

中国数学史大系

第三卷 东汉三国



国家“八五”重点
图书规划项目

吴文俊 主编

北京师范大学出版社

ZHONGGUO SHUXUESHI DAXI

第一编

张衡、赵爽等的学术成就

本编主要讲述《九章算术》成书以后到三国中期的数学发展史。这个时期，《九章算术》在社会上广泛流传，成为人们学习数学和社会实际应用的主要数学著作。《周髀》大约晚于《九章算术》一个半世纪流到官府以外，一般平民得以学习和研究。主要数学家有张衡、刘洪、徐岳、赵爽等，其中以赵爽的成就最为突出。

第一章 张衡等在数学上的贡献

《九章算术》做为国家的专书，保存在国家图书馆和技术经济部门，将其做为计算的依据，但是东汉建立不久就开始有人学习和研究，也就逐渐流向了社会。

第一节 东汉社会与《九章算术》的流传

东汉建立以后，刘秀比较注意文化事业，建武五年（29年）在洛阳立太学，并亲自去察看，“赐博士弟子各有差”^①。七年（31

^① 《后汉书》卷一上“光武帝纪上”。

年)又下诏,要求各级官员推举贤良、方正。中元元年(56年)建立明堂、灵台、辟雍^①。灵台是帝王祭天的场所,也是观测天象的天文台。东汉的这座天文台高3丈,有12个门。天文台由太史管理,最高负责人为太史令,“掌天时、星历,凡岁将终,奏新年历”,当然祭祀等也是该机构的职责。太史令以下有太史丞,掌候日月星气,还有42人为待诏,其中14人候星,2人候日,3人候风,12人候气,3人候晷景,7人候钟律,1人为舍人(搞一般事务工作)^②。东汉的天文研究工作,都是在这个台上进行的。根据分工情况来看,也负责气象观测。

关于田租的规定,在西汉景帝二年时为三十而税一,是很轻的。可是在东汉初年由于多次用兵,把税率提高到十分之一,一下子增加了两倍!但不久刘秀认识到问题的重大,于是在建武六年十二月(公元31年1月左右)下诏恢复旧制。诏说:“顷者师旅未解,用度不足,故行什一之税。今军士屯田,粮储差积。其令郡国收见田租三十税一,如旧制。”^③就是说军需通过军队屯田的办法解决,不要使农民过重负担。对于调动农民的积极性,发展生产起了作用。

经过几十年的发展,到汉明帝时虽已是比较繁荣,但他仍特别注意劝农生产。永平十年(67年)四月下诏说:“昔岁五谷丰衍,今兹蚕麦善收,其大赦天下。方盛夏长养之时,荡涤宿恶,以报农功。百姓勉务桑稼,以备灾害。吏敬厥职,无令愆情。”^④不论百姓,或是官员都不要因为连年丰收,而忘记备灾,还是努力生产和加强管理。永平十二年(69年),“天下安平,人无徭役,岁

① 《后汉书》卷一下“光武帝纪下”。

② 《后汉书》卷二五“百官二”及注。

③ 《后汉书》卷一下“光武帝纪下”。

④ 《后汉书》卷二“显宗孝明帝纪”。

比登稔，百姓殷富，粟斛三十，牛羊被野。”^①真是一派繁荣景象。

长期失修的汴渠，这时被提到议事日程，永平十二年引见水利专家王景，“问以理水形便”。王景于是“陈其利害”，提出修筑方案，夏天动工，调集数十万士兵上渠，到第二年夏天完成。王景及王吴等受到奖励^②。这对河南、山东等有关地区的农业发展有很大好处。

东汉在一些制度方面也有考虑，例如放宽盐铁专营，汉和帝章和二年（88年）下“戊寅^③诏”，“罢盐铁之禁，纵民煮铸”，但要交税^④。到东汉后期，大约根据这次诏书的精神，灵帝光和二年（179年）由大司农做了关于度、量、衡等规定，刻在铜版上，其文字流传至今。全文如下：

