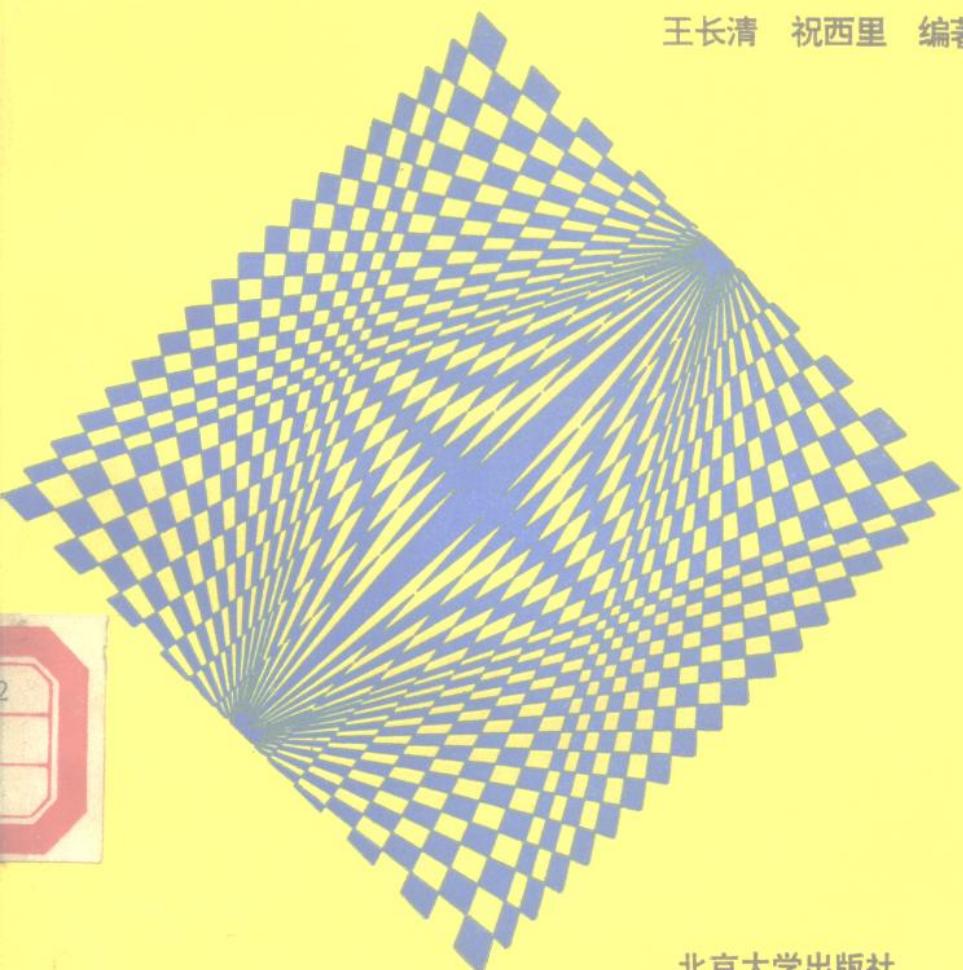


# 电磁场计算中的 时域有限差分法

王长清 祝西里 编著



北京大学出版社

53.6122  
125

# 电磁场计算中的时域 有限差分法

王长清 祝西里 编著



北京大学出版社  
• 1994 •

9510108

新登字(京)159号

图书在版编目(CIP)数据

电磁场计算中的时域有限差分法 / 王长清, 祝西里编著。一北京: 北京大学出版社, 1994. 12

ISBN 7-301-02681-1

I. 电… II. ①王… ②祝… III. 差分法-应用-电磁场-场强计算 IV. ①TM15②0441.4

DO40/3006

书 名: 电磁场计算中的时域有限差分法

著作责任者: 王长清 祝西里

责任编辑: 李采华

标准书号: ISBN 7-301-02681-1/TN·11

出版者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

电 话: 出版部 2502015 发行部 2559712 编辑部 2502032

排 印 者: 中国科学院印刷厂

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

版本记录: 850×1168 毫米 32 开本 12.125 印张 320 千字

1994年12月第一版 1994年12月第一次印刷

印 数: 0001—1,000册

定 价: 32.00 元

## 序　　言

由于需要解决的电磁场问题越来越复杂，电磁场的数值解法就更显得重要。电子计算机技术的飞速发展，又为数值计算提供了日新月异的有利条件。在这种情况下，电磁场的数值计算方法得到了迅速发展。在各种数值计算方法中，时域有限差分法近年来已引起了人们的高度重视。

