中国名校特级教师

随堂

21世纪最新版

初三代数

导教 导学 导练 导考

风良仪 主编

欢迎关注并参与“金四导”丛书
“纠错臻优”20万元大行动

随堂

导教 导学 导练 导考

21世纪最新版

中国名校特级教师

初三代数

主　编　凤良仪

副主编　肖声贵

撰　稿　肖声贵　戈万元　许晓天

吉林教育出版社

(吉)新登字 02 号

封面设计:周建明

责任编辑:王世斌　王　研

"金四导"丛书

中国名校特级教师

随堂导教·导学·导练·导考

初三代数

(新大纲·新教材)

风良仪　主　编

吉林教育出版社 出版 发行

山东临沭县华艺印务有限公司印刷　新华书店经销

开本:850×1168 毫米　1/32　印张:8.125　字数:247 千字

2001 年 2 月第 1 版第 2 次印刷

印数:10000~15000 册

ISBN 7-5383-3363-0/G·3023

定价:8.80 元

向课堂要效益　倡导教学新理念

——关于《“金四导”丛书》的审读报告

出版缘起:应培养中小学生创新意识与实践能力的急切呼唤之运而生

新世纪的考试制度、考试形式和内容,必将与素质教育相适应,更加注重考查学生的能力、观点和方法。尤其是创新意识和实践能力的考查,将在考试中逐步占有重要的位置。提供一套教辅读物,它能与素质教育、考试改革同步,与课堂教学的进程同步,与学生的能力、观点、方法培养的需求同步,成为当务之急。为此,北京、天津及华东六省近百位著名特级教师精心策划、编写了这套《中国名校特级教师随堂导教·导学·导练·导考》丛书。

栏目分工:凸现随堂理念,权威剖示“五点”——知识点、重、难、疑点与考点间的关联

丛书各分册均以相配套的教材的单元(章)、课(节)为序,并设有如下栏目:

单元(本章)目标　根据各学科主要应培养的能力,提出本单元(章)应培养和考查的具体能力,以及用一定的思想、观点、方法去分析和解决问题的能力,能反映创新意识的能力和实践能力。体现由单纯的知识目标向能力目标的转变,由知识的继承向知识的创新转变。

单元(本章)小结　在学完某一单元(章)的基础上,围绕各能力目标的达成,总结出能力形成的主要途径,应注意的问题和关键,以及如何克服各种失误等。

梳理知识　罗列、梳理本课(节)关键的、重点的知识、规律、技能、观点、方法,进行精析,对达成某些能力的相应知识点进行指点。

表解重点　对容易混淆的内容,利用表或图的形式

进行精析;将易混淆的知识、技能、观点、方法、能力之间的本质区别与联系揭示出来,避免在应用时出现错误。

讨论难点 围绕某课(节)确有难度的课后习题进行讨论,指出解题思路、关键,以及如何避免错误,帮助学生提高分析、解决问题的能力。

剖示考点 通过对历年中考相关热点考题的回顾,使学生对能力考查的形式及其变化,对解题思路及其关键,有个整体的、连续性的思考和把握,形成能力,以便从容应对。本栏目还是全国各地历届中考典型题荟萃。