大司农以戊寅诏书，以秋分之日，同度量、均衡石、桷^⑤斗桶、正权概，特更为诸州作铜斗、斛、称，依黄钟律历、《九章算术》，以均长短、轻重、大小，以齐其政，令海内都同。光和二年闰月廿三日。大司农曹棱亚、淳于宫，右仓曹朱音、史韩鸿造。^{⑥⑦}

这里特别重要的是把《九章算术》和黄钟律历做为制造度量衡的标准定了下来，只有官书才能有这样的规定。

事实说明，东汉政府对《九章算术》相当重视，在世界上都

① 《后汉书》卷二“显宗孝明帝载”。

② 《后汉书》卷七六“王景”。

③ “戊寅”为章和二年四月戊寅日。

④ 《后汉书》卷四“孝和孝殇帝纪”。

⑤ “桷”音决（jué）。方形椽子。这里是指像椽子那样的方形量器。

⑥ 《筠清馆金石记》卷五。

⑦ 引文中的“戊寅诏书”是否即章和二年四月戊寅日，需要讨论。该日到179年相隔差不多100年，时间太久。过去理解为戊寅年，东汉在179年前有两个，即78年和138年，但该两年都没有相应的诏书。理解为戊寅日是一种新的思路。

是极少见的。但是《九章算术》的流传，始于1世纪，也就是“戊寅诏书”前后。马续就是精通《九章算术》者之一。

马续是东汉初马严（17~98）之子。严最初习武，后来“专心攻典，能通《春秋左氏》，因览百家群言，遂交结英贤，京师大人咸器之”。马严有7个儿子，知名的有马融和马续，马续可能是7人中之第6个，他“七岁能通《论语》，十三明《尚书》，十六治《诗（经）》，博览群籍，善《九章算术》”^①。这是受家学影响所致，对《九章算术》的研习也是在这种环境中进行的。他父亲马严既然在京城里受到人们的器重，因此他必有更多的机会阅览国家各部门的藏书。根据上引资料，可以判断出，马续“善《九章算术》”是在青年时代，约在公元80年前后。

东汉前期，由班固（32~92）编撰西汉的史书《汉书》，未及完成便死于狱中。未完的部分包括八表和天文志两者。马续完成了天文志部分，现在《汉书》卷二六“天文志”即出于其手。而八表则是由班固的妹妹、女数学家班昭完成的。

班昭，字惠班，博学高才，嫁扶风（今陕西西北部）曹世叔为妻，曹早死。汉和帝诏她到国家图书馆——东观搜集资料，续成八表。这对班昭来说是一个极好地学习和研究天文数学的机会。在宫内产生很大影响，多次被召入宫，“令皇后诸贵人师事焉”。即给皇后等人当老师，号曰“大家”。特别是受到邓皇后的信任，封她的儿子为宫内侯，做了高官。马续的弟弟马融从班昭学习已完成部分的《汉书》，这才引起由马续完成“天文志”的编写工作^②。她精通数学，邓皇后又是一个很爱学习的女人，“从曹大家（班昭）受经书，兼天文、算数”^③。可以肯定地说，班昭也必研习过

① 《后汉书》卷一四“马援列传”。

② 《后汉书》卷八四“曹世叔妻”。

③ 《后汉书》卷十上“皇后妃上”。

《九章算术》。因为她能自由进入东观看书，教邓皇后的算数很可能就是《九章算术》的某些内容。

第二节 张衡的数学研究

张衡（78~139）字平子，河南南阳人，是中国历史上最著的科学家之一。青少年时代在京师洛阳游学，写了一些文学作品，24岁时为南阳郡主簿，34岁成为京官郎中，38岁升为太史令，这是国家天文历法机构的最高官职。44岁为公车司马令。6年之后又复为太史令，最后升为尚书之职。在两度担任太史令期间，张衡进行了卓有成效的科学研究，制造过指南车等机械，特别是候风地动仪为科学史上的杰作。他还作有浑仪和浑象等天文仪器，在中国天文仪器史上影响深远，后来的有关天文仪器可以说都是在张衡的基础上改进和发展起来的。他作有《灵宪》、《浑仪图注》、《漏水转浑天仪注》、《算罔论》等科学著作。其中《算罔论》被认为是数学著作，但因其早已失传，内容无法确知。张衡研究过《九章算术》则是肯定的。



