

S HAONIAN BAIKE CONGSHU

科学的发现 (3)

——六大数学难题的故事



科学的发现 (3)

——六大数学难题的故事

李文汉

封面设计：王眉

插图：郝红章

郝迈



中国少年儿童出版社

内 容 提 要

六大数学难题，是指古希腊三大几何难题和近代三大数学难题。你听说过吗？它们都是些什么样的题目呢？

本书选择浅显有趣的传说和历史故事，从一个侧面向你介绍了六大数学难题——从提出问题到寻求解答的生动过程，使你对它们有一个粗略的了解。

科学的发现（3）

——六大数学难题的故事

李 文 汉

*

中国少年儿童出版社出版

中国青年出版社印刷厂印刷

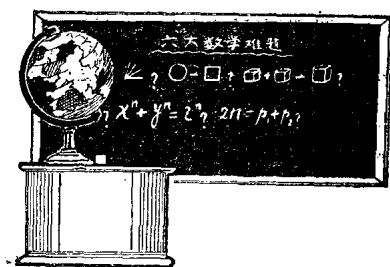
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

787×1092 1/32 4.5印张 42千字

1981年7月北京第1版 1981年7月北京第1次印刷

印数：1—108,000册 定价0.34元



12	立方倍积方法.....	34
13	化圆为方方法.....	36
14	化圆周为线段.....	38
15	等分圆周问题.....	41
16	用代数方法研究几何图形.....	43
17	勤奋的高斯.....	45
18	费尔马数.....	48
19	正十七边形的墓碑.....	51
20	走向胜利.....	53
21	五次方程的挑战.....	56
22	人类智慧的胜利.....	58
23	三份论文的遭遇.....	60
24	短促而光辉的一生.....	63
25	近世代数学的伟大成就.....	66
26	得来不易的胜利.....	68
27	老问题,新争论.....	70
28	近似等分圆周法.....	72
29	度数为整数的角的三等分问题.....	75
30	三等分角器.....	79
31	规尺作图法的余波.....	81
32	不要再搞三等分角了.....	82
33	四色问题的由来.....	87

34	四色问题的提法·····	88
35	四种颜色是必需的·····	91
36	莫尔根的错误·····	92
37	几经波折的证明·····	94
38	七色环面·····	97
39	电子计算机的功绩·····	100
40	关于数论·····	102
41	欧几里得的妙法巧证·····	103
42	关于猜想·····	106
43	几个重要的素数类型·····	108
44	勾股数·····	111
45	费尔马小定理·····	113
46	费尔马大定理·····	115
47	费尔马问题的性质·····	117
48	十万马克奖给谁? ·····	120
49	哥德巴赫猜想的由来·····	123
50	堡垒正在被逐个攻破·····	125
51	殆素数·····	130
52	不断刷新着的世界纪录·····	132
53	愿捷报早传·····	135

1 你会三等分一直角吗？

用圆规和直尺，把一个直角分成三个 30° 角的方法是这样的：

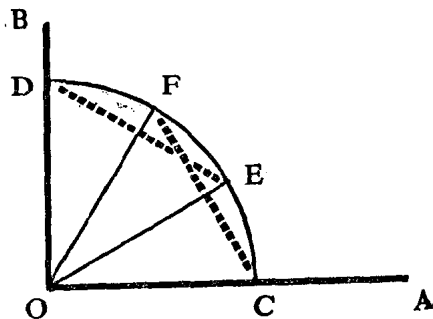
$\angle AOB$ 是直角。

以 O 为心，任意长为半径，画弧 $\widehat{CD}$ 交 OA 于 C ，交 OB 于 D 。

以 D 为心， OD 的长为半径，画弧与 $\widehat{CD}$ 交于 E ，以 C 为心， OC 的长为半径，画弧与 $\widehat{CD}$ 交于 F 。

连接 O 、 E 和 O 、 F ，得

$\angle COE = \angle EOF = \angle FOD = 30^\circ$ ，



即 $\angle AOB$ 被 OE 、 OF 三等分。

几何作图必须有严格的证明。这个作图方法的正确性是这样证明的：

连接 D 、 E 和 C 、 F 。

$$\because OE = OD = DE,$$

$\therefore \triangle ODE$ 为正三角形，

$$\therefore \angle EOD = 60^\circ,$$

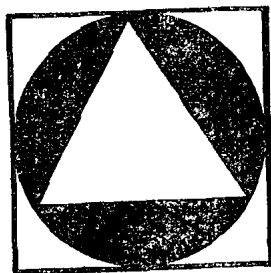
$$\begin{aligned}\therefore \angle COE &= \angle COD - \angle EOD \\ &= 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.\end{aligned}$$

