

理论力学

► 高等学校教材 ► 刘延柱 杨海兴

L I L U N L I X U E



高等教育出版社
GAODENG JIAOYU
CHUBANSHE

高等学校教材

理论力学

刘延柱 杨海兴

高等教育出版社

内 容 提 要

本书对传统的理论力学体系作了较大改进,以适应现代科学技术发展的需要。全书共分为二十三章,包括静力学、运动学、矢量力学基础、分析力学基础和动力学专题五个部分。共配有五十个思考题,一百六十个例题和五百多道习题,并附有答案。

本书适用于高等工业学校工程力学专业,也可作为对力学有较高要求的机械、航空、造船、土建和水利等类有关专业理论力学课程的教材,并可供其他专业和有关工程技术人员参考。

本书是国家教委工程力学专业教材委员会审定的
工程力学专业理论力学课程的教材。

责任编辑 吴 向

高等学校教材

理 论 力 学

刘延柱 杨海兴

高等教育出版社出版
新华书店总店北京科技发行所发行
四川省金堂新华印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 18.5 数字 44 300

1991年6月第1版 1991年6月第1次印刷

印数 0 001—2 120

ISBN 7-04-002708-9/TB·185

定价 6.75元

前 言

本教材为工程力学专业以及对力学知识要求较高的一般工科专业的学生编写。

理论力学课程是各门后续力学课程的理论基础，也是一门体系完整的独立学科。随着科学技术日新月异的发展，作为基础学科的理论力学，其体系和内容也必须相应地进行调整。从这个愿望出发，在编写本教材时，我们力图在以下几个方面作一些改进：

(1) 提高起点，删减与物理学的某些重复部分。

(2) 考虑到计算机应用的普及，尽量使用矢量、张量、矩阵等数学工具以适应计算技术的发展，并适当增加分析法的内容。

(3) 针对工程中求解动力学问题的实际要求，重视对运动过程的分析，而不只限于分析特定瞬时或特定位置的运动。因此适当加强建立和处理运动微分方程的训练。

(4) 由于分析力学方法在近代计算力学中日益显示出重要性，所以在教材中力图使分析力学方法和矢量力学方法并重，以培养综合运用这两种方法分析、解决具体问题的能力。

(5) 适当拓宽基础理论知识，可供教师选讲，也使读者有可能利用教材自学提高，扩充知识面。

本教材为理论力学基础部分，包括静力学、运动学、矢量力学基础、分析力学基础，以及若干基本动力学问题，如振动、碰撞和刚体动力学。本教材的续编高等动力学为理论力学专题部分，另册出版，内容包括分析力学专题、非线性振动和运动稳定性、中心引力场中的运动、刚体以及多体系统动力学等。两本教材具有相对独立性。一般工科多学时理论力学课程可只使用本教材，高等动力

学可作为独立课程讲授。少学时理论力学课程可只选讲本教材的前三篇内容。

本教材的初稿于1987年完成后,在上海交通大学工程力学系进行了多次教学实践,并在1988年7月国家教委工程力学专业教材委员会的理论力学教材评选会上中选。1989年1月在上海交通大学举行的工程力学专业理论力学教材研讨会以及1990年1月的审稿会上,我们广泛听取了各方面的意见,对初稿作了较大的修改和提高。在此谨向参加评选会的童秉纲、周恒、张锡成、赵经文和王宏钰教授,参加审稿会的程迺巽和贾书惠教授,以及参加研讨会的各兄弟院校的理论力学前辈和同行表示衷心的感谢。本教材中部分习题选自吴镇教授编写的《理论力学》,在此也向吴镇教授一并致谢。