《九章算术》卷四“少广”第24题是已知球的体积而求其直径，但求法的步骤（公式）很不精确，竟有大于 $1/6$ 的误差，前已述及。首先注意到这个问题，并试图解决的人为张衡。刘徽在该题作注时引了张衡的一段话，并对张衡进行了批评：

张衡算又谓立方为质，立圆为浑。衡言质之与中外之浑：六百七十五尺之面开方除之，不足一，谓外浑积二十六也。内浑二十五之面，谓积五尺也。今徽令质言中浑，浑又言质，则二质相与之率，犹衡二浑相与之率也。衡盖亦先二质之率推以言浑之率也。衡又言质六十四之面，浑二十五之面。质复言浑，谓居质八

分之五也。又云：方八之面，圆五之面。圆浑相推，知其复以圆围为方率，浑为圆率也，失之远矣。衡说之自然，欲协其阴阳奇偶之说而不顾疏密矣。虽有文辞，斯乱道破义，病也。

张衡为了叙述简便，把立方叫做“质”，立圆叫做“浑”。“张衡算”有可能是指张衡《算罔论》，而简称之。

上面的大段文字参考白尚恕的今译^①解释如下：

张衡认为球的内接立方体与外切立方体的体积关系为：

$$\frac{\text{球外切立方体体积}}{\text{球内接立方体体积}} \approx \frac{d^3}{a^3} \approx \frac{\sqrt{675+1}^{②}}{\sqrt{25}} = \frac{26}{5}。$$

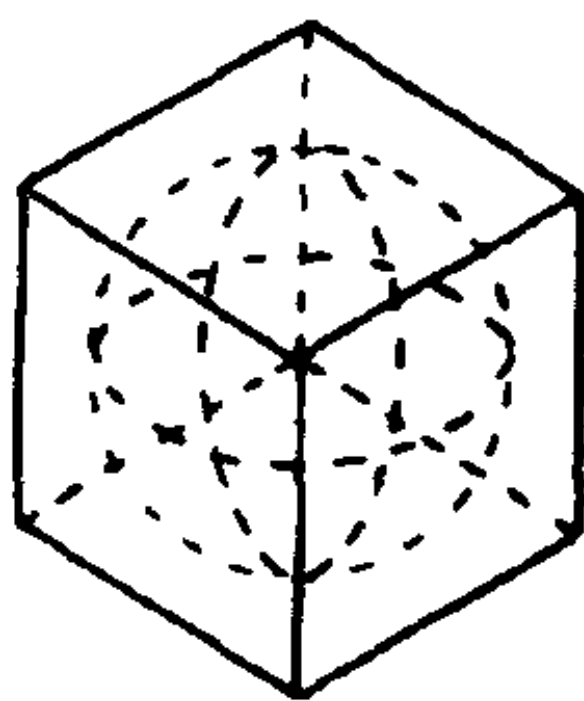


图 1·1·1 立方体及其内浑

刘徽经计算立方体外接球体积与内切球体积之比也是 26 : 5。张衡又提出：立方体体积相当于面积为 64 的（正方形的）边，而内切球体积相当于面积为 25 的（正方形的）边，即

$$\frac{\text{立方体体积}}{\text{内切球体积}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{25}} = \frac{8}{5}。$$

由此推得

$$\text{内切球体积} = \frac{5}{8} \times \text{立方体体积}。$$

张衡又说，正方形面积相当于面积为 8 的边，而其内切圆的面积则相当于面积为 5 的边，即

$$\frac{\text{正方形面积}}{\text{内切圆面积}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}}。$$

