中国名校特级教师

随堂

21世纪最新版

导教 导学 导练 导考

高光煌 主编

初三几何

欢迎关注并参与“金四导”丛书
“纠错臻优”20万元大行动

随堂

导教 导学 导练 导考

21世纪最新版

中国名校特级教师

初三几何

主　编 高光煌
副主编 肖声贵
撰　稿 肖声贵　刘为道　凌　谦

吉林教育出版社

(吉)新登字 02 号

封面设计:周建明

责任编辑:王世斌　王　研

"金四导"丛书

中国名校特级教师

随堂导教·导学·导练·导考

初三几何

(新大纲·新教材)

高光煌　主　编

吉林教育出版社　出版 发行

山东临沭县华艺印务有限公司印刷　新华书店经销

开本:850×1168 毫米　1/32　印张:9.125　字数:279 千字

2001 年 2 月第 1 版第 2 次印刷

印数:10000～15000 册

ISBN 7－5383－3376－2/G·3036

定价:9.80 元

随堂导教·导学·导练·导考（初中）

编委会

主编简介

高光煌，中学特级教师，安徽桐城人。1963年毕业于安徽师范大学数学系，历任普通中学、教师进修学校教师。1978年起任安庆市中学数学教研室教研员，现为省中学数学教研会理事。

他长期致力于初中数学的教学研究，所撰论文在第二届全国数学年会上获二等奖，近年来潜心研究教育基础理论，应邀到许多省、市参加各种形式的学术会议，并先后做了300余场报告，有关论文被推荐到省委宣传部作为“五个一”工程优秀论文。

向课堂要效益　倡导教学新理念

——关于《“金四导”丛书》的审读报告

出版缘起：应培养中小学生创新意识与实践能力的急切呼唤之运而生

新世纪的考试制度、考试形式和内容，必将与素质教育相适应，更加注重考查学生的能力、观点和方法。尤其是创新意识和实践能力的考查，将在考试中逐步占有重要的位置。提供一套教辅读物，它能与素质教育、考试改革同步，与课堂教学的进程同步，与学生的能力、观点、方法培养的需求同步，成为当务之急。为此，北京、天津及华东六省近百位著名特级教师精心策划、编写了这套《中国名校特级教师随堂导教·导学·导练·导考》丛书。

栏目分工：凸现随堂理念，权威剖示“五点”——知识点、重、难、疑点与考点间的关联

丛书各分册均以相配套的教材的单元（章）、课（节）为序，并设有如下栏目：

单元（本章）目标　根据各学科主要应培养的能力，提出本单元（章）应培养和考查的具体能力，以及用一定的思想、观点、方法去分析和解决问题的能力，能反映创新意识的能力和实践能力。体现由单纯的知识目标向能力目标的转变，由知识的继承向知识的创新转变。

单元（本章）小结　在学完某一单元（章）的基础上，围绕各能力目标的达成，总结出能力形成的主要途径，应注意的问题和关键，以及如何克服各种失误等。

梳理知识　罗列、梳理本课（节）关键的、重点的知识、规律、技能、观点、方法，进行精析，对达成某些能力的相应知识点进行指点。

表解重点　对容易混淆的内容，利用表或图的形式

进行精析;将易混淆的知识、技能、观点、方法、能力之间的本质区别与联系揭示出来,避免在应用时出现错误。

讨论难点 围绕某课(节)确有难度的课后习题进行讨论,指出解题思路、关键,以及如何避免错误,帮助学生提高分析、解决问题的能力。

剖示考点 通过对历年中考相关热点考题的回顾,使学生对能力考查的形式及其变化,对解题思路及其关键,有个整体的、连续性的思考和把握,形成能力,以便从容应对。本栏目还是全国各地历届中考典型题荟萃。

精解名题 通过对具有前瞻性、典型性的名题进行精析,使学生对学科考试形式和内容改革的思路,有一个超前性的了解,以培养学生的创新精神和实践能力。

关注考试:以题、以练为主,发挥学生主体性作用

测试能力 针对某课(节)的主要能力目标,以中考常考题型为准,适当考虑命题改革总的趋势,设计课(节)能力达标测试题,以求课课通。

单元(本章)能力验收 A 卷 用来检测各单元(章)基础知识与基本能力的达成情况。

单元(本章)能力验收 B 卷 用来检测各单元(章)综合能力的达成情况。

从书按照正常的教学进度,以模拟测试形式,还分别安排了**"期中测试""期末测试""仿真中考模拟题"**,以便学生作针对性练习。

本丛书力求以学生发展为本,以学生为主体,精讲多练,以练、以题为主,通过学生自主练习、体验、综合与发散,培养创新意识和实践能力。

欢迎关注并参与"金四导""纠错臻优"20 万元大行动

围绕素质教育和能力培养编写教辅读物,本身就充满了探索性,出现某些问题在所难免。一切不足,希望在"纠错臻优"大行动中得以弥补。

目　录

第六章　解直角三角形

第七章　圆

第六章 解直角三角形

本章目标

1. 通过直角三角形中锐角三角函数的概念的学习，培养对锐角三角函数 $\sin\alpha$、$\cos\alpha$、$tg\alpha$、$ctg\alpha$ 的比较、辨别和应用的能力.