精解名题 通过对具有前瞻性、典型性的名题进行精析,使学生对学科考试形式和内容改革的思路,有一个超前性的了解,以培养学生的创新精神和实践能力。

关注考试:以题、以练为主,发挥学生主体性作用

测试能力 针对某课(节)的主要能力目标,以中考常考题型为准,适当考虑命题改革总的趋势,设计课(节)能力达标测试题,以求课课通。

单元(本章)能力验收 *A* 卷 用来检测各单元(章)基础知识与基本能力的达成情况。

单元(本章)能力验收 *B* 卷 用来检测各单元(章)综合能力的达成情况。

丛书按照正常的教学进度,以模拟测试形式,还分别安排了“**期末测试**”“**仿真中考模拟题**”,以便学生作针对性练习。

本丛书力求以学生发展为本,以学生为主体,精讲多练,以练、以题为主,通过学生自主练习、体验、综合与发散,培养创新意识和实践能力。

欢迎关注并参与“金四导”“纠错臻优”20万元大行动

围绕素质教育和能力培养编写教辅读物,本身就充满了探索性,出现某些问题在所难免。一切不足,希望在“纠错臻优”大行动中得以弥补。

编 委 会

主编简介

凤良仪，中学特级教师，1962年安徽师大毕业后，一直从事数学教学和教学研究工作，在全国较早开展教育测量、评价和大面积提高中学教学质量的系列研究，取得丰硕成果。先后有50多篇研究论文在国内外发表或在学术会议交流，其中四篇论文获省级一等奖，一篇获省级二等奖，一篇获国家级三等奖。1983年他撰写了一篇关于“数学试题标准化”方面的论文，提出了控制试题质量好坏的新的数量化指标。1985年《数学通报》第5期全文发表了这篇论文，受到国内专家们的好评。1992年携论文应邀赴加拿大参加第七届国际数学教育会议（ICME－7）交流。他的另一篇有关教师“教学水平”评价的论文，经国际著名数学教育专家组评审，于1995年在澳大利亚正式发表。近年来，他分别受到西班牙和韩国等国的邀请，先后四次出席国际学术会议。他于1996年荣获苏步青数学教育奖（个人奖），1998年被评为享受国务院津贴的有突出贡献的专家。他现为安庆市教育教学研究室主任、安徽省数学会常务理事、安徽省中学数学教学专业委员会副理事长。

目　录

第十二章　一元二次方程

第十三章　函数及其图象

第十四章 统计初步

第十二章 一元二次方程

本章目标

1. 通过概念学习,提高对一元二次方程、分式方程、无理方程、二元二次方程组的比较、辨别及增根的检验和确认的能力.

2. 通过对一元二次方程根的判别式,可化为一元一次、一元二次方程的分式方程的解法和可化为一元一次、一元二次方程的无理方程的解法的学习和理解,培养运用由"未知"转化为"已知"、由"分式"转化为"整式"、由"无理"转化为"有理"的思想方法,提高运用换元法解决问题的能力.

3. 通过对一元二次方程的解法、二元二次方程组(两种类型)的解法学习,增强解方程的运算能力,掌握这类问题的解决方法:"配方""消元""降次"等重要的数学思想方法.

4. 通过对一元二次方程的根与系数的关系,列一元二次方程、列分式方程解应用题的学习,掌握数学问题的解决就是由"未知"转化为"已知"的思想方法,不断增强逻辑思维能力和运用数字意识解决实际问题的能力.

12.1 一元二次方程

梳理知识

1. 整式方程与一元二次方程

方程的两边都是关于未知数的整式,这样的方程叫做整式方程.象已学过的一元一次方程、二元一次方程、三元一次方程.在整式方程中只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是2,这样的整式方程叫做一元二次方程.

2. 一元二次方程的一般形式

形如 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$，a，b，c 都是常数，这样的方程形式叫做一元二次方程的一般形式．其中 a，b，c 分别称为二次项系数、一次项系数和常数项．如方程 $2x^2=3x+2$ 化为一般形式为 $2x^2-3x-2=0$．二次项系数为 2，一次项系数为 -3，常数项为 -2．

☎ 表解重点

1．一元一次方程和一元二次方程的异同及联系

标准形式	相同	区别	联系
$ax+b=0$ $(a\neq0)$ $ax^2+bx+c=0$	整式方程，只含一个未知数．	未知数的最高次数是 1． 未知数的最高次数是 2．	$\begin{matrix}a_1x+b_1=0\\a_2x+b_2=0\end{matrix}\underset{分解}{\overset{相乘}{\rightleftharpoons}}(a_1x+b_1)(a_2x+b_2)=0$ （即 $Ax^2+Bx+C=0$．其中 $A=a_1a_2$，$B=a_1b_2+a_2b_1$，$C=b_1b_2$）