① 白尚恕. 九章算术今译. 济南：山东教育出版社，1990，164~165

② 这个数是经过计算得到的，为简化而略去计算过程。

这就又归到旧术上了，实际还是以圆柱（高与直径相等）为方率，其内切球为圆率，即“以圆囷为方率，浑为圆率”，于是刘徽指出：“失之远矣。”刘徽认为，张衡失误的原因是因为他想协调于阴阳、奇偶之说而不考虑结果是粗疏还是精密了。

张衡的研究结果虽然不可取，可是有两点值得注意：其一是所研究的问题来自《九章算术》，现在尽管没有直接的资料证明这一点，而他研究过《九章算术》则可以肯定。从张衡的地位和工作性质，他看到《九章算术》是顺理成章的。其二是张衡考虑问题的思路对后人有很大启发，对正确解决球的体积与直径的关系开辟了道路。

与上面的问题相联系的还有圆周率问题。上一章已经指出，《九章算术》中的圆周率值为3，刘歆虽然用过新值，但未写进《九章算术》。张衡在研究球的问题时已注意到这一点。刘徽在注中说：

如按衡术，方周率八之面，圆周率^①五之面也。令方周六十四尺之面，即圆周四十尺之面也。又令径一尺，方周四尺，自乘得十六尺之面，是为圆周率一十之面，而径率一之面也。

这段话的意思是：按张衡的算法有

$$\frac{\text{正方形的面积}}{\text{内切圆的面积}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}}。$$

若令方周为 $\sqrt{64}$ ，则圆周便是 $\sqrt{40}$ ，即

$$\frac{\text{正方形的面积}}{\text{内切圆的面积}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{40}}。$$

又假如圆径为1尺，则方周就是4尺，也可看做方周为 $\sqrt{16}$ 。这时内切圆的周长当为 $\sqrt{10}$ ，而径为 $\sqrt{1}=1$ 。因而有“圆周率一

① 此“圆周率”是与“方周率”对应而言的，指两者的比率，而不是圆周率 π 。

十之面，而径率一之面”，亦即

$$\text{圆周} : \text{直径} = \sqrt{10} : \sqrt{1} = \sqrt{10}.$$

也就是说张衡推得了 $\pi = \sqrt{10}$ ($=3.16$)。刘徽说“衡亦以周三径一之率为非是”，同时又指出“增周太多，过其实矣”。不过，还是比 $\pi=3$ 要精密许多。

