人口达到 54.8 亿，若人口年平均增长率为 $x\%$，2000 年底世界人口数为 y(亿)，那么，y 与 x 的函数关系式是________________.

[答] $y=54.8(1+x\%)^8$ (亿)

[分析] 这是一个增长率的问题．根据题意，从 1992 年底到 2000 年底这八年里的人口总量增长是遵循了每年按 $x\%$ 的速度增长．因此，1993 年底人口总数为 $54.8+54.8\times x\%=54.8(1+x\%)$；1994 年人口总数 $=54.8(1+x\%)+54.8(1+x\%)\times x\%=54.8(1+x\%)^2$；…… 依次类推，可得结果．

一般地，在确定函数解析式的问题时，往往事先给定了函数的类型(如二次函数，$y=A\sin(\omega x+\varphi)$，对数函数等)，再给定一些已知条件，可以通过待定系数法来求出其解析式．

(4) (1996 上海) 函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2-x)}}$ 的定义域是

________________.

[答] $\{x\mid 1<x<2\}$ (或$(1,2)$)

[分析] 要使函数有意义应具备条件

$$\begin{cases} 2-x>0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(2-x)>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<2 \\ 2-x<1 \end{cases} \quad \text{故 } 1<x<2.$$

一般地，判定函数的定义域，要把握的条件是：必须使得函数有意义的所有自变量的取值．通常是通过确定、建立不等式(组)来解出 x 的取值范围．在求定义域时要注意的是函数解析式中：(1) 分母含有自变量时，分母必须非零；(2) 偶次根式中被开方数含

有自变量时，被开方数要非负；(3) 对数的真数部分含有自变量时，真数必须大于零，底数部分含有自变量时，底数要大于零且不等于1；(4) 当函数解析式中，自变量同时受到多个条件的限制时，应建立不等式组，求自变量的共同取值范围(即求交集)等等．

另外，函数的定义域是一个集合概念，书写时应写成集合或区间形式．

(5) (1996 上海) 函数 $y=x^{-2}(x<0)$ 的反函数是 $y=$ ________．

[答] $y=-\sqrt{\dfrac{1}{x}}\quad(x>0)$

(6) (1996 上海) 方程 $\log_2(9^x-5)=\log_2(3^x-2)+2$ 的解是 $x=$ ________．

[答] 1

[分析] 方程变形为 $\log_2(9^x-5)=\log_2 4(3^x-2)$

等价转化为 $\begin{cases}9^x-5>0\\3^x-2>0\\9^x-5=4(3^x-2)\end{cases}$ 即 $\begin{cases}9^x-5>0\\3^x-2>0\\(3^x)^2-4.3^x+3=0\end{cases}$

故 $3^x=3$ 因此 $x=1$.

(7) (1998 上海) 函数 $f(x)=(x-1)^{\frac{1}{3}}+2$ 的反函数 $f^{-1}(x)=$ ________．

[答] $(x-2)^3+1\quad(x\in\mathbf{R})$

[分析] 参见 1.1.2 题(1).

(8) (1998 上海) 函数 $y=\begin{cases}2x+3, & x\leqslant 0\\x+3, & 0<x\leqslant 1\\-x+5, & x>1\end{cases}$ 的最大值是 ________．

[答] 4

[分析] 由于本题中，函数是分段函数，而且在 $x=0,-1$ 处，相邻两函数的函数值相同，因此，可以分别求出：函数 $y=$

$2x+3$, $x\in(-\infty,0]$; $y=x+3, x\in[0,1]$; $y=-x+5, x\in[1,+\infty)$ 的最大值 y_1, y_2, y_3. 由各自函数的单调性得 $y_1=3$, $y_2=4, y_3=4$, 所以, 函数

$$y=\begin{cases}2x+3, & x\leqslant 0\\ x+3, & 0<x\leqslant 1\\ -x+5, & x>1\end{cases}$$ 的最大值

$M=\max\{y_1, y_2, y_3\}=4$.