限于水平,且编写时间短促,错误与不妥之处在所难免,望读者不吝指正。

刘廷柱 杨海兴

一九九〇年五月于上海交通大学

目 录

前言	1
绪论	1
§ 0.1 理论力学的研究对象	1
§ 0.2 理论力学的研究方法	2
§ 0.3 经典力学的基本概念	5
第 I 篇 静力学	9
第一章 力和力矩	12
§ 1.1 力的性质	12
§ 1.2 力矢量的坐标表示	14
§ 1.3 力对点的矩	15
§ 1.4 力对轴的矩	17
第二章 力系的简化	20
§ 2.1 汇交力系	20
§ 2.2 平行力系	22
§ 2.3 力偶及力偶系	28
§ 2.4 空间一般力系	31
第三章 约束	38
§ 3.1 约束和约束力	38
§ 3.2 约束的基本类型	40
§ 3.3 受约束物体的受力分析	46
第四章 力系的平衡	47
§ 4.1 力系的平衡方程	47
§ 4.2 静定和超静定	55
§ 4.3 刚体系统的平衡问题	60
§ 4.4 考虑摩擦的平衡问题	69
第 II 篇 运动学	83

第五章	点的运动	85
§ 5.1	点的位置	85
§ 5.2	点的速度	90
§ 5.3	点的加速度	94
第六章	分析运动学	100
§ 6.1	质点系的位形和几何约束	100
§ 6.2	刚体的平动和定轴转动	106
§ 6.3	质点系运动学问题	110
第七章	点的复合运动	116
§ 7.1	点的绝对运动和相对运动	116
§ 7.2	点在平动参考系中运动的合成	121
§ 7.3	点在转动参考系中运动的合成	123
第八章	刚体的平面运动	134
§ 8.1	刚体平面运动的分解	134
§ 8.2	刚性截面内点的速度和加速度	138
§ 8.3	刚体绕平行轴转动的合成	150
§ 8.4	点在平面运动参考系中运动的合成	154
第九章	刚体的定点转动	158
§ 9.1	刚体的有限转动	159
§ 9.2	刚体的瞬时转动	166
§ 9.3	刚体绕汇交轴转动的合成	169
§ 9.4	点在一般运动参考系中运动的合成	175
第 III 篇	矢量力学基础	179
第十章	牛顿定律与运动微分方程	181
§ 10.1	牛顿定律	181
§ 10.2	质点的运动微分方程	182
§ 10.3	质点系的运动微分方程	188
第十一章	动量定理	191
§ 11.1	动量定理	191
§ 11.2	质心运动定理	195
§ 11.3	变质量系统的质心运动定理	199

第十二章 动量矩定理	203
§ 12.1 矩心为定点的动量矩定理	203
§ 12.2 刚体的定轴转动微分方程	206
§ 12.3 矩心为质心的动量矩定理	211
§ 12.4 刚体的平面运动微分方程	217
第十三章 动能定理	224
§ 13.1 动能	224
§ 13.2 力的功	226
§ 13.3 势力场和势能	231
§ 13.4 动能定理	234
§ 13.5 动力学普遍定理的综合应用	237
第十四章 非惯性参考系中的相对运动	243
§ 14.1 非惯性参考系中的惯性力	243
§ 14.2 质点的相对运动微分方程	244
§ 14.3 矩心为动点的动量矩定理	248
§ 14.4 非惯性参考系中的动能定理	253
第十五章 达朗伯原理	257
§ 15.1 达朗伯惯性力	257
§ 15.2 达朗伯原理	258
§ 15.3 达朗伯惯性力系的简化	260
第 IV 篇 分析力学基础	267
第十六章 分析静力学	269
§ 16.1 虚位移	269
§ 16.2 虚速度	273
§ 16.3 虚位移原理	279
§ 16.4 势力场中质点系的平衡条件及稳定性	287
第十七章 动力学普遍方程	291
§ 17.1 一阶线性微分约束	291
§ 17.2 动力学普遍方程	296
§ 17.3 虚功率形式的动力学普遍方程	299
§ 17.4 高斯形式的动力学普遍方程	302

