

中子光学

[美] D. J. 休斯著
洪永炎译

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书系美国科学出版社 (Interscience Publishers) 出版的“物理学和天文学”丛书之一。介绍了中子光学原理、基本理论以及由各种实验方法所得的结果。

本书适合于中子物理实验工作者以及固体物理实验工作者作参考。也可作为高等院校中原子核物理专业的课外参考读物。

NEUTRON OPTICS

D. J. Hughes

Interscience Publishers, Inc., 1954

中 子 光 学

洪永炎 译 毛清献 校

上海科学技术出版社出版 (上海瑞金二路450号)

上海市书刊出版业营业许可证出 093 号

商务印书馆上海厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本 850×1168 1/32 印张 3 22/32 排版字数 87,000

1963 年 4 月第 1 版 1963 年 4 月第 1 次印刷 印数 1—3,700

统一书号 13119·505 定价(十四) 0.64 元

序

在本书中我們將研究中子光学的基本物理原理及其应用。近十年来由于鏈式反应堆已可获得很高强度的中子流，才使得这个研究領域有可能实现。在这时期內的中子光学的多数研究工作是关于中子散射的基本过程以及它們与一般光学原理的关系。中子光学本身的实验研究价值在于它导致物质結構研究上的富有成效的应用以及基本核物理量的測定。考察一下在中子光学中很重要的相互作用是极有益的，因为它能清楚地說明中子的粒子和波的并协性质，以及提供对中子和电磁波进行光学比較的条件。在討論原理时，我們將避开核相互作用的詳細理論以及中子光学应用所涉及的固体物理理論。然而我們对于核理論和碰撞理論将包括充分的内容，以便于清楚了解中子光学对重要現象的应用。对于固体物理理論，我們仅限于闡明中子光学在研究晶体和磁性結構的意义方面給以足够詳細的介紹。

第1章討論中子散射的基础知識，中子和电磁波的光学比較以及中子散射决定折射、反射和衍射等的方法。第2章是实验方法的簡短概論，我們的目的并不是仔細討論实验技术，而是討論方法的一般状况及其潜在能力。下余各章包括中子光学的应用^[*]：在核相互作用中的应用(第3章)、在晶体結構分析中的应用(第4章)以及在磁性方面的应用(第5章)等。在这些討論中的内容是按所研究的特定現象(如中子-质子相互作用、氫原子定位、順磁性等)来排列的，而不是按有关的特殊技术来安排的。这样就可能使本书着重于中子光学所得的結果，以及考察各种技术用于同一目的的方式。

敬向乔其·郭克斯(George Cox)帮助我准备插图以及阿德爾·堪德富(Adele Kentoffio)帮助我繕清几次手稿表示感謝。

[*] 俄譯注：可參閱 Bacon G.: *Neutron Diffraction*, Oxford, 1955.

目 录

序

第1章 中子光学基本原理	1
1.1 中子光学与电磁波光学	1
1.2 中子散射的相干效应	7
1.3 折射率	15
1.4 衍射	22
第2章 中子光学中的实验方法	27
2.1 中子源	27
2.2 单能量中子的产生	31
2.3 小角度散射	36
2.4 折射和反射	38
2.5 衍射技术	42
第3章 用中子光学方法测定原子核相互作用	47
3.1 相干散射截面的直接测量	48
3.2 从自由原子截面中决定相干截面	51
3.3 中子-质子散射	58
3.4 中子-电子的相互作用	66
第4章 晶体点阵性质的测定	74
4.1 氘原子的定位	74
4.2 不含氘的晶体结构分析	78
4.3 中子衍射对结构分析的进一步应用	81
4.4 点阵振动	83
第5章 磁性散射	91
5.1 磁性散射基本原理	91
5.2 磁性散射理论的验证	97
5.3 铁磁晶体和反铁磁晶体的分析	101
5.4 顺磁性	106
5.5 极化中子	110

