

从麦克斯韦方程组

● 陈燊年 陈思明 王建成 著

建立的 新电路理论

科学出版社

从麦克斯韦方程组建立的 新电路理论

陈燦年 陈思明 王建成 著

国家自然科学基金和福建省自然科学基金资助项目

科学出版社

1999

内 容 简 介

本书以公认的麦克斯韦方程组为电路理论的坚实物理基础,提出积分形式的两组独立方程组作为电路理论的基本定律.从此定律出发,运用纯逻辑推理,演绎电路理论有关问题,构成本书七章内容.除第一章外,其它各章全部取材于作者已发表或尚未发表的论文.

本书把属于不同学科的物理电动力学与电工电路理论有机地结合起来.因而可作为工科电类网络理论、电路理论、电磁场和理科电动力学的补充教材或有关专业的选修课教材,也可供有关研究人员、教师、博士生、研究生参考.

图书在版编目(CIP)数据

从麦克斯韦方程组建立的新电路理论/陈桑年等著. -北京:科学出版社,1999. 8

ISBN 7-03-006979-X

I. 从… II. 陈… III. 麦克斯韦方程-应用-电路理论
IV. TM13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 24061 号

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号
邮政编码:100717

科 地 亚 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1999 年 6 月 第 一 版	开本:850×1168 1/32
1999 年 6 月 第 一 次 印 刷	印张:15
印数:1-1 600	字数:391 000

定 价: 30.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

序

电路理论,又称电网络理论,是电气和电子科学技术中一门极为重要的基础理论,它已有一百多年的发展历史.历史上,电路理论开始包含在电磁理论中.随着时代和生产的发展,电路理论从电磁理论中脱出,成为一门独立学科.现在,一般称 20 世纪 50 年代以前为“经典电路理论的发展阶段”,60 年代以后为“近代电路理论的发展阶段”.近代电路理论形成两个学派.一派是系统地运用拓扑学的观点来验证电路中有关问题和分析设计各种电路;另一学派是仿效数学公理化方法,从一组原始概念和基本公理出发,运用纯逻辑推理,去演绎电路理论有关问题.

本书不属上述两种学派.认为电网络表现的物理现象是网络内电磁场与构成网络元件的各种物质之间的相互作用,这种电磁相互作用的原理,就由麦克斯韦方程组表示.其次,把线性网络和非线性网络都统一看作是一个分布有能量和电荷、电流的系统.系统内各支路能量和各节点电流、电荷分别遵从由麦克斯韦方程组推导出的能量守恒定律和电荷守恒定律.这两个守恒定律成为建立电路理论乃至网络理论的出发点或两条立论根据.这样,经历螺旋上升一个循环后,又回到了历史的新起点,把电路理论的基础建立在曾赖以生长和发展的电磁理论的土壤上.

电路基本定律,称为基尔霍夫定律,来源于 1847 年基尔霍夫发表的一篇论文.当时基尔霍夫本人用了许多拓扑学的想法,在预先给出两组关于支路电流为变量的方程后,证明了网络支路电流有唯一确定解所需的该两组方程的独立方程数目.当电路理论成为一门独立学科后,不知什么原因,抽出了证明结论的独立方程数目,把预先给出的两组关于支路电流为变量的方程当作电路基本定律,称为基尔霍夫电流定律和电压定律.这既没有经过理论验

证、又没有经过实践证明,当时可能只是一种暂时性的措施,但一直被沿用到今天.

现在的理论问题,不在于电路理论是拓扑说、公理说、还是场论说,而在于究竟电路理论中什么定律才是基本定律.

场论说提出了由两个守恒定律在网络中联立求解得到的具有积分形式的两组独立方程组为电路中基本定律.在第二章、第三章和第七章中分别严谨地论证了它比基尔霍夫定律更本源、更普遍.

本书就是以积分形式的两组独立方程组为基本定律,把原来的基尔霍夫定律、包括忆阻元件的电路元件理论、支路特性方程、证明电路基本定理、求解网络变量的电路系统分析方法、网络矩阵分析法和其它电路理论等内容都在这条基本定律下推论和演绎得到,把它们组成一个完全独立和统一的、在逻辑上严密、在理论上完美的电路理论新体系.

本书不否定采用“路”的概念来研究、分析问题时所具有的更简单而且实用的优点,但主张“路”的理论基础应完全、彻底地建立在麦克斯韦方程组上.事实上,以“场”为基础的“路”的概念才能更充分发挥作用.