2．一元二次方程形式的分类

标准形式的一元二次方程	$ax^2+bx+c=0(b\neq0,c\neq0)$
非标准形式的一元二次方程	$ax^2+c=0$（缺一次项，$b=0$，$c\neq0$）
	$ax^2+bx=0$（缺常数项，$b\neq0$，$c=0$）
	$ax^2=0$（缺一次项和常数项，$b=0$，$c=0$）

☎ 讨论难点

例1 下列方程是一元二次方程的有______．

(1) $\frac{1}{x^2}-2x=3$；　　(2) $x^2-2xy+1=0$；

(3) $x^3-2x-5=0$；　　(4) $\frac{1}{\sqrt{3}}x^2-\sqrt{3}=0$；

(5) $mx^2-6x-7=0(m\neq0$，常数)；　　(6) $ax^2+bx+c=0$；

(7) $2x(x-1)+6x=2x^2+7$；　　(8) $2x^2-3x=0$．

【讨论】 一元二次方程的概念包括 3 个条件，即整式方程，而方程

(1)非整式方程;方程含有1个未知数,而方程(2)、(6)含有2个或2个以上未知数;未知数的最高次数是2,而方程(3)最高次数是3,方程(7)整理后最高次数为1.综上所述,方程(1)、(2)、(3)、(6)、(7)均不是一元二次方程.

【答】 (4)、(5)、(8).

例2 写出下列各方程中的二次项、一次项和它们的系数及常数项:

(1)$x^2-3=2x$; (2)$x(4x-5)+1=0$.

【讨论】 正确地写出一元二次方程中的二次项、一次项和它们的系数及常数项,关键是要把它写成一般形式:$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$.其中ax^2为二次项,系数为a;bx为一次项,系数为b;常数项为c.

【解】 (1)化原方程为

$$x^2-2x-3=0.$$

∴ 二次项为x^2,系数为1;一次项为$-2x$,系数为-2;常数项为-3.

(2)化原方程为

$$4x^2-5x+1=0.$$

∴ 二次项为$4x^2$,系数为4;一次项为$-5x$,系数为-5;常数项为1.

☎ 剖示考点

一元二次方程的一般形式$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$在中考中单独作为一项考查,出现的频率不高.由于一元二次方程是中考的热点知识,而一元二次方程的一般形式是研究一元二次方程其他知识所必备的基础知识,因此,必须熟练地掌握它的一般形式,特别注意$a\neq0$.

例1 (1999·吉林省卷A·1)

将方程$3x^2=5x+2$化为一元二次方程的一般形式是______.

【精析】 本题主要考查一元二次方程一般形式的概念和化成一般形式的能力.要把一个一元二次方程化成一般形式,一般要经过去分母、去括号、移项、合并同类项等.其要点是方程左边为一个二次三项式,右边为0.

【答】 $3x^2-5x-2=0$.

例2 (1999·湖北武汉市卷Ⅰ·1)

判断正误:一元二次方程$3x^2+x-2=0$的常数项是-2.

【精析】 本题主要考查一元二次方程的各项和各项的系数概念.首先把方程化成一般形式:$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$.其中,ax^2称为二次项,a为二次项系数;bx称为一次项,b为一次项系数;c为常数项.应注意各项的系

数和常数项应包括其前面的符号.

【答】 正确.

例3 (1998·甘肃省卷·1)

$px^2-3x+p^2-p=0$ 是关于 x 的一元二次方程,则( ).

A. $p=1$　　B. $p>0$　　C. $p\neq0$　　D. p 为任意实数

【精析】 一元二次方程的一般形式 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 中,$a\neq0$ 是本节学习的一个难点.只有 $a\neq0$ 时,$ax^2+bx+c=0$ 才是一元二次方程,否则它就不是一元二次方程.本题中二次项系数为 p,只有 $p\neq0$ 时,它才是一元二次方程.