第 1 章

中子光学基本原理

在研究中子光学时，我們所关心的是有关多个原子集体行为的现象——散射中子波的干涉效应，以及由此而产生的一些典型的光学效应等。只要中子具有完全确定的波长，我們可以預期：凡是經過仔細研究的光学結果可以直接应用中子光学上。一般地讲，这种方法是合理的：因为中子是按照简单的光学关系在分界面处折射和反射的，而且是按照这关系在晶体中衍射的。但是除了这些明显的相似性外，我們还发现了許多差别。这些差别使简单地将中子比作光的比拟复杂化，但是它同时也使中子的光学性质成为一种很有效的研究工具。有些差别可以直接表示出来，例如中子在磁場中的散射；还有一些差别則較為微妙，例如在温度弥散散射下，中子在散射过程中发生較大动量改变（与中子具有較大质量有关）的效应。虽然，我們在处理問題过程中，当熟知的光学結果可以适用时，就将包括这些結果的采用；但是我們也应该随时注意两者的重要差别。

1.1 中子光学与电磁波光学

“高”能中子（能量約兆电子伏特数量級）与物质相互作用时，它的行为比起波与粒子的行为来更接近于粒子的行为。例如：能量为 10 兆电子伏特的一个中子，其德布罗意波长为 0.9×10^{-12} 厘米。这个波长与核的綫度大小具有相同的数量級，但是比原子与

原子間的距离还小 10^4 倍。事实上，我們对于这些在核綫度大小范围内的短波长的中子，也看到了若干干涉效应。这些效应造成核的“影散射” (shadow scattering)，这种现象十分相似于一个小阻碍物 (其衍射圓錐角等于 λ/a ， λ 为中子波长，而 a 是核半径) 所造成的衍射。但是，对于快速中子的絕大多数散射性质来说，則微粒性占优势地位。因此，在中子的“慢化” (slowing down) 理論中，我們可以正确地把它們看作是质点与所遇到的原子核間的碰撞，一般是彈性碰撞。

当中子与原子核碰撞而慢化时，它們的波长就会增长，而其光学性质也就变得更加容易被观察到。最后，中子与慢化剂达成热平衡，在这种平衡状态下，中子的能量增益等于它的能量损失。这种“热中子”的波长約有几个埃单位；而在这个能量范围内，中子的波动性比微粒性占优势。特別幸运的是：这个对中子光学效应关系最大的波长范围 (几个埃单位)，恰好对应于可获得的高强度中子的能量范围，由于室温下中子和物质达成热平衡，在慢化剂中的热能可以产生最高的中子密度。这是由于在鏈式反应堆中能够获得极强的热中子流，因而在过去十年中当鏈式反应堆付諸使用后，中子光学就成为物理学的重要部門。中子光学的实验特別与 X 射綫的实验相似，这不单是因为它們的波长几乎相同，同时极大多数物质对中子的折射率与对 X 射綫的折射率也具有几乎相同的数值。

正是由于中子光学的实验方法与光学实验方法很相似，所以我們可以期望用平常的光学原理作类比并包括对那些与电磁波光学性质不同的中子属性的討論來說明中子光学现象。这是常用的方法，也是本章中絕大部分所将采取的方法。然而，在有些情况下，例如中子的极化 (見 5.5 节) 就不适用类比法，因为中子的这些现象与表观上和它相似的光学现象基本上是两个不同的过程。也

还有其他一些不适宜用类比法来处理的问题。因为中子的相互作用具有更简单的性质；因而应用不牵涉到与光相类比的另一种全新的方法就更优越些。例如，假若已经知道中子光学的基本物理量（如折射率，相干的和不相干散射振幅等）而用这些量来说明观察到的各种现象时，就非常相似于用于光或X射线情况。然而在计算这些基本物理量时，应用量子力学方法肯定会好些。因为它不受类比法中较复杂情况的牵制。

中子和光之间的差异和相似之处，可以通过对折射率的简略考察加以说明。在通常的经典性讨论中，光被认为是一种电磁波，它能激发它所穿过的介质中的粒子，而这些粒子又转而产生次级散射波。在玻璃那样的一类物质中，吸收小到可以忽略的程度（在远离反常色散区域时），而散射是相干的，也就是并不发生无规的位相移动。由于位相的相干性，各个散射波的振幅可以相加，而其总和的平方正比于强度。除去在入射方向的以外，在所有其他方向上，散射振幅之和等于零。而在入射方向上，散射波和入射波迭加成一个与入射波有一定位相移动的合成波。这个位相移动表示波速的一次改变（我们在下面将立刻看到，这个波速是指它的相速度）。而介质外部和内部的速度比就是介质的折射率。