本书的前身是《网络现代场论》,出版于1991年.在它的基础上,作了较大的修改,并增加了自1991年以后作者研究的成果.本书除第一章外,其它各章全部取材于作者已发表或尚未发表的论文.

本书稿曾多年作为华侨大学理论电工专业研究生学位课程的讲义,在使用和这次编写过程中得到多方同行们的鼓励、关心和支持.其中曾与华侨大学苏武浔副教授作过多次深入和有益的讨论,定稿后他还认真阅读了全文,并提出许多宝贵的修改意见,在此表示由衷感谢.书中不妥之处,请读者指正.

陈燊年

1998年6月于华侨大学

符 号 表

a	边长、半径
A	磁矢势
a_{μ}	关联矩阵元素
\mathbf{A}	关联矩阵
\mathbf{A}_T	矩阵 \mathbf{A} 中对应于全部非独立电流支路的最高阶子方阵
b	边长
B	网络支路数
\mathbf{B}	磁感应强度
b_{kt}	独立回路矩阵元素
\mathcal{B}	独立回路矩阵
\mathbf{B}_T	矩阵 \mathbf{B} 的转置矩阵
C	电容
C_i	第 i 独立割集
C_{μ}	节点电压系数
d	厚度、距离
D	电位移矢量
e	正交坐标系的单位矢量
e_{ijk}	反对称单位张量
E	电场强度
\dot{E}	复数电场强度
\dot{E}^*	\dot{E} 的共轭复数
E_0	电场强度幅向量
\mathcal{E}	支路电动势列矩阵

$\dot{\mathcal{E}}$	支路复电动势列矩阵
$\dot{\mathcal{E}}_l$	独立回路复电动势列矩阵
$\dot{\mathcal{E}}_m$	网孔复电动势列矩阵
G	元件电导
$\left(\frac{1}{G}\right)_{mn}$	倒电导矩阵元素
h	长度、高度、距离
h_m	广义坐标度量系数
H	磁场强度
\dot{H}	复数磁场强度
\dot{H}^*	\dot{H} 的共轭复数
i	虚数单位
I	传导电流强度
I_D	位移电流强度
I	支路电流列矩阵
I	支路复电流列矩阵
\dot{I}_l	独立回路复电流列矩阵
\dot{j}_m	网孔复电流列矩阵
j_i	非独立变量电流密度(树枝电流)
j_k	独立变量电流密度(链支电流)
j_m	网孔电流密度
j	传导电流密度矢量
\dot{j}	复数传导电流密度矢量
\dot{j}^*	\dot{j} 的共轭复数
j^D	位移电流密度矢量
K	电动势强度
\dot{K}	复数电动势强度
l	回路、支路
l_k	第 k' 独立回路

L	自感系数
m_k	第 k' 个网孔
M	互感系数
M_R	记忆电阻
m_{sk}	网孔矩阵元素
\mathbf{M}	网孔矩阵
\mathbf{M}^T	矩阵 \mathbf{M} 的转置矩阵
\mathbf{M}_T	矩阵 \mathbf{M} 中对应于全部独立电流支路的最高阶子方阵
n	独立回路的支路数、螺线管的总匝数、电容器介质作多层分布和多区分布的数目
n'	螺线管单位长度的匝数
N	网络节点数
q	电荷
Q	热量
q_{ik}	独立割集矩阵元素
\mathbf{Q}	独立割集矩阵
\mathbf{Q}^T	矩阵 \mathbf{Q} 的转置矩阵
r	电源内阻
R	电阻、半径、距离
\mathbb{R}	元件电阻矩阵
S	面积、电容器内的等位面
S'	导线或电源的均匀横截面
t	时间变量
u	广义坐标变量
V_k	非独立变量电压(链支电压)
V'_t	独立变量电压(树枝电压、割集电压)
\dot{V}	支路复电压
\mathbf{V}	支路电压列矩阵

\dot{V}	支路复电压列矩阵
\dot{V}'	割集复电压列矩阵
v	电荷速度
\dot{v}_μ	节点电压
\dot{v}	节点复电压列矩阵
\dot{Y}	元件复导纳矩阵
\dot{Y}_n	节点复导纳矩阵
\dot{Y}_c	割集复导纳矩阵
\dot{Z}	复阻抗
$\dot{Z}^{(R+r)}$	电阻复阻抗
$\dot{Z}^{(M_R)}$	忆阻复阻抗
$\dot{Z}^{(C)}$	电容复阻抗
$\dot{Z}^{(L)}$	自感复阻抗
$\dot{Z}^{(M)}$	互感复阻抗
$\dot{z}^{(C)}$	对传导电流的电容复阻抗率
$\dot{z}_D^{(C)}$	对位移电流的电容复阻抗率
$\dot{z}^{(L)}$	自感复阻抗率
$\dot{z}^{(M)}$	互感复阻抗率
\dot{z}	复合元件的复阻抗率
\dot{Z}	包含互感的复阻抗矩阵
\dot{Z}_l	回路复阻抗矩阵
\dot{Z}_m	网孔复阻抗矩阵
ρ	电阻率、电荷密度、特性阻抗
ϵ	介电常量
μ	磁导率、节点数编号
σ	电导率
ω	角频率
Ω	体积
δ_{ij}	克罗内克符号