张衡在天文学研究中也用到了圆周率，他以“日月在径当周天七百三十六分之一，地广一百三十二分之一”。按此而论，天周分母为圆周之率，地广分母为圆径之率，即

$$\frac{1}{736} \bigg/ \frac{1}{132} = \frac{132}{736}.$$

“以八约之，得周率九十二，径率二十九”^①，于是有

$$\pi \approx \frac{92}{29} (=3.172\cdots)$$

这是张衡的第二个圆周率值。

在张衡的《灵宪》也有圆周率的内容^②。

第三节 天算家刘洪等的工作

东汉后期由于天文历法的研究，涉及到不少数学问题，天文历法家对数学做出了自己的贡献。其中最有名的是刘洪，以及和他同时代的蔡邕。

刘洪，字元卓，泰山蒙阴（今山东蒙阴）人，汉鲁王之宗室，汉桓帝延熹中（158~166），以校尉应太史征，释郎中，又升为常

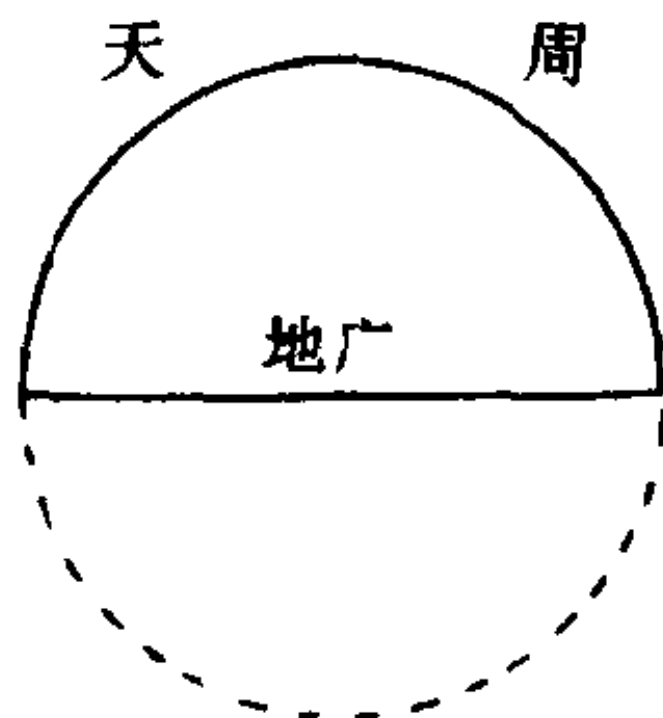


图 1·1·2
“天周地广”图

① (唐) 瞿昙悉达·开元占经卷一。

② 钱宝琮. 张衡灵宪中的圆周率问题. 《科学史集刊》第一期, 1958 (1), 86~

山长史，因其父去世，辞官。后又拜郎中，“检东观著作《律历记》，迁谒者，谷城门侯，会稽东都尉”。死在山阳（在今山东济宁市东南一带）太守任上。他精通数学，“当世无偶”。又造《乾象历》，经过十余年考验日月运行，所论都与天象符合^①。3世纪的张华（232～300）对刘洪评价说：“洪笃信好学，观乎六艺群书意，以为天文算术，探颐索隐，钩深致远，遂专心锐。”^②

刘洪的数学“当世无偶”是人们公认的，蔡邕认为：“先治律历，以筹算为本，天文为验，请太史旧注，考校连年，往往颇有舛舛，当有增损，乃可施行，为无穷法。”要做好这件工作，必须请精通数学的刘洪参与才行，“郎中刘洪，密于用算”，于是向朝廷推荐^③。刘昭说：“光和中（178～183），议郎蔡邕、郎中刘洪补续《律历志》，邕能著文，清浊钟律，洪能为算，述叙三光。”^④

东汉章帝元和二年（85年）开始采用《四分历》，其中有些内容较好，且有创新，可是也存在一些问题。刘洪的工作即与此有关，何承天（370～447）说：“光和中谷城门侯刘洪始悟《四分（历）》于天疏阔……而造《乾象法》，又制《迟疾历》以步月行，方于《太初（历）》、《四分（历）》，转精密矣。”^⑤刘洪的工作缘起于对《四分历》的研究，而在所作《乾象历》中，他“多所创新，影响深远，在我国古代历法史上占有极其重要的地位”^⑥。此外他还著有《七曜历》，因其早已失传，而不知内容。

① 《后汉书》志第二“律历中”，刘昭引《袁山松书》。

② 同上引《博物记》。

③ 《后汉书》志第三“律历下”刘昭注引蔡邕语。

④ 《后汉书》志第三“律历下”。

⑤ 《后汉书》志第三“律历下”，刘昭注引何承天语。

⑥ 陈美东，刘洪的生平、天文学成就和思想，自然科学史研究，1986，5（2）；

刘洪有《九章算术》之作^①，也早已失传，与本节所谈之官书《九章算术》有何关系已无从得知，但由此可知他必研究过官书《九章算术》。据前面的资料，知刘洪为当时著名数学家，遗憾的是由于著作失传，数学研究成果也遭埋没，只能从他的《乾象历》中窥见一点点。例如对正负数的利用，《四分历》中已有：

强，正；弱，负也。其强弱相减，同名相去，异名从之^②。此即正负数减法法则。“同名相去”，“相去”就是减去，也就是绝对值相减；“异名从之”，“从之”就是相加，也就是一正一负相减时变成绝对值相加。《乾象历》在“求月去极度”时对正负数加减法则有完整的叙述：