【答】 C.

☎ 精解名题

本节着重学习一元二次方程的概念和一元二次方程的一般形式.今后试题的发展方向可能是将此部分内容融入到解一元二次方程和解可化为一元二次方程的分式方程、无理方程中以及利用方程解决实际问题当中.$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$中的 $a\neq0$ 也是考试的重点之一.

例1 判断下列方程是不是一元二次方程:

(1)$3x^2+y-1=0$;　　(2)$\dfrac{2}{x^2+1}=1$;

(3)$3x-x^2+2=0$;　　(4)$xy=3$;

(5)$(x+1)(x^2-x+1)=(x+1)(x-1)$;　　(6)$ax^2+bx+c=0$.

【精析】 一元二次方程应满足3个条件:(1)方程是一个整式方程;(2)只含有一个未知数;(3)未知数的最高次数为2.按这3个条件就可以判断上述各题是否是一元二次方程.

【解】 (1)、(4)含有2个未知数 x,y,(2)不是整式方程,(5)未知数的次数是3,所以它们都不是一元二次方程.(3)可化为 $x^2-3x-2=0$,所以它是一元二次方程.(6)如果 $a\neq0$,它是一元二次方程;如果 $a=0$,则它不是一元二次方程.

例2 写出下列各方程中的二次项、一次项和它们的系数及常数项:

(1)$3x-x^2+2=0$;　　(2)$x^2-1=x$;

(3)$\sqrt2x^2-(\sqrt2+1)x+1=0$;　　(4)$3x^2=5x$.

【精析】 写出一元二次方程的二次项、一次项和它们的系数及常数

项，首先要把这个一元二次方程写成一般形式后才能正确地写出各项及系数.

【解】

方程	$3x-x^2+2=0$	$x^2-1=x$	$\sqrt{2}x^2-(\sqrt{2}+1)x+1=0$	$3x^2=5x$
一般形式	$x^2-3x-2=0$	$x^2-x-1=0$	$\sqrt{2}x^2-(\sqrt{2}+1)x+1=0$	$3x^2-5x=0$
二次项	x^2	x^2	$\sqrt{2}x^2$	$3x^2$
二次项系数	1	1	$\sqrt{2}$	3
一次项	$-3x$	$-x$	$-(\sqrt{2}+1)x$	$-5x$
一次项系数	-3	-1	$-(\sqrt{2}+1)$	-5
常数	-2	-1	1	0

例3 当 m 为何值时，方程 $(2m-1)x^2+3mx-(m-1)=0$ 是关于 x 的一元二次方程？

【精析】 在一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 中，$a\neq0$ 是一元二次方程的必要条件，否则它就不是一元二次方程.

【解】 当 $2m-1\neq0$，即 $m\neq\frac{1}{2}$ 时，方程是关于 x 的一元二次方程.

☎ 测试能力

一、选择题

1. 方程 $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})+(2x+1)^2=x-2$ 的常数项是(　　).

   A. 5　　B. 3　　C. -3　　D. 0

2. 一元二次方程 $-2x^2+5x-3=0$，把二次项系数变为正数且方程的根不变的是(　　).

   A. $2x^2+5x-3=0$　　B. $2x^2+5x+3=0$

   C. $2x^2-5x-3=0$　　D. $2x^2-5x+3=0$

3. 下列方程是一元二次方程的是(　　).

   A. $x(x^2-4)=0$　　B. $(2x-1)(x+1)=(x-3)(2x+1)$

   C. $\frac{1}{x^2}=2x-1$　　D. $4x^2=1$

4. 把方程 $x^2-3=-3x$ 化为 $ax^2+bx+c=0$ 后，a,b,c 的值分别为

(　　).