2. 通过特殊角的锐角三角函数值的学习，培养逻辑记忆和确认的能力.

3. 通过添加适当辅助线，构造直角三角形，把某些实际问题中的数量关系转化为解直角三角形的问题，培养转化思想，解决实际问题的能力和用数学的意识.

6.1 正弦和余弦

梳理知识

1. 正弦、余弦的概念及有关性质

(1)正弦和余弦

如图 6-1，在 Rt△ABC 中，锐角 A 的对边与斜边的比叫做∠A 的正弦，记作 $\sin A$，即

$$\sin A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\text{斜边}}=\frac{a}{c};$$

锐角 A 的邻边与斜边的比叫做∠A 的余弦，记作 $\cos A$，即

$$\cos A=\frac{\angle A\text{ 的邻边}}{\text{斜边}}=\frac{b}{c}.$$

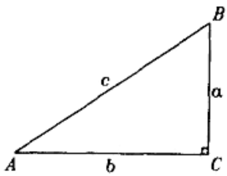


图 6-1

(2)由正弦、余弦的定义知

①锐角 α 的正弦值和余弦值的范围：

$$0 < \sin\alpha < 1, 0 < \cos\alpha < 1.$$

②$\angle\alpha$ 的正弦和余弦满足关系式

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1;$$

互为余角的角的正弦和余弦之间有：

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha,$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha.$$

③锐角的正弦值和余弦值随角度的变化规律：

当角度在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 间变化时，正弦值随着角度的增大（或减小）而增大（或减小），余弦值随着角度的增大（或减小）而减小（或增大）。

2. 特殊角的正弦值和余弦值

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

3. 对正弦、余弦概念的理解是学好全章的关键，要把握其“比值”的本质.

$\sin A$，$\cos A$ 都是整体符号，不能看成 $\sin \cdot A$，$\cos \cdot A$.

☎ 表解重点

锐角的正弦和余弦的比较

	相同	区别
锐角的正弦和余弦	都是比值，且都是与斜边的比. 锐角的正弦值和余弦值都大于 0 且小于 1.	锐角的正弦定义中，比的前项是角的对边，余弦定义中比的前项是角的邻边；在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 间，正弦值随角度增大而增大，而余弦值随角度增大而减小.

☎ 讨论难点

例1 证明：在同一个锐角 A 的正弦、余弦之间存在着下面重要关系式：

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1.$$

【讨论】 用定义法证明.

【证明】 如图 6-2,在 Rt△ABC 中,

$\angle C = \mathrm{Rt}\angle$.

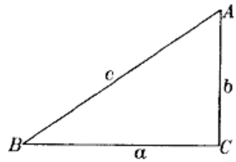


图 6-2

由正、余弦定义,得

$$\sin A = \frac{a}{c}, \cos A = \frac{b}{c}.$$

$$\therefore \quad \sin^2 A + \cos^2 A = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{c^2}.$$

由勾股定理知,

$$a^2 + b^2 = c^2,$$

$$\therefore \quad \sin^2 A + \cos^2 A = 1.$$

例2 设$\angle A$ 为锐角,已知 $\sin A = \dfrac{4}{5}$,求 $\cos A$ 的值.

【讨论】 (1)运用定义法求解.

(2)利用例 1 中关系式求解.

【解】 如图 6-3,在 Rt△ABC 中,

$\angle C = \mathrm{Rt}\angle$.

由 $\sin A = \dfrac{4}{5}$,不妨设 $BC = 4m$, $AB = 5m$ ($m > 0$),则 $AC = 3m$.

$$\therefore \quad \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{3m}{5m} = \frac{3}{5}.$$

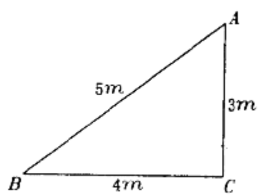


图 6-3

☎ 剖示考点

同角的正、余弦函数及互余两角的正、余弦函数关系在中考中常出现在选择题或填空题中,特殊角的三角函数值一般以计算题的形式检测.

例1 (1997·山西省卷·6)

在 Rt△ABC 中,$\angle C = 90°$,$\sin A = \dfrac{3}{5}$,则 $\cos B =$ ________.

【精析】 本题主要考查互余两角的正弦和余弦函数之间的关系.可由定义法求出.

【答】 $\frac{3}{5}$.