强，正；弱，负。强弱相并，同名相从，异名相消；其相减也，同名相消，异名相从。无对互之^③。

与《九章算术》的正负术相比较，更清晰一些，容易理解。其中“无对互之”一语与《九章算术》中的“正无人负之”等四句相对应，“无对”和“无人”的含义相同。

刘洪在天文研究中遇到了大量的分数计算，有的相当复杂，例如在交食计算中“后限”为

$$12 \frac{3912 \frac{1752}{2209}}{7874}$$

日，从半个交点月长度 $13 \frac{5203}{7874}$ 日中减去此数得

$$1 \frac{1290 \frac{457}{2209}}{7874}$$

① 李俨，中国古代数学史料。上海：中国科学图书仪器公司，1954，50 页所引原著中有的把书名误为《九京算术》。

② 《后汉书》志第三“律历下”。

③ 《晋书》卷十七“律历中”。

日^①。当时使用筹算进行计算，不用这种阿拉伯数码，布置出一个繁分数相当麻烦。古人未留下一个实例，也没有文字说明，推测是拆开进行的，把计算结果分散在不同地方记录。

东汉早期的天文学家李梵、苏统等人发现了月亮经一个近点月在近地点时运行速度最快，刘洪则进一步明确地给出了近点月亮度的计算方法和数据，且测得月亮经一近点月，近地点向前推进约 3.1 度。刘洪还测得月亮在一近点月内每日的经行度数，列出表格，表示在近地点后整日数 n 与共行度数 $f(n)$ 间的对应关系。设 $\Delta = f(n+1) - f(n)$, $0 < s < 1$, 则刘洪用下列公式

$$f(n+s) = f(n) + s\Delta$$

计算近点月后 $n+s$ 日时月亮共行度数^②。这是一个一次内插法公式，后来不少天文学家使用它。

和刘洪同时代的蔡邕（133~192）也对数学有一定研究。他在讨论天文问题时，涉及到了圆周率，“玉衡是八尺……径八尺，周二尺五寸而强”^③。说明蔡邕知道 $\pi > 25/8$ ($=3.125$)。

东汉末的著名学者郑玄（127~200）也精通数学，对《九章算术》有所研究。他曾从刘洪学习《乾象历》，可以说是刘洪的学生。郑玄字康成，北海高密（今山东高密县一带）人，少年时代便开始学习数学，八九岁能计算乘除，到青年时代更是博览群书，兼精算术^④。他的学习地点主要是在太学，“通《京氏易》、《公羊春秋》、《三统历》、《九章算术》”，以及《礼记》等书，老师中还有马续的弟弟马融^⑤。他学习《九章算术》的年代约在 150 年前后。