在 1986 年本书作者应 Om P. Gandhi 教授的盛情邀请到美国犹他大学从事研究工作，第一次接触到时域有限差分法，从此对这一方法产生了浓厚的兴趣。在那时，时域有限差分法正处于走向成熟和扩大应用范围的阶段，在以后的几年又得到了迅猛的发展。回国后，由于深感这一方法对解决很多复杂的电磁场问题具有巨大意义，除了继续进行研究和应用外，还利用一切机会向国内同行们推荐介绍这一方法，希望尽快在国内得到推广应用。从那时起就萌发了一个想法，在时机成熟时写一本书详细介绍时域有限差分法的基本原理，对其应用进行系统的总结，并开始了积累和整理资料的工作。由于时域有限差分法正处于蓬勃发展的阶段，几乎每月都有新的成果出现，不仅应用范围不断扩大，而且方法本身也在不断发展。这种情况使写作遇到了矛盾，若很快成书，势必不能对这一方法进行完整的介绍，若等待它发展到一个适当的阶段，又不能满足尽快介绍推广的需要。本书定位在介绍基本原理和可能应用的主要方面及初步成果上，旨在推进时域有限差分法在我国的推广应用并发挥作用。

基于以上考虑，本书尽量详细地介绍了时域有限差分法的基本原理和应用的基本方法，希望使读者通过阅读本书就能很快地

在实践中加以应用。本书的第一章介绍时域有限差分法产生和发展的背景，以及所具有的特点和应用的前景。第二章介绍时域有限差分格式的导出及其各种形式，还讨论了数值色散和稳定性等问题。第三章介绍了各种吸收边界条件和在计算中的应用。第四章叙述了平面波问题中网格空间总场区和散射场区的划分，讨论了平面波源的建立问题。第五章以散射问题为例介绍时域有限差分法的应用。第六章介绍时域有限差分法的最新发展。第七章到第九章分别介绍时域有限差分法在电磁剂量学、微波与光路的时域分析和天线辐射特性计算中应用的成果。

由于时域有限差分法可被用于解决广泛的电磁场问题，因此涉及到电磁场工程的诸多方面，本书不仅可供从事电磁场理论和数值计算的科技工作者参考，对从事天线、微波、电磁兼容、电磁散射、生物电磁学和电磁场生物医学应用的广大科技工作者及对上述问题有兴趣的研究生和高年级本科生也有一定的参考价值。

本书是介绍时域有限差分法的初步尝试，加上作者水平有限，不当之处和错误在所难免，希望读者批评指正。

编著者

1993年10月

# 目 录

<b>第一章 绪论</b>	1
§ 1.1 现代电磁场问题的特点	1
§ 1.2 电磁场计算方法概述	4
§ 1.3 时域有限差分法的发展	7
§ 1.4 时域有限差分法的特点	11
§ 1.5 时域有限差分法的应用	13
<b>第二章 时域有限差分法基本原理</b>	18
§ 2.1 Yee 氏算法	18
§ 2.2 数值稳定性分析	33
§ 2.3 数值色散问题	40
<b>第三章 吸收边界条件</b>	47
§ 3.1 吸收边界条件的必要性	47
§ 3.2 单向波方程和吸收边界条件	48
§ 3.3 几种近似吸收边界条件的性能	55
§ 3.4 吸收边界条件的差分格式	57
§ 3.5 吸收边界条件的数值验证	65
§ 3.6 超吸收边界条件	72
§ 3.7 几种可用于时域计算的吸收边界条件	90
<b>第四章 总场、散射场和入射平面波</b>	96
§ 4.1 网格空间中的总场、散射场和入射场	96
§ 4.2 总场区与散射场区的连接条件	99
§ 4.3 入射平面波的设置和计算	104
§ 4.4 三维空间中的连接条件	109
<b>第五章 电磁波散射问题</b>	119
§ 5.1 电磁波散射问题概述	119
§ 5.2 网格空间和散射体模拟	122