例2 (1999·安徽省卷·22)

已知 $a=\sin 60°$, $b=\cos 45°$, 求 $\frac{a+2b}{a-b}+\frac{b}{b-a}$ 的值.

【精析】 本题主要考查特殊角的三角函数值,同时也考查了分式、二次根式的运算,题目有小综合特点.解这道题先化简原式为 $\frac{a+b}{a-b}$,再代入三角函数值进行分母有理化求值.

【答】 $5+2\sqrt{6}$.

例3 (2000·四川省卷·29)

在 Rt△ACB 中,$\angle C=90°$,$\cos A=\frac{1}{5}$,$\sin B=|n|-\frac{4}{5}$,那么 n 的值是________.

【精析】 本题主要考查 $\angle A+\angle B=90°$,$\cos A=\sin B$ 公式的应用及绝对值概念.

【答】 ± 1.

☎ 精解名题

把正弦和余弦函数融入到二次根式、一元二次方程等其他知识体系中进行检测可构成未来中考命题的着眼点.

例1 试根据下列条件确定锐角 α 的值:

$$2\sin^2\alpha-3\sqrt{3}\sin\alpha+3=0.$$

【精析】 把 $\sin\alpha$ 当作"元",解一元二次方程.

【解】 原方程可变形为

$$(2\sin\alpha-\sqrt{3})(\sin\alpha-\sqrt{3})=0,$$

$$2\sin\alpha-\sqrt{3}=0, \text{或 } \sin\alpha-\sqrt{3}=0.$$

∴ $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$,或 $\sin\alpha=\sqrt{3}$ (不合实际,舍去).

∴ 锐角 $\alpha=60°$.

例2 若 α 为直角三角形的内角,则 $\sqrt{(1-\sin\alpha-\cos\alpha)^2}=($ $)$.

A. $1-\sin\alpha-\cos\alpha$　　B. $1+\sin\alpha+\cos\alpha$

C. 0　　D. $\sin\alpha+\cos\alpha-1$

【精析】 在△ABC中，$a+b>c$，可得$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}>1$. 再由$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a, & (a\geqslant 0)\\ -a & (a<0)\end{cases}$求出结果.

【解】
$$原式=|1-\sin\alpha-\cos\alpha|.$$
$\because$
$$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c},a+b>c,$$
$\therefore$
$$\sin\alpha+\cos\alpha>1.$$
$\therefore$
$$原式=\sin\alpha+\cos\alpha-1.$$

【答】 D.

例3 化简$\sqrt{1-2\sin27^\circ\cos27^\circ}$.

【精析】 利用$1=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha$进行变换,配方.

【解】
$$\begin{aligned}原式&=\sqrt{\sin^227^\circ-2\sin27^\circ\cos27^\circ+\cos^227^\circ}\\&=\sqrt{(\sin27^\circ-\cos27^\circ)^2}\\&=|\sin27^\circ-\cos27^\circ|\\&=|\sin27^\circ-\sin63^\circ|\\&=\sin63^\circ-\sin27^\circ.\end{aligned}$$

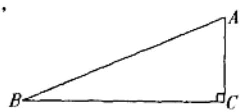
测试能力

一、选择题

1. 如图,在Rt△ABC中,∠C=90°,AC=5,BC=12,则$\sin B=$(　　).

A. $\frac{5}{12}$　　B. $\frac{5}{13}$

C. $\frac{12}{13}$　　D. 以上答案都不对



(第1题)

2. 若锐角α大于30°,则$\cos\alpha$的值一定(　　).

A. 小于$\frac{1}{2}$　　B. 大于$\frac{1}{2}$

C. 小于$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 大于$\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 在直角三角形中,各边长度都扩大为原来的m倍,则锐角A的各三角函数值(　　).

A. 都扩大到 m 倍　　B. 都扩大到 $(m+1)$ 倍

C. 不变　　D. 不能确定

4. 若锐角 β 满足 $\cos\beta - \sin27° = 0$,则 β 为(　　).

A. 27°　　B. 63°　　C. 53°　　D. 54°

5. 将 $\frac{1}{2}\sin\beta + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\beta$ 改写成下列形式的式子,其中错误的是(　　).

A. $\sin30°\sin\beta + \cos30°\cos\beta$　　B. $\cos60°\sin\beta + \sin60°\cos\beta$

C. $\sin30°\sin\beta + \sin60°\cos\beta$　　D. $\cos60°\sin\beta + \sin30°\cos\beta$

二、填空题

6. 计算 $4\sin60° + 2\sqrt{3}\cos30° - 6\cos^2 45° =$ ________.

7. 当 α ________ 时,$\frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}$ 无意义 $(0° < \alpha < 90°)$.

8. 计算 $\sqrt{(\sin45° - 1)^2} - \sqrt{(1 - \sin60°)^2} =$ ________.