另外, 本题也可以通过作出函数的图像, 以最简捷的方法来判断函数的最大值. 如图 1.1－1,

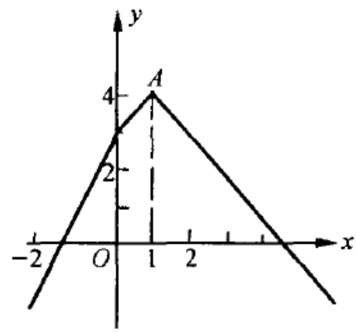


图 1.1－1

易见　$x=1$, $y_{\max}=4$

即在点 A 处.

(9) (1998 上海)　函数 $f(x)=a^x (a>0, a\neq 1)$ 在 $[1,2]$ 中的最大值比最小值大 $\frac{a}{2}$, 则 a 的值为________________.

[答]　$a=\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$

[分析]　由于指数函数 $f(x)=a^x$, 当 $a>1$ 时在 $x\in[1,2]$ 为递增; 当 $0<a<1$ 时, 在 $x\in[1,2]$ 为递减. 故需要分类讨论.

当 $a>1$ 时, $f(x)_{\max}=f(2)$, $f(x)_{\min}=f(1)$, 则 $a^2-a=\frac{a}{2}$, 得 $a=\frac{3}{2}$; 当 $0<a<1$ 时, $f(x)_{\max}=f(1)$, $f(x)_{\min}=f(2)$, 则 $a-a^2=\frac{a}{2}$, 得 $a=\frac{1}{2}$.

对于含有参数的函数的最大值和最小值的问题, 一定要注意分类讨论.

对于求函数的最大值、最小值(包括函数的值域)等问题, 应注重研究函数的单调性.

(10) (1998 上海)　$\lg 20+\log_{100}25=$ ________________.

［答］ 2

［分析］ 这是对数的运算问题，一般在计算时，因对数的底数不同，所以要化同底，即 $\lg 20 + \log_{100} 25 = \lg 20 + \log_{10^2} 5^2 = \lg 20 + \lg 5 = 2$.

(11)（1999 上海） 函数 $f(x) = \log_2 x + 1\ (x \geqslant 4)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$ 的定义域是____________.

［答］ $x \in [3, +\infty)$

［分析］ 原函数的值域就是反函数的定义域.

(12)（2000 上海） 函数 $y = \log_2 \dfrac{2x-1}{3-x}$ 的定义域是____________.

［答］ $\left\{x \mid \dfrac{1}{2} < x < 3\right\}$ $\left(\text{或}\left(\dfrac{1}{2}, 3\right)\right)$

［分析］ 只要 $\dfrac{2x-1}{3-x} > 0$.

(13)（2000 上海） 已知 $f(x) = 2^x + b$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$，若 $y = f^{-1}(x)$ 的图像经过点 $Q(5,2)$，则 $b =$________.

［答］ 1

［分析］ 原函数的图像与其反函数的图像关于直线 $y=x$ 对称，因此，原函数的图像必过点 $(2,5)$，由待定系数法可知：$f(2) = 5$，即 $2^2 + b = 5$，故 $b = 1$.

(14)（2000 上海） 设函数 $y=f(x)$ 是最小正周期为 2 的偶函数，它在区间 $[0,1]$ 上的图像为如图 1.1－2 所示的线段 AB，则在区间 $[1,2]$ 上，$f(x) =$____________.

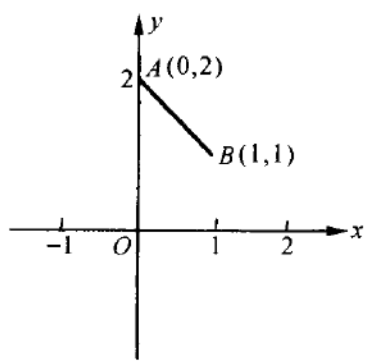


图 1.1－2

［答］ x

［分析］ 本题是较综合的问题，它涉及到函数的奇偶性、周期性等知识．根据函数是偶函数这一条件，可知线段 AB 关于 y 轴对称得 AB'，又由