可以从描述电磁波在介质中传播的麦克斯韦方程组直接得到决定折射率 n 的速度比值：

$$\frac{v_0}{v_i} = n = \sqrt{K}, \quad (1-1)$$

其中 v_0 和 v_i 是在介质外部和介质内部的波（相）速度。而 K 是介质的介电常数（假定介质是非导体）。这个以介电常数的平方根值来表示的简单结果在一般可见光频率范围内无疑是不适用的，但是在长波长的无线电波范围内是正确的。对于较高频率（如可见光波长）范围，上述定律无效，其原因在经典物理中解释为：由于在

介质中的偶极子在高頻外場下发生了强迫振动。我們将在1.3节中結合着中子折射率更詳細地考察光的折射率的推导。

折射率由式(1-1)决定的光波的折射可以用图1-1来说明。此图指出了当一个平面波在进入折射率大于1的介质中的情况。这里可以看到把次波迭加成一个波前的一般作图法，波前的法綫（“射綫”）弯向介质表面的垂綫方向。折射是由于在介质中波速度的减小所造成；因而有：

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \left(\frac{v_0}{v_i} \right)_{\text{波动}} = n, \quad (1-2)$$

这就是对斯涅耳(Snell)折射定律所常用的波动解释。

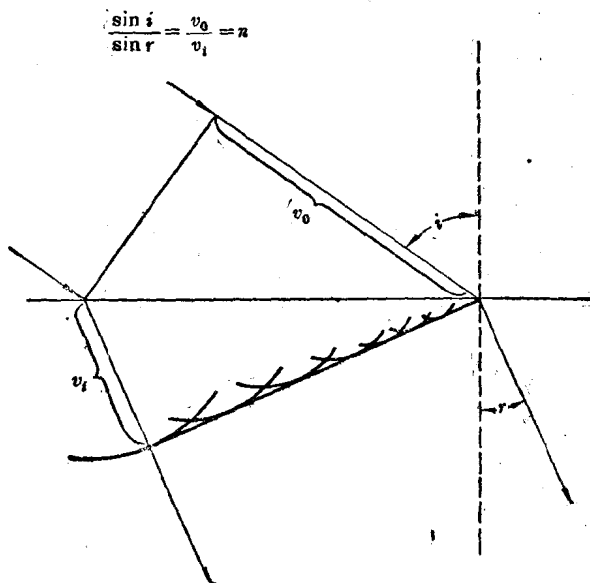


图1-1 光波进入折射率大于1的介质的折射情况

我們也可以用完全經典的方法考察一个物质粒子(质点)进入介质时所发生的折射，从而得到相似于图1-1的波的折射定律。因为一个速度为 v_0 的质点在进入介质时(如图1-2所示)若质点

在介质内的速度 v_i 大于在介质外的速度 (亦即介质内势能较小), 折射就将弯向垂直于介质平面的法线方向。这种“折射”显然是与基本的力学原理相符合的。当质点进入介质时, 平行于表面的速度分量自然是不变的, 而正交于表面的速度分量则增加了由势场改变所决定的一个数值。正如图 1-2 所示, 我们可以直接得到经典质点的折射定律:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \left(\frac{v_i}{v_0} \right)_{\text{质点}} = n, \quad (1-3)$$

与式(1-2)不同的是这里的速度比倒转了。

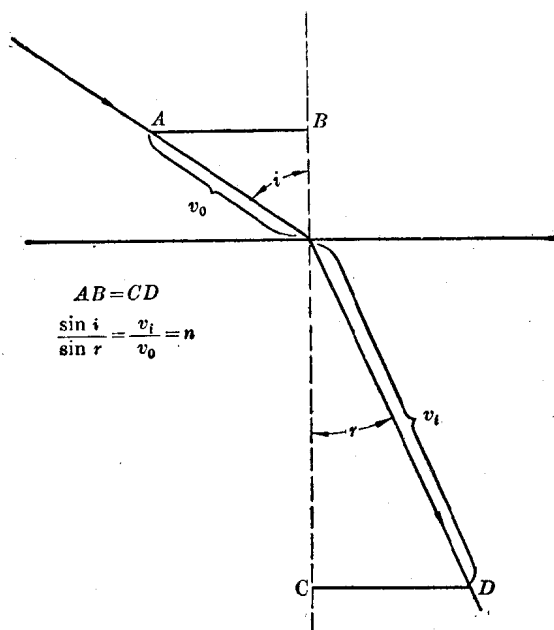


图 1-2 质点进入介质后速度增加的折射情况

然而, 由经典的波的图景和质点的图景得出来的斯涅耳定律有下述重要的差别: 波进入 $n > 1$ 的介质中后其速度必将变慢, 而质点进入这个介质中后速度却变得更大。这两种方法中关于速度