§ 5.3 稳态问题和瞬态问题.....	124
§ 5.4 雷达散射截面的计算.....	127
§ 5.5 二维导体的散射问题.....	135
§ 5.6 三维导体散射问题.....	142
§ 5.7 散射体对电磁脉冲的响应.....	151
§ 5.8 散射体内腔的电磁波透入问题.....	157
§ 5.9 介质体散射内场的计算.....	161
<b>第六章 时域有限差分法的改进.....</b>	<b>167</b>
§ 6.1 曲线坐标系中的时域有限差分法.....	167
§ 6.2 环路法和曲面模拟.....	184
§ 6.3 亚网格技术.....	193
§ 6.4 局部网格细化技术.....	202
§ 6.5 表面阻抗边界条件(SIBC)法.....	207
§ 6.6 介质薄层的模拟.....	218
§ 6.7 适用于色散媒质的时域有限差分格式.....	228
<b>第七章 电磁波对人体作用的计算问题.....</b>	<b>239</b>
§ 7.1 概述.....	239
§ 7.2 人体非均匀块状电磁模型.....	243
§ 7.3 稳态平面电磁波对人体的作用.....	249
§ 7.4 人体吸收电磁能量与平面波入射和极化方向及 人体姿态的关系 .....	258
§ 7.5 工频电磁场对人体作用的计算问题.....	263
§ 7.6 脉冲电磁波对人体的作用.....	267
§ 7.7 辐射近场对人体的作用.....	276
§ 7.8 热疗系统的计算机模拟和辅助设计.....	284
<b>第八章 微波和光波线路的时域分析.....</b>	<b>293</b>
§ 8.1 时域有限差分法在微波线路分析中的特点.....	293
§ 8.2 均匀传输系统的色散特性.....	295
§ 8.3 微波电路分析中的色散吸收边界条件.....	309
§ 8.4 微带线非均匀性的时域分析.....	316
§ 8.5 本征值问题的时域分析.....	325

§ 8.6 在光路分析中的应用	329
<b>第九章 天线辐射问题</b>	<b>334</b>
§ 9.1 时域有限差分法用于天线辐射问题	334
§ 9.2 圆柱和圆锥形单极天线	336
§ 9.3 喇叭天线	344
§ 9.4 微带天线	350
§ 9.5 天线特性参数的计算	355
<b>参考文献</b>	<b>361</b>

# 第一章 絮 论

## § 1.1 现代电磁场问题的特点

现代技术的许多方面都与电磁场，尤其是高频电磁场有关，复杂的高频电磁系统的分析与综合，以及高频电磁场与复杂目标相互作用的分析和计算，都成为现代技术发展的重要课题。在通信、雷达、物探、电磁防护、电磁兼容、医疗诊断、战略防御以及工农业生产和日常生活的各个领域中，高频电磁场的传输、辐射、散射和透入等问题，都起着非常重要的作用，有大量的课题需要深入研究。所有电磁场问题解决的最终要求是，求得满足实际条件的 Maxwell 方程的精确解答，获得封闭形式的解析解并给予正确的物理解释一向是人们所向往的解决问题的最佳结果。然而，只有一些典型几何形状和结构相对简单的问题才有可能求得严格的解析解。当代电磁场工程中高频电磁场问题的主要特点是电磁系统的高度复杂性。虽然对很多典型问题的解析分析仍然能帮助人们加深对电磁规律的认识，但作为工程问题的解决，解析方法往往无能为力。为了加深对现代电磁场问题特点的认识，我们以电磁散射问题为例加以说明。

现代的电磁系统大多是在一个非常复杂的环境中工作，电磁波与之作用的也往往是形状和结构上都极为复杂的系统。例如，很多电磁系统是在飞机、火箭或舰船上使用，而它们自身又作为电磁波与之作用的对象构成复杂的电磁散射系统。首先这些系统往往是电大的，亦即它们的线度往往要延伸数个波长或更多，其次其外形常常很不规则，包含多种形态的构件。它们的复杂性不仅表现在外形上，而且可能包括多种材料成分，并包括孔、缝、内腔和负

载等各种内部结构。一个复杂的电磁系统中往往同时存在数种复杂的电磁物理过程，系统的结构对它的电磁特性有强烈的影响。下面从系统的形状、结构及入射电磁波本身的特性等方面略述高频电磁场散射问题的一些特点。

### 1. 与形态有关的复杂性

电磁场理论所积累的丰富知识告诉我们，在不同形状的导电结构中可以产生各种不同的电磁物理过程。下面是一些典型的物理现象：

- (1) 导电平面上的镜面效应；
- (2) 棱角处的奇异表面电流和衍射现象；
- (3) 弯曲表面的镜面效应及表面导(爬行)波；
- (4) 再入表面的边廊模；
- (5) 由长度、绕体或内腔引起的谐振现象。