9. 在 Rt△ABC 中,$\angle C = 90°$.若 $\sin A = \frac{3}{4}$,则 $\sin B =$ ________.

10. 若△ABC 中,$AB = \sqrt{3}$,$AC = 1$,$BC = 2$,则最大内角为 ________ 度,最小内角为 ________ 度.

三、解答题

11. 化简 $\sqrt{\sin^2 70° - 4\sin70°\cos60° + 1} + \cos20°$.

12. 在 Rt△ABC 中,$\angle C = 90°$,$\angle A = 60°$,$b = 8$,求 a 和 c.

13. 已知:在 Rt△ABC 中,$\angle C = 90°$.求证:$\cos\frac{A}{2} = \sin\left(45° + \frac{B}{2}\right)$.

14. 已知 α 是锐角,且 $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{5}$,求 $\sin\alpha + \cos\alpha$ 值.

15. α 是锐角,化简 $\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}} - \sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}$.

6.2 正切和余切

梳理知识

1. 正切和余切的概念及有关性质

(1)正切和余切

如图 6-4,在 Rt△ABC 中,锐角 A 的对边与邻边的比叫做∠A 的正切,记作 tg$A$,即

$$\mathrm{tg}A=\frac{\angle A\text{ 的对边}}{\angle A\text{ 的邻边}}=\frac{a}{b};$$

锐角 A 的邻边与对边的比叫做∠A 的余切,记作 ctg$A$,即

$$\mathrm{ctg}A=\frac{\angle A\text{ 的邻边}}{\angle A\text{ 的对边}}=\frac{b}{a}.$$

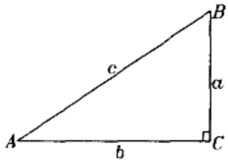


图 6-4

(2)由正切、余切定义知

①同角的正切和余切满足关系式

$$\mathrm{tg}A\cdot\mathrm{ctg}A=1\ (A\text{ 为锐角});$$

②互为余角的两个角,其正切和余切满足下面关系:

$$\mathrm{tg}A=\mathrm{ctg}(90^\circ-A),$$
$$\mathrm{ctg}A=\mathrm{tg}(90^\circ-A);$$

③锐角的正切值和余切值随角度的变化规律:

当角度在 $0^\circ\sim90^\circ$间变化时,正切值随着角度的增大(或减小)而增大(或减小),余切值随着角度的增大(或减小)而减小(或增大).

2. 特殊角的正切值和余切值

α	30°	45°	60°
tgα	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
ctgα	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. 对正切和余切概念的理解要把握其"比值"的本质

tg$A$, ctg$A$ 都是整体符号,不能看成 tg·A,ctg·A.

☎ 表解重点

正切、余切与正弦、余弦函数的比较

三角函数	联　　系	区　　别
正弦、余弦 与 正切、余切	(1)都是比值. (2)$\mathrm{tg}A=\dfrac{\sin A}{\cos A}$, $\mathrm{ctg}A=\dfrac{\cos A}{\sin A}$. ($A$ 为锐角)	正弦和余弦函数定义中涉及斜边,而正切和余切函数定义中不涉及斜边,即比的对象不同.

☎ 讨论难点

例1　如图 6-5,在$\triangle ABC$中,$\angle C$为直角,$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$所对的边分别为a,b,c,且$b=2a$.求$\angle A$(精确到$1'$).

【讨论】　通过求三角函数值求角是解此题的一种方法.

【解】　$\mathrm{tg}A=\dfrac{a}{b}=\dfrac{a}{2a}=\dfrac{1}{2}$,

查表,得

$$\angle A=26°34'.$$

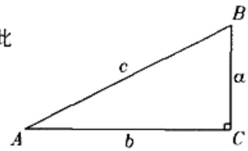


图 6-5

例2　已知矩形的对角线与一条边的夹角为 44°,这条边的长为 16cm.求:(1)矩形对角线长(精确到 1cm);(2)矩形的面积.

【讨论】　利用三角函数比的本质不难求出矩形的另一边长及对角线长,从而求出面积.

【解】　(1)如图 6-6,

$\angle DBC=44°$, $BC=16$.

$\because$　$\cos\angle DBC=\dfrac{BC}{BD}$,

$\therefore$　$BD=\dfrac{BC}{\cos\angle DBC}=\dfrac{16}{\cos 44°}\approx 22(\mathrm{cm})$.

(2)$\because$　$\mathrm{tg}\angle DBC=\dfrac{DC}{BC}$,

$\therefore$　$DC=BC\cdot\mathrm{tg}\angle DBC$.

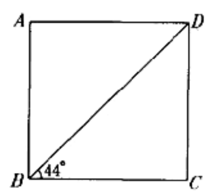


图 6-6