第十八章 拉格朗日方程	304
§ 18.1 用动能表示的动力学普遍方程	304
§ 18.2 拉格朗日方程	305
§ 18.3 拉格朗日函数	309
§ 18.4 拉格朗日方程的初积分	312
第十九章 拉格朗日乘子法	318
§ 19.1 第一类拉格朗日方程	318
§ 19.2 拉格朗日乘子的物理意义	319
§ 19.3 劳思方程	321
第二十章 力学的变分原理	326
§ 20.1 高斯原理	326
§ 20.2 哈密顿原理	330
§ 20.3 变分问题的直接方法	336
第 V 篇 动力学专题	339
第二十一章 振动	339
§ 21.1 平衡位置附近的微振动	339
§ 21.2 单自由度系统的自由振动	343
§ 21.3 相平面方法	351
§ 21.4 单自由度系统的强迫振动	354
§ 21.5 两自由度系统的振动	361
第二十二章 碰撞	372
§ 22.1 碰撞的特征和基本假定	372
§ 22.2 研究碰撞的矢量力学方法	375
§ 22.3 研究碰撞的分析力学方法	380
§ 22.4 物体之间的相互碰撞	385
第二十三章 刚体动力学	396
§ 23.1 刚体的质量几何	396
§ 23.2 刚体的动力学方程	405
§ 23.3 转动刚体的动约束力	411
§ 23.4 轴对称刚体的定点转动	418
§ 23.5 陀螺近似理论	422

附录 1 矢量代数	431
附录 2 矢量分析	437
附录 3 并矢	440
附录 4 等时变分	442
附录 5 典型约束和约束力	444
附录 6 简单均质几何体的重心和转动惯量	446
习题	450
习题解答	557

绪 论

§ 0.1 理论力学的研究对象

力学是研究物体机械运动规律的科学。机械运动是指物体的空间位置随时间的变化。固体的移动和变形、气体和液体的流动都属于机械运动。大至宇宙,小至基本粒子,无处不存在这种机械运动。对各种不同形态的机械运动的研究产生了不同的力学分支学科。理论力学研究机械运动的最普遍和最基本的规律,它是各门力学学科的基础,也是各门与机械运动密切联系的工程技术学科的基础。

理论力学起源于物理学的一个独立分支,但它的内容大大超过了物理学的内容。理论力学不仅要求建立与力学有关的各种基本概念和理论,而且要求能运用理论知识对于从实际问题中抽象出来的力学模型进行分析和计算。所谓力学模型就是对自然界和工程技术中复杂的实际研究对象的合理简化。当所研究物体的运动范围远远超过它本身的几何尺度时,它的形状对运动的影响极微小,可以将物体简化为只有质量而没有体积的几何点,即质点。一般情况下任何物体可以看作是由许多质点组成的系统,称为质点系。对于那些在运动中变形极小,或虽有变形但不影响其整体运动的物体,可以完全不考虑其变形而认为组成物体的各个质点之间保持距离不变,这种不变形的特殊质点系称为刚体。由许多刚体组成的系统称为刚体系。理论力学的研究对象仅限于离散的质点、质点系、刚体和刚体系,统称为离散系统。在分析固体的变形或流体的流动规律时,必须建立另一种力学模型,即物质在空间连续

分布的连续介质。虽然对连续介质的研究属于后续的有关力学课程的任务，但理论力学所研究的普遍性规律也适用于连续介质。

理论力学所研究的力学规律仅限于经典力学范畴。它的研究对象被限制为由大量分子组成，且运动速度远远小于光速的宏观物体。绝大多数工程实际问题都属于这个范畴。一般认为，经典力学是以牛顿定律为基础建立起来的力学理论，它的结论不适用于原子、电子等微观粒子的运动^①，或速度接近于光速的物体运动。后两种运动属于量子力学和相对论的研究对象。

理论力学的内容通常由三部分组成：静力学、运动学和动力学。静力学研究力系的简化以及物体在力系作用下的平衡规律。运动学以几何学的观点研究物体的运动。动力学则研究物体的运动与作用于物体的力之间的关系。静力学中所讨论的平衡是运动的一种特殊形态，因此也可以认为静力学是动力学的一种特殊情形。但由于工程技术发展的需要，静力学积累了丰富的内容而成为一个相对独立的组成部分。

§ 0.2 理论力学的研究方法

与一切科学相同，对力学基本规律的研究起源于对实际现象的观察和归纳。人类在生产活动中很早就开始积累经验并逐渐形成初步的力学知识。我国的墨翟(公元前 468—376)在《墨经》中已经对力和重心的概念作了最早的记载。伽利略(Galileo, G., 1564—1642)正确地认识了物体的惯性和加速度概念，提出了运动相对性原理。开普勒(Kepler, J., 1571—1630)在对大量天文观测资料的分析中总结出行星的运动规律。在他们的认识基础上，牛顿(Newton, I., 1642—1727)在《自然哲学的数学原理》中提出了万