### 2. 与构成材料有关的复杂因素

现代的电磁系统出于各种不同的需要而使用各种材料，如作为电磁窗口的雷达罩和作为隐身用的涂层就是由不同的材料构成。影响电磁特性的主要因素为：

- (1) 块状材料构件
  - 介电材料的介电常数和电导率；
  - 磁性材料的磁导率和磁损耗；
  - 复合材料的表面阻抗。
- (2) 影响表面电特性的材料
  - 层状或叠片性涂敷吸收性材料；
  - 各种原因造成的表面电特性的变化；
  - 表面弯曲或工程连接对材料特性的影响。

### 3. 表面孔、缝等形成的复杂现象

电磁系统表面存在的孔或缝等均构成电磁波的耦合通道，这些因素不仅造成电磁波对系统内部的透入，同时也影响系统的外部特性。电磁波的透入渠道主要包括：

- (1) 特意设置的电磁窗口；
- (2) 坐舱窗；
- (3) 引擎入口；
- (4) 组件搭接；
- (5) 随机造成的缝隙。

这些因素除了引起一般的耦合效应，还可能与邻近结构造成综合效应。由谐振效应引起的场的增强可能形成孔或缝隙中的击穿或打火现象，从而出现非线性效应。打火现象的出现可能减少电磁波的透入，也可能增加电磁波的耦合。

### 4. 内腔结构的影响

现代电磁系统常常具有复杂的内腔结构，它们又可能通过孔或缝与外部相通。其内部可能存在各种复杂结构的负载，因而形成极为复杂的电磁现象。影响电磁特性的主要因素包括：

- (1) 作为谐振腔被激发，形成复杂的电磁振荡模式；
- (2) 腔的截止特性及其品质因数；
- (3) 沿腔内的导线或电缆激发出准 TEM 模，而把电磁能量输送到距人口较远的区域；
- (4) 多导体或电缆间的耦合现象；
- (5) 各种负载的影响。

### 5. 入射波的复杂特性

现代电磁场工程中不仅关心稳态简谐电磁波的作用，还要关心核电磁脉冲(NEMP)、雷电和高能微波(HMP)的影响。后者属

于瞬态电磁场。在研究瞬态电磁场与物体的作用时，不仅要考虑它的宽频带特性，而且物体的局域特性将起重要作用。此外，在一些问题中入射电磁波不仅有远场(平面波)，有时还可能是辐射近场，在这种情况下必须了解近场的特性，而且还要考虑辐射源与物体之间的相互作用，使问题更加复杂。

电磁场工程涉及到非常广泛的领域，包含着各种电磁场问题，上面仅就散射问题已经看到了现代电磁场工程中所需解决的电磁场问题的高度复杂性。简单的电磁模型已经远远不能满足现代电磁场工程的要求，必须考虑各种实际的复杂因素，这是一项非常困难的任务。为了满足解决电磁场工程中不断提出的各种复杂问题的需要，求解电磁场问题的方法也在不断地发展，并不断地出现更强有力的新方法。

## § 1.2 电磁场计算方法概述

在现代电磁场工程中，由于问题的复杂性，要求得封闭形式的解析解已经不可能，就是半解析的近似方法也只能在个别问题中得到有限的应用。能够较广泛发挥作用的，唯有各种数值方法。60年代以来随着电子计算机技术的发展，一些电磁场的数值计算方法发展了起来，并得到广泛的应用，其中主要有：属于频域技术的有限元法、矩量法和单矩法等；属于时域技术的时域有限差分法、传输线矩阵法和时域积分方程法等。此外，还有属于高频技术的几何衍射理论和衍射物理理论等。各种方法都具有自己的特点和局限性，在实践中又经常把它们相互配合而形成各种混合方法。下面对以上计算方法进行简短的分类评述，以便更好地了解时域有限差分法的特点。

### 1. 直接频域方法

直接频域方法可以分为积分方程形式和微分方程形式。积分

方程形式是把电磁场的作用作为边值问题来对待，对电场或磁场根据边界条件导出积分方程或积分-微分方程。但这些方程不具有一般性，不得不对具体的几何边界和材料特性进行再推导。矩量法是运用最广泛的解这类积分方程的近似方法，首先把积分方程转换为等效的矩阵方程，而后对矩阵方程进行求逆计算。这种方法适用于任意形状和非均匀性问题，但可能导致非常大的矩阵而且可能是病态的，使其运用范围受到了限制。近期采用快速 Fourier 变换(FFT)和共轭梯度法(CGM)等迭代技术，使得矩量法的应用范围得到了扩展。