① 陈美东. 刘洪的生平、天文学成就和思想. 自然科学史研究, 1986, 5 (2): 129~142

② 钱宝琮主编. 中国数学史. 北京: 科学出版社, 1964, 103

③ 《史记》卷一“五帝本纪第一”，唐张守节所作“正义”于“璿玑玉衡”下引。

④ [梁] 刘孝标. 世说新语，卷上之下，引《高士引》。

⑤ 《后汉书》卷三五“张曹郑列传”。

他在注释《周礼》时曾引“九数”的全部名称，而且说是引自郑众，在第二卷已讲过，兹不重述。郑玄还注《中候》、《乾象历》，著《天文七政论》等大量书籍^④。

通过上述事实可以看出，《九章算术》在东汉已广为人知，学习和研究数学的人都离不开它，再加上大司农的规定，其地位已完全确立。

第四节 徐岳的数学研究

刘洪的天算工作在东汉末期和三国时代有广泛地影响，他的《乾象历》很多人都在研究。特别是他有一个学生叫徐岳的，不仅是一位天文学家，而且是数学家。

徐岳所处的虽是一个战乱的时代，但数学却有一定发展，尤其是到三国末发展更快，其原因如下：

首先是客观需要，历法改革、机械制造、甚至军事技术等方面都需要数学作为工具。在上面提到的人中，大多研究并精通天文历法，尤其在北方的魏国于黄初中（220～226）由太史令高堂隆、太史丞韩翊以及陈群、董巴、许芝等进行了一次历法大讨论，且持续了好几年。先是高堂隆提出历法改革问题，韩翊改《乾象历》造《黄初历》。但是尚书令陈群认为还需要进行讨论，许芝、孙钦、董巴都参与进来，特别是刘洪的学生徐岳也到场，讲述《乾象历》的各种优点，认为韩翊的《黄初历》不如《乾象历》精密。参加辩论的还有李恩、杨伟。杨伟指出：“今韩翊据刘洪术者，知贵其术，珍其法。而弃其论，背其术，废其言，违其事，是非必使（刘）洪奇妙之式不传来世。”对《黄初历》进行了严厉批评。在辩论还没有结果的时候，因魏文帝去世而搁浅。后来杨伟独立进行研究，到景初元年（237年）完成《景初历》，上奏魏明帝，并

批准施行^①。《景初历》是三国时期最好的历法，一直用到魏亡。在四川的蜀汉未造新历法，仍用《四分历》。

在长江以南的吴国很重视《乾象历》，影响很大，阚泽、王蕃都是《乾象历》的研究者和鼓吹者。据记载：“吴中书令阚泽受刘洪《乾象法》于东莱徐岳，又加解注。中常侍王蕃以（刘）洪术精妙，用推浑天之理，以制仪象及论，故孙氏（吴）用《乾象历》，至吴亡。”^②原来阚泽是徐岳的学生，是刘洪的徒孙。

历史上对《乾象历》评价很高：“自《黄初（历）》，已后，改作历术，皆斟酌《乾象（历）》所减斗分、朔余、月行阴阳迟疾，以求折衷。（刘）洪术为后代推步之师表。”^③

刘洪造了《乾象历》，不仅在天文历法和数学方面有所贡献，而且影响和造就了大江南北的一批学者，有郑玄、徐岳、杨伟、阚泽、王蕃等等，赵爽大约也在其中。这些人大都是数学家。实际上天文学研究离不开数学，天文学家又是数学家乃是自然之事。

三国时期的魏人马钧制造了水车，改进了织绡机，吴人葛衡作浑仪，“使地居天中，以机动之，天转而地止，以上应晷度”^④。诸葛亮“性长于巧思，损益连弩，木牛流马，皆出其意；推演兵法，作八阵图，咸得其要云”。他的木牛流马的构造虽然至今还在讨论，没有得出公认的结论，但是根据记载，有各种部件的尺寸^⑤。诸葛亮有文集24篇，其第五篇为“计算”^⑥，具体内容为何因未有进一步记载而不明，从篇名可知应是数学，很可能是属于军需、部队编制、阵法等方面的计算问题。

魏对于度量衡有所改变，也与数学有关。

①②③《晋书》卷十七“律历中”。

④《三国志》卷六三“吴书·赵达”注引《晋阳秋》。

⑤⑥《三国志》卷三五“蜀书·诸葛亮”及注。

造纸术发明于汉代，到东汉末和三国时期已相当普及，这给数学的广泛传播和研究，创造了极好的条件。如果说在这之前，数学家画图形用木版和帛，而这时则用纸，有的数学家明确提到了用纸画图便是例证。

数学的发展，除客观需要的推动外，还与数学自身的矛盾有关。官书“周髀”和《九章算术》都是只讲计算步骤，而未说明道理，人们必然产生怀疑，张衡对“开立圆术”的研究就是一例。然而两书中所有的计算步骤，都需要建立它们成立的依据。还有一些常用数据不精确，如“周三径一”($\pi \approx 3$)、“方五斜七”($\sqrt{2} \approx 7/5$)等，前者已早有人不断打破，可是长期无人给出精密度高的值的科学求法。许多名词术语没有说明，更没有把其中的一些做为数学概念而给出定义。所有这些都使人感到疑惑或不满，到一定时候便会有人出来解决这些问题，其代表人物就是赵爽和刘徽。可是为什么这两个人要做这样的工作，这又和当时的思潮以及他们本人的具体情况有关。

在本节所要介绍的数学家中以徐岳最为重要。徐岳，字公河，东莱（今山东半岛东北部）人，生于东汉末，刘洪的学生，三国前半期较为活跃。王朗（？～228）说：“余所与游处，惟东莱徐先生素习《九章》，能为计数。”^①即王朗认为自己所交游的人物中只有徐岳精通数学。徐岳在数学方面的著作隋唐时有多种流传，各书记载互有异同，为保持记载原貌，现照录于下：