^① 牛顿定律不适用，但动量守恒、动量矩守恒和能量守恒的自然规律依然成立。

有引力定律和动力学基本定律，从而奠定了后人称为牛顿力学的基础。在此以后，力学的研究逐渐从归纳性科学转变为演绎性，即以牛顿定律为基本出发点，利用数学推理得出结论以解释实际现象，并经受实践的检验。人类在实践活动中对牛顿力学基本原理的无数次检验证实，对于速度远远小于光速的宏观物体的运动，牛顿定律具有高度正确性。1864年根据牛顿定律推算结果的预测而发现海王星实际存在的事实，不仅有力地证实牛顿定律的正确性，而且展示出理论在指导实践方面的巨大力量和前景。牛顿定律在经典力学中的奠基地位被牢固树立以后，力学才得以发展成为一门科学。鉴于牛顿力学中所讨论的许多力学概念，如速度、加速度、角速度、角加速度、力和力矩等都是以矢量形式出现的物理量，因此也可将牛顿力学称为矢量力学。矢量力学是经典力学的重要组成部分。

如上所述，牛顿力学是根据天体运动的大量观测资料归纳产生的力学理论。与生产活动中的物体相比较，天体的运动更接近于理想化的质点模型。在十八世纪，随着机器生产的迅速发展，要求对受约束机械系统的运动进行分析。在这方面，牛顿力学继续取得进展，如欧拉(Euler, L., 1707—1783)建立了刚体的运动微分方程，达朗伯(d'Alembert, J. le R., 1717--1783)建立了与牛顿第二定律等效的达朗伯原理。达朗伯原理虽然提供了解决约束质点系动力学问题的一般方法，但用矢量力学方法讨论受约束物体的运动仍显得十分不便。为此拉格朗日(Lagrange, J.-L., 1736—1813)对力学提出了全新的叙述方式。他以虚位移原理和达朗伯原理作为力学的演绎基础，建立受约束系统运动的动力学普遍方程，进而导出拉格朗日方程，从而产生了与牛顿力学并驾齐驱的新力学体系，称作拉格朗日力学。这种体系的特点是引进标量形式的广义坐标、能量和功，采用纯粹的分析方法，完全摆脱以矢量为特

征的几何方法,因此也称作分析力学,以区别于牛顿的矢量力学。分析力学也是经典力学的组成部分,用分析力学方法研究受约束机械系统可以回避系统内的理想约束力。动力学普遍方程和拉格朗日方程不仅适用于机械系统,而且也适用于电磁系统和微观物质系统,因此对量子力学和统计力学的发展也起了推动作用。

在分析力学的发展过程中,出现过对力学基本原理的不同表达方式,其中应提到力学的变分原理。变分原理与牛顿力学或拉格朗日力学建立运动微分方程求解的思维方式完全不同,它不直接叙述运动的基本规律,而是将真实发生的运动与可能发生的运动加以比较,并提供能将真实运动从可能运动中区别出来的准则。在各种变分原理中,哈密顿(Hamilton, W. R., 1805—1865)提出的原理最具有代表性。通常将哈密顿原理以及由哈密顿导出的正则方程称为哈密顿力学。拉格朗日力学和哈密顿力学是分析力学的两个重要组成部分。

矢量力学与分析力学是经典力学的不可分割的两个方面。矢量力学的直观性强,是物理学中力学知识的延伸,一些重要的力学基本概念必须在矢量力学中建立,因此矢量力学一直是理论力学课程的主要内容。但也应指出,随着电子计算技术的飞速发展,目前对于复杂工程对象的动力学计算已经愈来愈多地使用分析力学方法,分析力学已经从纯理性的抽象思维走上与现代计算技术相结合的发展道路。因此有必要提高分析力学在理论力学课程中的比重,使读者有可能应用矢量力学和分析力学两种工具来综合处理工程实际中的力学问题。