同理， $\angle FOD = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle EOF = 90^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle COE = \angle EOF = \angle FOD = 30^\circ,$$

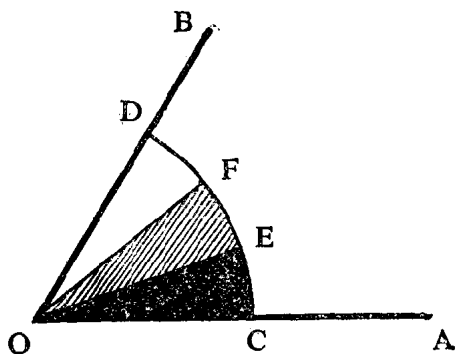
即 OE 、 OF 三等分 $\angle AOB$ 。



2 古老的三大难题

在学了三等分一直角后，我们很容易联想到这样一个问题：对任意给定的一个角，是不是也可以用圆规和直尺的作图方法，把它三等分呢？

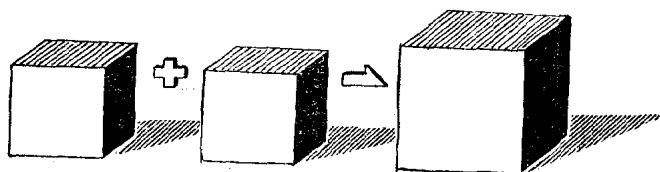
也许你认为这个问题很简单：不外乎对任意的 $\angle AOB$ ，以 O 为心，任取一个半径画弧，分别交 OA 、 OB 于 C 、 D 二点；再设法在 $\widehat{CD}$ 上取 E 、 F 两点，使 $\widehat{CE} = \widehat{EF} = \widehat{FD}$ ，得 $\angle COE = \angle EOF = \angle FOD = \frac{1}{3} \angle AOB$ ；于是， $\angle AOB$ 就被 OE 、 OF 三等分了。



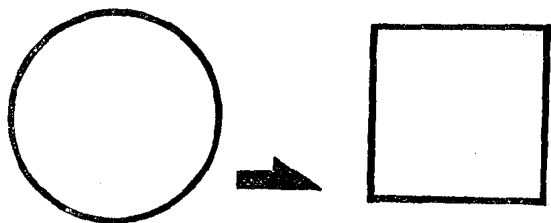
要是你真的想过这个问题，你可能没有想到，这就是延续了两千多年才得到解决的世界性难题——三等分角问题。

三等分角问题，最先是古希腊人提出来的。它和古希腊人提出来的另外两个问题——立方倍积问题和化圆为方问题一起，被称为圆规直尺作图三大难题，或者叫做初等几何作图三大难题。

立方倍积问题是：求作一个正方体的棱长，使这个正方体的体积，是已知正方体体积的二倍。



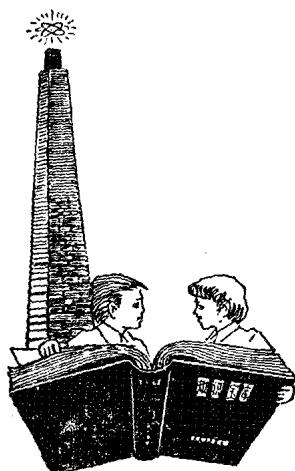
化圆为方问题是：求作一个正方形，使它的面积，和已知圆的面积相等。



这三个问题，大约是在公元前的六世纪到四世纪之间提出来的，经过人们两千多年的奋斗，直到 1837 年，才解决了立方倍积问题和三等分角问题。又过了四十五年，在 1882 年，化圆为方问题才最后获得解决，到现在不过 100 年。这三个问题虽然不同，但是解决的结论却是一样的，这就是按圆规直尺作图方法，它们都是不可能做到的！

这个答案，很可能是提出三大难题的古希腊人所不曾预料到的。

这三大难题是数学史上著名的不可能问题。它们的解决，对活跃人们的思想，促进数学的发展，都是很有意义的。



3 近代的三大难题

圆规直尺作图三大难题,题意浅显,在它们被解决之前,从初学几何的青少年,到经验丰富的学者,千千万万的人曾经从事这一工作。现在,问题已经彻底解决了,除了一些科学知识不够普及的地方,还有人在这些问题上浪费时间和精力外,终于让位给近代三大数学难题了。