《隋书》卷三四“经籍三”：《九章算术》2卷〔徐岳、甄鸾重述〕、《九章算经》29卷〔徐岳、甄鸾等撰〕、《九章算经》2卷〔徐岳注〕。

《旧唐书》卷四七“经籍下”：《九章算经》1卷〔徐岳撰〕、《数术记遗》1卷〔徐岳撰、甄鸾注〕、《算经要用百法》1卷〔徐

^①〔宋〕李昉。太平御览，卷七五四，引王朗《塞势》。

岳撰]。

《新唐书》卷五九“艺文三”：徐岳《九章算术》9卷、又《算经要用百法》1卷。

《宋史》卷二〇七“艺文六”：甄鸾注徐岳《大衍算术法》1卷、徐岳《术数记遗》1卷。

在上面的目录中，以“九章”命名的书共出现5次，显然不是5部不同的著作，最多不过两三部，有的是重复记载，有的可能是同一书的不同抄本。按照书名来考虑，总共有4种书。其中流传下来的只有《数术记遗》1种。

《数术记遗》现传最早的有南宋嘉定五年（1212年）刊本，题“徐岳撰，汉中郡守、前司隶，臣甄鸾注”。有人根据书中引用有佛经中的语句等内容，认为是甄鸾假托徐岳之名写成的著作，是一部伪书。已有人提出不同意见，主张原著是徐岳所作，后来甄鸾加了详细注释^①。这里采用后者的看法。

《数术记遗》一开头是讲述徐岳在太山（泰山）拜访刘洪，向刘洪学习数学，而刘洪把自己从天目山（在浙江东部）一“隐者”那里学到的数学知识教给了他。书中主要内容有两项，一为大数记法，一为14种算法。

大数记法为3种进位制，原文是：

黄帝为法，数有十等。及其用也，乃有三焉。十等者，亿、兆、京、垓、秭、壤、沟、涧、正、载。三等者，谓上、中、下也。其下数者，十十变之，若言十万曰亿，十亿曰兆，十兆曰京也。中数者，万万变之，若言万万曰亿，万万亿曰兆，万万兆曰京也。上数者，数穷则变，若言万万曰亿，亿亿曰兆，兆兆曰京也。从亿至载，终于大衍。下数浅短，计事则不尽。上数宏廓，世不可用。

^① 冯立升.《数术记遗》及甄鸾注研究. 呼和浩特：内蒙古师大学报（自然科学版），1989（1）“科学史增刊”：66～71

故其传业，惟以中数耳。

这里讲的“三等数”为“下数”十进，“中数”万万进，“上数”重进。最后一段话是指“三等数”中最适用的是“中数”。徐岳又问：“先生之言上数者数穷则变，既云终于大衍，大衍有限，此何得无穷？”这里，“大衍”出于《周易》：“大衍之数五十，其用四十有九。”意思是说，实际是有穷，怎么能说是无穷呢？刘洪说：“盖未思之耳。数之为用，言重则变，以小兼大，又加循环。循环之理，岂有穷乎？”意思是说，有个“循环之理”，用重进制可以得到任意大的数，直到无穷。

14 种计算方法各有名称和简短说明，它们是：

积算。

太一算，太一之行，去来九道。

两仪算，天气下通，地稟四时。

三才算，天地和同，随物变通。

五行算，以生兼生，生变无穷。

八卦算，针刺八方，位阙从天。

九宫算，五行参数，犹如循环。

运筹算，小往大来，运于指掌。

了知算，首唯秉五，腹背两兼。

成数算，春夏生养，冬秋收成。

把头算，以身当五，目视四方。

龟算，春夏秋成，遇冬则停。

珠算，控带四时，经纬三才。

· 计数，既舍数术，宜从心计。

仅根据每种算法的 8 个字说明，根本看不懂是什么意思。近