上的差别并没有矛盾,因为这两种速度本来就不相同。只要把德布罗意波波长和质点联系起来,就能使以上二种方法完全一致。在图1-1中所繪出的速度自然是相速度,而在图1-2中的却是群速度。这正说明了一个熟知的事实:在折射率改变的情况下,相速度和群速度互成反比。如图1-1所示,在波进入介质后,波长变小,因此相速度也变小了(相速度等于 $v\lambda$, v 是振动频率),这个波长的减小必然暗示着由德布罗意关系 $v_g = \hbar/m\lambda$ 所决定的群速度按反比例增加。

一般对光的折射习惯于用波的图景并且用相速度来讨论;而对中子则用群速度(即可以观察到的粒子速度)讨论。中子的折射可以用完全等效的方法看作为波的折射,其波长由德布罗意方程式

$$\lambda = \hbar/mv_g \quad (1-4)$$

决定,而频率则由通常的方程式

$$E = \hbar\nu \quad (1-5)$$

来决定。此处 E 是总能量(严格说,包括粒子的静止能量)。这样,折射率就可用相速度或微粒速度表示为

$$n = \left(\frac{v_i}{v_0} \right)_{\text{粒子}} = \left(\frac{v_0}{v_i} \right)_{\text{相}} \quad (1-6)$$

由于能量的不确定性(例如,任意地包括粒子的静止能量),因此,指定中子有一个确定的频率或相速度是没有意义的。在讨论折射时我们习惯于用群速度和波长,而且实际上这样也更有意义些。由此可知,光的折射和中子的折射基本上可以看成为属于相同的过程。它们之间的差别主要是在于实际计算时所用的特殊处理的适用性有所不同^[1]。

[1] 有关物质的波动性和微粒性的讨论,可见 W. Heitler 的 *Elementary Wave Mechanics* 1, 2 (Oxford, 1944). 该书系用非数学的形式进行讨论。

1.2 中子散射的相干效应

大家都知道，任何形式的散射波都可以用相干的形式或不相干的形式迭加而成。相干散射是指以不同中心散射的各散射波間保持有一致的位相关系，而不相干散射则是指位相关系是不規則的，或者是杂乱无章的。这些散射类型的一个重要特性是相干散射波的振幅系直接相加，而不相干散射波则为强度（或振幅的平方）相加。这些简单的事实在光学基本原理中大家都是熟悉的。但是对相干散射作更精密的考察会出现許多复杂性，特別在中子散射的情况中。

在极大多数的一般光学现象中，在相干性問題上是不会遇到很大困难的。事实上，許多光学教科书在討論相干性时，只联系到干涉实验中所用的光源。干涉实验中所需的相干光源可以利用把单光源所发出的光线分开的方法（例如利用迈克耳逊干涉仪中的半反射鏡）来形成。在上述装置中的两束光之間显然有一致的位相差。而由在物理学原理上各不相同的两个光源所发出的光，它們之間只能有无規的位相差。自然，在独立的光源間，我們从未观察到任何干涉效应，这就說明了上述的独立光源是不相干光源。然而甚至对于一个单光源来说，当其发出的光线經過介质并在某种程度上被介质內的质点（带电荷的）所弥散而形成不相干散射时，也可能出现无規位相。

当光透过玻璃时，散射几乎是完全相干的，所有的光都集中在折射光束中，而只发生很少的弥散散射。在实践上不存在不相干性与下一事实有关：玻璃在光波波长的尺度范围内，是一种具有均匀散射本领的介质，因而在散射波振幅間不出現无規变化。我們将在下面看到：弥散散射是量度散射中不相干程度的一个标尺，而引起折射光束的那些散射则与相干散射的程度成正比。