A. 0, -3, -3　　B. 1, -3, -3

C. 1,3, -3　　D. 1, -3, -3

二、填空题

5. 把下列方程中一元二次方程的序号填入题后横线上:

(1)$x^2=4$;　　(2)$2x^2+y=5$;

(3)$\sqrt{3}x+x^2-1=0$;　　(4)$5x^2=0$;

(5)$\frac{1}{x^2}+x=4$;　　(6)$3x^2+\frac{x}{2}+5=0$;

(7)$3x^3-4x^2+1=0$;　　(8)$x(x+5)=x^2-2x$.

________.

6. 一元二次方程的一般形式是________.

7. 已知关于 x 的方程$(a+9)x^2+2a+1=0$是一元二次方程,则 a ____.

8. 当 k ______时,方程$(k^2-9)x^2+(k-5)x+3=0$不是关于 x 的一元二次方程.

三、解答题

9. 把方程$(x+1)^2-2(x-1)^2=6x-5$化成一般形式,并写出 a,b,c 的值.

10. 把方程 $mx^2-nx+p=nx^2-mx+q(m\neq n)$化成关于 x 的一元二次方程的一般形式.

11. 当 a 为何值时,关于 x 的方程$(3a+1)x^2+6ax-3=0$是一元二次方程.

12.2 一元二次方程的解法

☎ 梳理知识

1. 一元二次方程的解法

(1)直接开平方法：形如$(x-a)^2=b(b\geq0)$的方程，用直接开平方法.例如：$x^2-4=0$，变形为$x^2=4$，开平方，得$x=\pm2$.

(2)配方法：为了用直接开平方法解一般形式的一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$，必须将方程变形为$(x+m)^2=n$的形式.配方步骤是：①把二次项系数化为1；②移项，把方程的常数项移到方程的右边；③方程两边同加上一次项系数的一半的平方；④变原方程为$(x+m)^2=n$的形式.如果$n\geq0$，就可以用直接开平方来求出解.

(3)公式法：一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的求根公式：$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}(b^2-4ac\geq0)$，它对于解任何一元二次方程都适用.配方法解方程的过程，就是求根公式的推导过程.

(4)因式分解法：一元二次方程一边是0，而另一边易于分解成两个一次因式，可先考虑用因式分解法.例如：$x^2-5x+6=0$，用因式分解法变形为$(x-2)(x-3)=0$，即$x-2=0$或$x-3=0$，得$x_1=2,x_2=3$.

2. 一元二次方程解法的运用及其思想方法

(1)一元二次方程如果缺一次项($b=0$)，用直接开平方法；缺常数项($c=0$)，用因式分解法；一般形式的一元二次方程，先考虑用因式分解法，其次应用求根公式.

(2)公式法的求根公式$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}(b^2-4ac\geq0)$的建立，是应用直接开平方法、配方法的必然结果，是由简到繁和化繁为简的过程.它们之间存在着既相互联系又相互转化的辩证关系.

(3)因式分解法体现了“降次”“化归”(转化)的数学思想方法.

(4)配方法是一个很重要的数学方法，除了用于推导一元二次方程的求根公式以外，在学习其他数学内容时也有广泛的应用.

表解重点

1. 直接开平方法

类　　型	条　　件
$ax^2+c=0$	在一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 中，当 $b=0$（不含一次项）时，即为 $ax^2+c=0$，只有当 $-\frac{c}{a}\geq0$ 时，方程才有实数解.
$(x+m)^2=n$	当 $n\geq0$ 时，方程有实数解；$n<0$ 时，方程无实数解.

2. 用配方法解一元二次方程与用配方法分解二次三项式的比较

步　骤	$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$	$ax^2+bx+c(a\neq0)$
(1)化二次项系数为1	$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$	$a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)$
(2)移　项	$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$	
(3)配　方	$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}$	$a\left[x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}\right]$
(4)变　形	$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$	$a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)^2\right]$ $(b^2-4ac\geq0)$
(5)结　果	$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $(b^2-4ac\geq0)$	$a\left(x-\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x-\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$