近代数学如参天大树,已经形成了好几十个分支,每个分支都有自己的难题,还有许多跨分支的难题,所以难题很多,很难说出一个确切的数目。

最近一两百年来,在青少年中流传较广、影响较大的著名数学难题,是四色地图问题、费尔马大定理和哥德巴赫猜想。

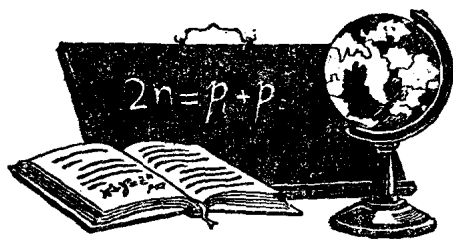
四色地图问题是:画在一张纸上的每一幅地图,或者是画在地球仪上的每一幅地图,要使得有共同边界的国家着不同的颜色,只要四种颜色就够用了。

费尔马大定理是:形如 $x^n + y^n = z^n$ 的方程,当 n 大于 2 时,不可能有正整数解。

哥德巴赫猜想是：每一个大于或者等于 6 的偶数，都可以表示为两个素数的和；每一个大于或者等于 9 的奇数，都可以表示为三个奇素数的和。

这三个问题被称为近代三大数学难题。其中，四色地图问题是 1852 年提出来的，已经在 1976 年被证明；费尔马大定理是 1670 年公布的，哥德巴赫猜想是 1742 年提出来的，它们都还没有得到解决。

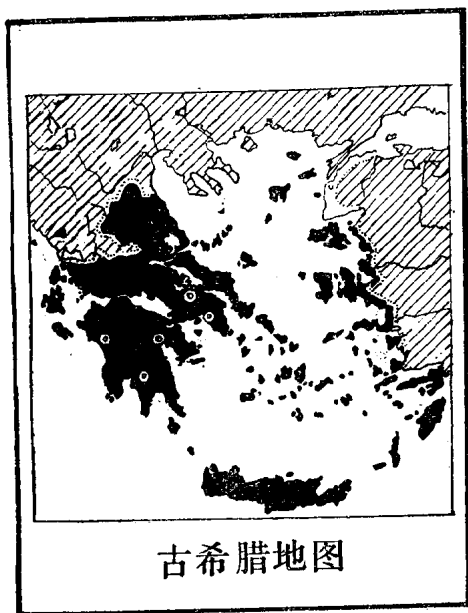
这三个问题，四色地图问题属于几何学，其他两个是数论问题。



4 在几何三大难题的故乡

圆规直尺作图三大难题的故乡是古希腊。古希腊人在几何学的形成和发展上，对人类作出了十分重要的贡献。

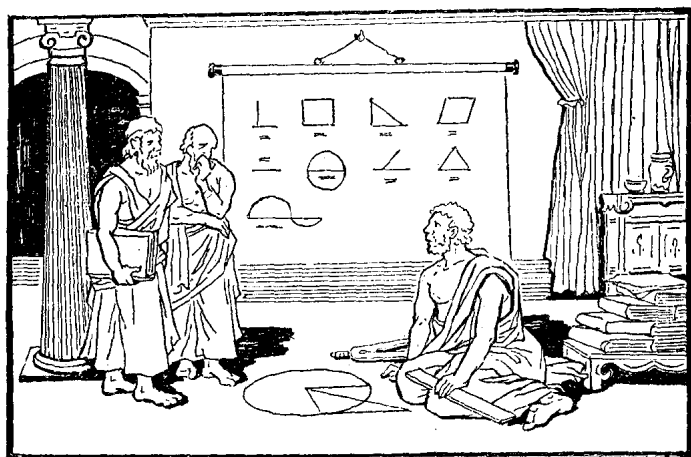
希腊位于欧洲南部，有四千五百年以上的文明史，



是著名的欧洲古国。

现在我国用的“几何”这个名称，是“Geometry”一词的音译。在英文里，这个词来源于希腊文，而希腊是从埃及学来的，原文有测地术的意思。

在古希腊，几何学与测量分了家，严谨的证明方法，被提到了前所未有的重要地位：



一，人们只能通过逻辑推理（包括计算），来判断两条线段或者两个角是否相等；而不能借助尺子或者量角工具，用测得的读数来解答。

二，在解答问题时，要给出已知条件下，各种可能的全部答案。如果有多种可能，光给出其中某些可能

的答案,就不能算完全。

三,几何上所说的相等,是道理上的严格相等,不是近似,更不是大概齐,差不离。

四,定理或者公式,必须经过严格的证明,不能光凭直观、经验、习惯或者先贤的言论。

当然,这一整套的思想是逐渐形成的。事实上,古希腊早期的定理也没有证明,比如两条直线相交,对顶角相等,就没有证明。后来,才逐渐形成了;只有证明了的结论,才能叫做定理。

古希腊在几何学上的成就,对人类科学文化的发展,影响深远。



5 阿基米得之死

有些古希腊的学者,认真对待几何证明、献身科学事业的精神是很动人的。

公元前三世纪的古希腊著名学者阿基米得,是杠