光的不相干散射在气体中折射的情况里更居于重要地位。由个别气体分子散射所引起的一个按几何光学传播的波，它按照与气体平均散射本领有关的折射率在气体中折射，由于平均散射本领随着气体密度的改变而改变，而空间各点的气体密度又存在无规起伏；因而散射本领也就含有一个无规变化的分量。这个可变的分量引起了一个呈现无规位相关系的散射分量。这个分量弥散地分布在空间各点，而且正比于个别散射振幅的偏差数的平方^[2]。光在固体中的起伏散射不大，而且正比于固体的压缩系数。然而，在接近于临界点的液体中，起伏散射会变得较显著（所谓临界乳光）。

中子散射的相干性和不相干性比光要复杂得多，因为中子不相干散射在数值上一般比较大，而且是由光散射中所没有的若干起因所形成。中子折射很相似于光在气体中的折射率；对于这种情况，平均相干散射振幅决定其折射率，而振幅的变化则助长了不相干散射。各个原子所引起的中子散射的振幅变化有好几种原因；由于这个变化的性质比较复杂，因而在讨论散射波迭加之前，我们有必要先研究只有一个散射中心的散射问题。

在应用量子力学讨论散射问题时，入射中子被看作为无限延伸的平面波。顺便说一句，按照海森伯测不准关系，上述看法意味着动量有确定值的中子，它的空间位置是完全不确定的。这个入射平面波和核的散射波的组合（取核为坐标原点），可以写成下列方程式^[3]：

^[2] 这个不相干的起伏散射，就是“瑞利散射”。在 M. Born 的 *Optik* (Edwards, 1943) 一书中 (pp. 371~390) 曾用经典观点彻底地讨论了这问题。

^[3] 描述中子散射的完整表式可参见 N. F. Mott and H. S. W. Massey: *The Theory of Atomic Collisions*, 2nd ed. (Oxford, 1949); L. I. Schiff: *Quantum Mechanics* (McGraw-Hill, 1949)。本章中只列出从上述两书中引出的几个适用于中子光学的简单式子。

$$\psi = e^{ik \cdot r} + \frac{e^{ik \cdot r}}{r} f(\theta), \quad (1-7)$$

其中 ψ 是中子的波函数, k 是波的传播矢量 ($k=1/\lambda=mv/\hbar$). 如方程式(1-7)所示: 散射波的振幅一般是离开散射中心的距离 r 和散射角 θ 的函数. 散射通常可以分成对应于各“分波”(partial wave) 的分量. 每一个分波对应于中子的一个特定的角动量. 假若把中子看为一个质点, 那么它们又在经典物理意义上对应于各个单一的碰撞参量. 每一散射分波具有一个特定的角分布和相对于入射波的一个位相移动.

由于核力的短程作用, 当角动量不为零 (相应于碰撞参量 λ 或更大些) 时, 低能中子的相互作用等于零. 角动量为零的散射称为“s 散射”, 它产生位相移动为 δ 的各向同性的波. 对应于中子光学领域内一切散射的 s 散射的波动方程为

$$\psi = e^{ik \cdot r} + \frac{e^{ik \cdot r}}{2ikr} (e^{2i\delta} - 1), \quad (1-8)$$

当 $\delta \ll 1$ 时, 上式可简化为:

$$\psi = e^{ik \cdot r} + \frac{\delta e^{ik \cdot r}}{k \cdot r} \quad (1-9)$$

相位移不一定必须是实数, 只有在没有吸收伴随的散射情况下, 它才必须是实数. 一般说来, 相位移可以分成实数和虚数两部分:

$$\delta = \delta_r + i\delta_i, \quad (1-10)$$

其中 δ_r 与 δ_i 都是实数.

散射波振幅的绝对值 δ/k 决定从核向外散射的中子通量. 换言之, 散射截面

$$\sigma_s = \frac{4\pi}{k^2} (\delta_r^2 + \delta_i^2). \quad (1-11)$$

中子通量的净损耗就是吸收截面

$$\sigma_a = \frac{4\pi}{k^2} \delta_i (1 - 2\delta_i), \quad (1-12)$$

将 σ_a , σ_s 相加即得总散射截面

$$\sigma_t = \frac{4\pi}{k^2} (\delta_r^2 + \delta_i - \delta_i^2). \quad (1-13)$$

在以上三个方程式中, 我們都简单地假定 $\delta \ll 1$. 我們現在还可将吸收忽略不計, 因为对于绝大多数应用于中子光学的物质來說, 它們对中子的吸收都充分地小, 这样, 对于光学現象只发生极小的影响. 散射截面此时就簡化为:

$$\sigma_s = 4\pi \frac{\delta_r^2}{k^2} = 4\pi a^2 \quad (1-14)$$

其中 δ_r/k 是散射波的振幅 a , 也就是波被势場所移动的距离. 幸而对于这个位相移动的计算比一般光学的要简单得多. 因为绝大多数物质的位相移动接近 180° , 只有少数物质的接近于 0° . 我們在这里按照习惯采用表示正振幅的 180° 的通常位相移动, 它相应于不可穿透的圓球的散射.