$\dot{\Phi}$	复数磁通量
$\rho^{(0)}$	线性各向同性电阻率
$\rho_{mn}^{(0)}$	非线性零级(线性各向异性)电阻率张量
$\rho_{mn}^{(k)}$	非线性 k 级电阻率张量
ρ_{mn}	电阻率张量
$\rho_{mn}^{(M_R)}$	忆阻电阻率张量
$\sigma_{mn}^{(0)}$	非线性零级(线性各向异性)电导率张量
$\sigma_{mn}^{(k)}$	非线性 k 级电导率张量
σ_{mn}	电导率张量
$\epsilon^{(0)}$	线性各向同性介电常量
$\epsilon_{mn}^{(0)}$	非线性零级(线性各向异性)介电常量张量
$\epsilon_{mn}^{(k)}$	非线性 k 级介电常量张量
ϵ_{mn}	介电常量张量、矩阵 $[\epsilon_{mn}]$ 的元素
$(\epsilon_{mn})^{-1}$	矩阵 $[\epsilon_{mn}]$ 的逆矩阵 $[\epsilon_{mn}]^{-1}$ 的元素
ϵ'_{mn}	时间导数介电常量张量
$\epsilon'^{(k)}_{mn}$	非线性 k 级时间导数介电常量张量
$\mu^{(0)}$	线性各向同性磁导率
$\mu_{mn}^{(0)}$	非线性零级(线性各向异性)磁导率张量
$\mu_{mn}^{(k)}$	非线性 k 级时间导数磁导率
μ_{mn}	磁导率张量、矩阵 $[\mu_{mn}]$ 的元素
$(\mu_{mn})^{-1}$	矩阵 $[\mu_{mn}]$ 的逆矩阵 $[\mu_{mn}]^{-1}$ 的元素
$ \mu_{mn} $	矩阵 $[\mu_{mn}]$ 的行列式
μ'_{mn}	时间导数磁导率张量
$\mu'^{(k)}_{mn}$	非线性 k 级时间导数磁导率
μ	磁导率并矢
μ^{-1}	磁导率逆并矢
$\int \mathbf{f}(l) \cdot d\mathbf{l}$	线积分
$\oint \mathbf{f}(l) \cdot d\mathbf{l}$	闭合线积分

$\int \mathbf{f}(S) \cdot d\mathbf{S}$ 面积分

$\oint \mathbf{f}(S) \cdot d\mathbf{S}$ 闭合面积分

$\int \mathbf{f}(\Omega) d\Omega$ 体积分

$\cos(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ 矢量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 夹角的余弦

目 录

第一章 电路理论的坚实物理基础	1
§ 1.1 麦克斯韦方程组和物质电磁性质方程	1
§ 1.2 电荷守恒定律和能量转换与守恒定律	4
§ 1.3 线性各向异性介质的坡印亭定理	7
§ 1.4 非线性介质的坡印亭定理	9
§ 1.5 电路集中化假设.....	13
§ 1.6 小结.....	15
参考资料	15
第二章 线性直流网络	16
§ 2.1 直流网络中的两个守恒定律.....	16
§ 2.2 由第二守恒定律导出欧姆定律、焦耳定律和功率 守恒.....	17
§ 2.3 两个守恒定律在直流网络中联立求解.....	20
§ 2.4 D 定理和 D_{ik} 定理	26
§ 2.5 独立回路数目的证明和独立回路方程组.....	36
§ 2.6 积分形式的两组独立方程组.....	43
§ 2.7 论原始和现在的基尔霍夫定律.....	43
§ 2.8 基尔霍夫第一定律和第二定律的新表示式.....	45
§ 2.9 基尔霍夫电压定律新表示式和支路特性方程.....	48
§ 2.10 三个基本矩阵方程	49
§ 2.11 电压源和电流源的数学表示	52
§ 2.12 小结	58
参考资料	60
第三章 线性交流网络	61
§ 3.1 电阻 忆阻、电容、自感和互感的复阻抗率.....	61