虽然在理论力学课程中演绎过程占据了重要地位,但不能认为理论力学是纯粹的演绎科学。在近代力学的发展过程中,尤其是对于一些边缘性力学学科,需要用经典力学的基本理论和方法对实验资料进行归纳和总结,以解释新的力学现象或探索新的自

然规律。然而不论演绎过程如何严格，所导出的一切结论都必须经受实践的检验才能被认为是正确的结论。

§ 0.3 经典力学的基本概念

1. 空间与时间

物体的机械运动表现为物体的位置变化，这种变化必须在确定的空间中进行，变化的持续性表明运动不仅在空间中而且在时间中发生。空间和时间是一切物质存在和运动的共同形式。经典力学中的空间是孤立于物体运动之外的绝对空间，即三维欧几里得空间。经典力学中的时间是孤立于物体运动之外的绝对时间。时间与空间相互独立，在空间的不同位置有相同的时间坐标。空间和时间的度量和单位已在物理学中阐明，在国际单位制中，长度的单位是米，时间的单位是秒。

2. 力与质量

力的概念产生于牛顿第一定律。物体 A 对物体 B 产生影响以改变后者的运动状态或使后者变形，则称 A 对 B 产生力的作用。自然界中存在不同性质的力，体积力通过场作用于物体，如万有引力、静电引力和磁场中的洛伦兹力；面积力产生于物体之间的接触面，如弹力、摩擦力、流体压力和粘性阻力。质量是物体惯性的量度，其概念产生于牛顿第二定律：作用于质点的力与该力使质点产生的加速度之比对于该质点而言是一恒量，即该物体的惯性质量。此外，质量的概念也来自牛顿万有引力定律：两个质点之间的万有引力与其质量的乘积成正比，与距离的平方成反比。按万有引力定律确定的质量称为引力质量。精密测量证实，惯性质量与引力质量接近于相等，其差别小于 10^{-13} ，因此可以不加区别地

统称为质量。在国际单位制中,质量的单位是千克;力的单位是牛顿($1 \text{ 牛顿} = 1 \text{ 千克} \cdot \text{米} / \text{秒}^2$)。

3. 惯性参考系

根据运动的相对性,一切对于运动的描述必须相对某个确定的参考体才有意义。利用不共面但相交于一点的三根直线组成的标架作为抽象的参考体,称为参考系。参考系可以固定在具体的参考体上,也可不与任何实体相联系,而理解为三维空间的一种抽象。相交于参考系中任意一点的三根相互正交并固结于参考系的直线构成坐标系。直线称为坐标轴,其交点称为原点。坐标系与参考系的区别在于:同一参考系中可以根据具体问题的需要设置不同的坐标系。但在描述运动时,相对某个参考系有时也可说成相对某个坐标系而不加区分。

作为经典力学基础的牛顿定律,并非相对任何参考系都能成立。能使牛顿力学严格成立的参考系称为惯性参考系,反之为非惯性参考系。在实际计算中,什么参考系可以作为惯性参考系则取决于量测方法和计算要求的精确度,因此实际上存在着按精确程度区分的不同层次的惯性参考系。以太阳中心为原点、各轴指向恒星的日心参考系,已被天文观测资料证实是非常精确的惯性参考系。物理学中证明,相对惯性参考系作匀速直线平动^①的参考系也都是惯性参考系。从工程观点考虑,任何相对惯性参考系运动的参考系,只要加速度效应引起的对于牛顿定律的偏离不超过量测方法或计算精度的允许范围,即可看作是惯性参考系。例如以地球中心为原点,各轴平行于日心参考系的地心参考系,由于地球公转的影响极其微弱,可以作为足够精确的惯性参考系。与地

^① 在第六章中将给出平动的严格定义,这里可理解为参考系上的每个点均作相同的匀速直线运动。

球固结的参考系由于地球自转的影响，严格说来已不是惯性参考系，但对于在地面附近运动的一般工程问题，在一般精度范围内，也可当作是惯性参考系。具有明显加速度的运动物体上固结的参考系则是非惯性参考系。