計算被一定形状的势場所散射的位相移动的方法很簡便, 也就是那个通常用来計算中子被质子散射的方法. 这个方法揭露出位相移动随中子波长变化的情况, 当中子波长与势阱大小具有简单关系时, 位相移动就很大. 对于比較复杂的原子核, 通常可用布賴特-維格納 (Breit-Wigner) 的色散处理^[4]. 在这个方法中散射是任意地分为两部分, 一部分是势散射 (potential scattering), 这里中子从原子核散射出去很象是被势場所散射; 而另一部分是中子穿入核中但在能量不变的情况下又被重新发射出去的散射. 适用于重核散射情况的, 因而也是最受我們关心的布賴特-維格納公式如下:

[4] 有关色散基本公式的描述見 H. Feshbach, D. C. Peaslee and V. F. Weisskopf: *Phys. Rev.* **71**, 145 (1947); 完整的討論見 J. M. Blatt and V. F. Weisskopf: *Theoretical Nuclear Physics* (Wiley, 1952).

$$\sigma_s = \frac{4\pi}{k^2} \left| \frac{\Gamma_n/2}{E - E_0 + \frac{i}{2}\Gamma} + e^{ikR} \sin kR \right|^2 \quad (1-15)$$

在上式中表示位相移动的第一项具有典型的共振机构。当中子的能量 E 变成与共振能量 E_0 相等时，这一项就变得很大。 Γ 和 Γ_n 是能级总宽度和中子共振能级的宽度。这里 $\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma$ ，而 Γ_γ 是辐射宽度。公式 (1-15) 适用于半径为 R 、自旋为零的核散射；相关于自旋的散射所增加的复杂性我们很快就将讨论。

共振位相移动与势位相移动(第二项)相干迭加的方式，最好用图解法来说明。两个振幅(或位相移动乘以 k^{-1}) 都落在复平面的圆周上，见图 1-3。势散射的圆，其直径为 k^{-1} ；共振散射振幅的圆，其直径为 $k^{-1}\Gamma_n/\Gamma$ 。两个振幅的矢量之和在能量比 E_0 下降若

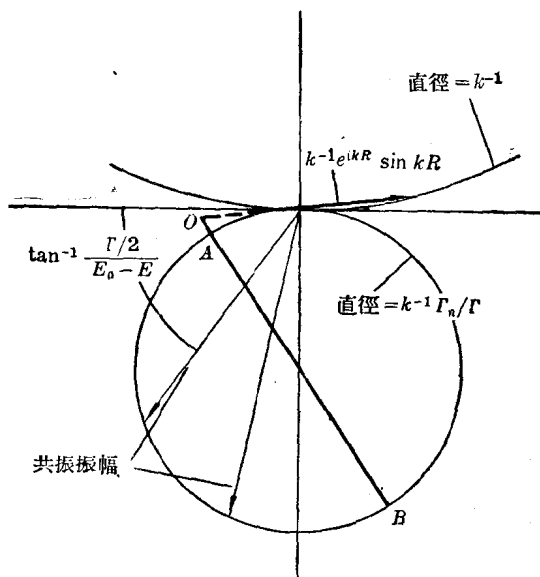


图 1-3 共振振幅和势振幅在共振散射附近时的相干迭加

由于从 O 点引到下面的圆周上的一个矢量是代表净振幅的；故 OA 是最小振幅， OB 是最大振幅

干 Γ 倍时达到最小值(若两个圆的大小相同时,亦即若 $\Gamma_\gamma=0$ 时,矢量和实际上就等于零),此时势散射和共振散射几乎达到完全的干涉。在共振区内,位相移动跟 0° 或 180° 相距都很远,因而此时将振幅加以“正”号或“负”号都是不正确的。但是当共振振幅具有 R (势振幅)的数量级时位相移动就接近于 0° 或 180° ,而且极大多数物质具有正振幅,只有少数例外,例如, H, Li, Mn 和 Ti 等。有关散射振幅的实际数值我们将结合其测量方法在 3.1 和 3.2 节中讨论。