§ 3.2	两个守恒定律在包含互感的交流网络中联立求解.....	67
§ 3.3	全回路欧姆定律的微分形式.....	71
§ 3.4	一个单回路积分形式的第二独立方程组.....	73
§ 3.5	积分形式的两组独立方程组.....	77
§ 3.6	基尔霍夫第一定律和第二定律的新表示式.....	78
§ 3.7	基尔霍夫电压定律新表示式和包含互感的支路特性方程.....	81
§ 3.8	推导包括忆阻元件的电路元件特性公式.....	84
§ 3.9	包含互感的四种元件串联一起的串并联公式.....	89
§ 3.10	任意长螺线管复阻抗率和复阻抗的计算.....	95
§ 3.11	包含互感元件的串联谐振电路.....	107
§ 3.12	推导节点电压法网络状态方程.....	108
§ 3.13	推导回路电流法网络状态方程.....	116
§ 3.14	推导割集电压法网络状态方程.....	121
§ 3.15	证明叠加定理.....	129
§ 3.16	证明互易定理.....	133
§ 3.17	证明置换定理.....	137
§ 3.18	证明戴维南定理和诺顿定理.....	141
§ 3.19	证明特勒根定理.....	144
§ 3.20	小结.....	147
	参考资料.....	150
第四章	线性网络的矩阵分析.....	151
§ 4.1	关联矩阵、独立回路矩阵和包含互感的复阻抗矩阵.....	152
§ 4.2	割集和独立割集矩阵.....	156
§ 4.3	矩阵 \mathbf{Q} 与矩阵 \mathbf{A} 之间的关系.....	161
§ 4.4	矩阵 \mathbf{Q} 与矩阵 \mathbf{B} 之间的关系.....	168
§ 4.5	从对偶性推导网孔矩阵.....	173
§ 4.6	电流变换关系.....	176

§ 4.7	电压变换关系	180
§ 4.8	2 <i>B</i> 法、支路电压法和节点电压法	184
§ 4.9	支路电流法和网孔电流法	189
§ 4.10	回路电流法和割集电压法	192
§ 4.11	两种方法优点的综合	196
§ 4.12	小结	206
	参考资料	209
第五章 四种基本电路元件从线性到非线性的特性普遍公式		
	210
§ 5.1	线性各向异性的电阻特性普遍公式	211
§ 5.2	非线性电阻特性普遍公式	216
§ 5.3	非线性倒电导特性普遍公式	222
§ 5.4	推导流控多项式和压控多项式	225
§ 5.5	线性各向同性的电容特性普遍公式	232
§ 5.6	求二维导体系统中任意形状电容器的电容	245
§ 5.7	线性各向异性的倒电容特性普遍公式	249
§ 5.8	非线性倒电容特性普遍公式	255
§ 5.9	磁各向异性介质中矢势 <i>A</i> 的微分方程及其解	264
§ 5.10	线性各向异性的自感和互感特性普遍公式	277
§ 5.11	充满磁各向异性介质的无限长直螺线管的自感 系数	292
§ 5.12	小结	301
	参考资料	302
第六章 四种非线性基本元件单独存在时的非线性电路		
	303
§ 6.1	纯电阻的非线性电路基本方程	303
§ 6.2	纯忆阻的非线性电路基本方程	307
§ 6.3	纯电容的非线性电路基本方程	313
§ 6.4	磁各向异性介质中矢量 <i>C</i> 的微分方程及其解	316

§ 6.5	磁各向异性介质中矢势 A 的积分公式	327
§ 6.6	磁非线性介质中矢量 C 的微分方程及其近似解	337
§ 6.7	磁非线性介质中矢势 A 的积分公式	349
§ 6.8	纯电感的非线性电路基本方程	352
§ 6.9	非线性电路的自感和互感的特性公式	360
§ 6.10	小结.....	365
	参考资料.....	366
第七章	非线性网络	367
§ 7.1	非线性网络中两个守恒定律	368
§ 7.2	非线性坡印亭定理在非线性网络中的应用	371
§ 7.3	电荷守恒定律对 N 个节点的联立解	378
§ 7.4	若干线图命题的证明	379
§ 7.5	非线性网络中积分形式的两组独立方程组	384
§ 7.6	推导非线性网络基尔霍夫两定律	387
§ 7.7	推导非线性网络基尔霍夫电压定律和包含互感 的支路特性方程	395
§ 7.8	推导包括忆阻元件的非线性电路元件特性公式	401
§ 7.9	推导非线性网络矩阵分析法中 5 种基本矩阵和 2 个变换关系	416
§ 7.10	从非线性网络过渡到线性网络.....	422
§ 7.11	小结.....	433
	参考资料.....	435
附录一	关于研究电流线性分布所得到的方程的解	436
附录二	网络现代场论的建立与进展	447
附录三	A Fundamental Theory for Memristor Using the Modern Field Theory of Network	455