从(1-15)式算出的截面将具有如图 1-4 所示的形式,该图按: $\Gamma_n=10^{-3}$ 电子伏特, $\Gamma_\gamma=0.1$ 电子伏特, $E_0=1$ 电子伏特, $R=10^{-12}$ 厘米的一个典型情况画出。可以看出:在共振能量以下时,截面值陡降到一个极低的数值。事实上(在 $\Gamma_n \ll \Gamma$ 时),最小

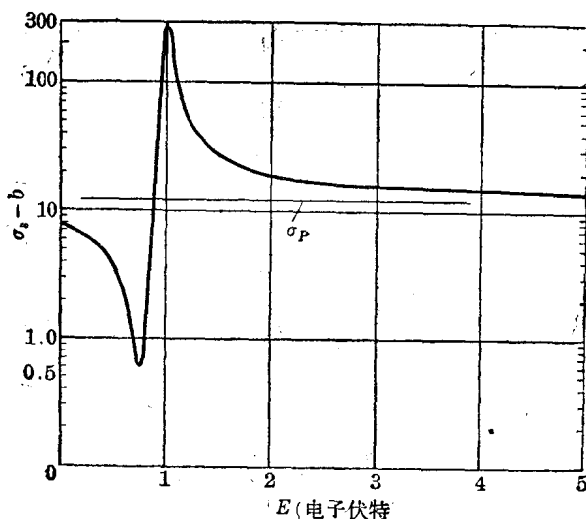


图 1-4 由公式(1-15)计算的散射截面

共振散射和势散射的相互干涉使截面值在共振以下时发生陡降。图中对共振假定的常数为: $\Gamma_n=10^{-3}$ 电子伏特, $\Gamma_\gamma=0.1$ 电子伏特, 核自旋为零, 其半径 $R=10^{-12}$ 厘米

截面与势截面的比值等于势截面与最大截面之比值(这情况可以容易地从图 1-3 的几何关系中得到证明,假定 O 点落在实轴上,即 $\Gamma_n \ll \Gamma$)。

方程式(1-15)和图 1-4 系假定靶核的自旋为零。如果核的自旋不为零,即使在单核散射时,也会遇到相干散射和不相干散射的问题。这个不相干性的引起是因为复核的两个可能的自旋如果接近于共振,则散射振幅将各不相同。靶核(自旋为 i)加上中子所组成的复核,其自旋可为 $i+1/2$, 或 $i-1/2$ 。具有一定自旋的共振截面将只对应于自旋状态中的一个,而另一个截面(对应于“非共振自旋状态”)只包含势散射。因为两个自旋状态($i \pm 1/2$)的分布是无规的,所以散射振幅也将作无规的变化。结果,部分散射将不可能与入射波发生干涉,因而散射是不相干性的。

这里,即使在单核的情况下,我们也是利用散射波和入射波之间的干涉能力来考察不相干性的。实际上,量子力学的相干性定义更严格些,按照它的定义:只有当散射体的量子状态在散射过程中发生改变时,散射才是不相干的^[5]。现在讨论相关于自旋的散射,对于这种散射,核的自旋在散射过程中是可以改变的,而这个量子状态的改变(伴随有中子自旋的改变)是没有相干性的原因。假若我们规定复核自旋为 $i+1/2$ 的散射振幅是 a_+ , 而自旋为 $i-1/2$ 的振幅是 a_- , 那么相干散射振幅 $a_{\text{相干}}$ (系平均振幅)为

$$a_{\text{相干}} = \frac{i+1}{2i+1} a_+ + \frac{i}{2i+1} a_-, \quad (1-16)$$

式中的振幅各按它们发生改变的相对几率乘以权重。

总散射振幅 $a_{\text{总}}$ 正是强度和的平方根($\sigma = 4\pi a_{\text{总}}^2$), 即

[5] 见 G. Breit: *Rev. Mod. Phys.* 5, 91 (1933) 的讨论。当然,振幅的无规改变甚至在沒有量子状态改变下也会发生,例如同位素散射(我们即将讨论它)。虽然,按照量子力学的观点看,这个最后形成的弥散不是不相干的。但我们仍按照最通用的习惯,称之为同位素不相干散射。