第一章 电路理论的坚实物理基础

§ 1.1 麦克斯韦方程组和物质电磁性质方程

本书把电路理论或电网络理论的基础建立在麦克斯韦方程组、物质电磁性质方程和电路的集中化假设上. 本节首先写出麦克斯韦方程组和物质电磁性质方程, 然后把物质电磁性质方程从线性各向同性推广到线性各向异性和非线性介质, 作为建立电路理论的出发点.

已知麦克斯韦方程组的微分形式^[1,2]

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

及其复数形式

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \dot{\mathbf{E}} &= -\frac{\partial \dot{\mathbf{B}}}{\partial t} \\ \nabla \times \dot{\mathbf{H}} &= \dot{\mathbf{j}} + \frac{\partial \dot{\mathbf{D}}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \dot{\mathbf{D}} &= \dot{\rho} \\ \nabla \cdot \dot{\mathbf{B}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

若引用广义正交坐标变量 u_1, u_2 和 u_3 , 则实时量 \mathbf{E}, \mathbf{j} 等与其复数量 $\dot{\mathbf{E}}, \dot{\mathbf{j}}$ 等的关系是

$$\left. \begin{aligned}
 \mathbf{E}(u_1 u_2 u_3 t) &= \operatorname{Re}[\mathbf{E}(u_1 u_2 u_3 t)] \\
 &= \operatorname{Re}[\mathbf{E}(u_1 u_2 u_3) e^{i(\omega t + \theta_E)}] \\
 &= \operatorname{Re}[\dot{\mathbf{E}}(u_1 u_2 u_3) e^{i\omega t}] \\
 \mathbf{j}(u_1 u_2 u_3 t) &= \operatorname{Re}[\mathbf{j}(u_1 u_2 u_3 t)] \\
 &= \operatorname{Re}[\mathbf{j}(u_1 u_2 u_3) e^{i(\omega t + \theta_j)}] \\
 &= \operatorname{Re}[\dot{\mathbf{j}}(u_1 u_2 u_3) e^{i\omega t}]
 \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

我们讨论的变化电磁场只限于角频率 ω 不是很高的似稳电磁场, 因而在电网络内的所有各点上, 每一时刻的电磁场以及电流、电荷的分布都可以看成完全一样, 只不过它们一起同步地缓慢变化 (详见 §1.5 讨论). 在此情况下式 (1-3) 中的幅量 $\mathbf{E}(u_1 u_2 u_3) = \mathbf{E}_0$, $\mathbf{j}(u_1 u_2 u_3) = \mathbf{j}_0$ 等都可作为常矢量看待.

又知, 当物质为线性各向同性时, 对于电介质、磁介质和导体, 由物质特性所决定的电磁性质方程分别是^[3]

$$\left. \begin{aligned}
 \mathbf{D} &= \epsilon^{(0)} \mathbf{E} \\
 \mathbf{B} &= \mu^{(0)} \mathbf{H} \\
 \mathbf{j} &= \frac{1}{\rho^{(0)}} (\mathbf{E} + \mathbf{K})
 \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

式中, \mathbf{K} 是交变电源的非电外力, 而 $\epsilon^{(0)}$ 、 $\mu^{(0)}$ 和 $\rho^{(0)}$ 分别代表介电常数、磁导率和电阻率.

在式 (1-4) 中, $\epsilon^{(0)}$ 、 $\mu^{(0)}$ 、 $\rho^{(0)}$ 不仅与物质本身的性质有关, 而且还与介质的密度、温度等有关. 此外, 在高频情况下, 这些“物质常数”还与外场的频率有关 (色散现象). 但本书不讨论高频情况, 且为了简化地处理问题, 一般情况下, 都假设 $\epsilon^{(0)}$ 、 $\mu^{(0)}$ 、 $\rho^{(0)}$ 等都是物质常数, 不随空间位置、时间和电磁场而变化.

为了以后研究非线性网络的需要, 现在必须把物质电磁性质方程从介质为线性各向同性推广到介质为线性各向异性以至介质为非线性的普遍形式. 以下以方程式 (1-4) 中的第一式为示范, 说明电介质情况的推广工作.