微分形式的方法主要是有限差分法和有限元法。有限元法需要微分方程的变分形式，这并不是对所有问题都能办到的。这两种方法的主要缺点是需要较多的存储空间和计算时间。属于微分方程形式的还有单矩法，这一方法的要点是，根据问题的维度用球面或柱面环绕给定的结构，其最小半径选择为把结构全部包围在内，以便使外部区域的散射场能用外行的球或柱函数表示，而在内部区域可用有限元法解 Helmholtz 方程。这种方法保持了有限元法的优点。

## 2. 直接时域法

直接时域法也可分为积分方程和微分方程两种形式。积分方程形式叫做滞后位积分法，在这种方法中用 Green 函数和散射体表面的边界条件建立时域积分方程。方程求解的基本方法是，把空间变量的积分区域和时间变量都离散化，从而把积分方程化为线性方程组。与直接频域法不同的是，方程组不是按求逆矩阵的方法求解，而是基于如下的考虑：在外加激励没有到达散射体时，其上的感应电流处处为零，由于场的传播速度是有限的，空间中各点在激励的影响没有到达之前场值亦为零，而且空间某点某时刻的响应仅受满足滞后关系的那些源的影响。这样可以从初值开始计算，并按时间步进的方式求出各时间取样点的场值。这种方法

的主要优点是计算区域限制在结构的表面，其缺点是需要时间的后存储，以完成推迟积分，这大大增加了对存储空间的要求。

采用微分形式的主要时域有限差分法。这是一种保持 Maxwell 旋度方程中的时间变量，不经变换而直接在时域-空域中求解的方法，它能提供方程的齐次部分（瞬时）和非齐次部分（稳态）的全部解答。它在每一网格反复地运行由 Maxwell 旋度方程直接转换来的有限差分格式，从而实现在计算机的数字空间中对波的传播及与物体的作用进行模拟。在这种模拟中不需要后存储，一般只涉及上一时间步的场值。这种方法的缺点是计算区域不仅在结构的表面，还必须包括内部和足够的外部空间，以便有效地满足辐射条件。但由于它以最普遍的 Maxwell 方程作为出发点，故有非常广泛的适用范围。

传输线矩阵法则是利用场的传播与电压和电流在空间传输线网络中传播的类似性并按 Huygens 原理的多次散射过程进行描述。它与时域有限差分法是非常相近的，每一种传输线矩阵算法都存在一种等效的时域有限差分算法，反之亦然。

### 3. 高频近似法

对于电大物体，若其媒质特性和几何参数是缓慢变化的，则电磁波的传播具有局域性质，即给定观察点的场只取决于曲面上的有限区域上的场的分布。在这种情况下电磁场的计算可以采用所谓高频近似，这里主要是指衍射的几何理论(GTD)。GTD 是从几何光学中引伸出来的，在其中引入了衍射射线，以消除几何光学射线边界上场的不连续性，并在这些边界间的区域中，尤其是在几何光学所预计的零场区中引入适当的场以作修正。GTD 法根据局部场原理，把物体分解为一些典型的几何构形，再以这些典型的几何结构的衍射场为基础进行场的计算。GTD 法已被证明解决很多电大问题是很有用的，但在阴影边界(SB)附近和反射边界(RB)附近的过渡区，以及在沿 GTD 公式预计为无限大场的散焦方向和

在照射场的性质复杂的某些场合 GTD 法是不适用的。为了克服上述困难后来又发展了一致性衍射理论(UTD),一致性渐近理论(UAT),衍射的物理理论(PTD)和衍射的谱理论(STD)等。

高频近似法适合计算电大导电体的电磁场问题,而对于电小结构及介质或其他非金属材料构成的系统则存在困难。相反的矩量法和时域有限差分法适合于在低频或谐振频率附近使用,可用于近场和远场的计算,能适用于金属和介质材料构成的系统。对于矩量法而言由于需解非稀疏系数的线性方程组,使之需要的计算机存储空间与离散单元数  $N$  的平方成正比,计算时间则与  $N^2$  至  $N^3$  成正比。而且大矩阵趋于成为病态的,这将降低计算结果的精度。为了扩大矩量法应用的频率范围采用了共轭梯度法和快速 Fourier 变换,应用范围已扩展到 10 个波长。时域有限差分法不仅具有更强的模拟各种复杂结构的能力,还由于避免了解方程组,使得它所要求的存储空间和计算时间只与  $N$  成正比,其应用范围在近期内有希望达到 100 个波长。由于各种方法各有其特点和局限性,对于复杂的电大系统的问题采用各种混合方法,以发挥各种方法的特长,是解决这种复杂问题的可行途径。

### § 1.3 时域有限差分法的发展

早在 1966 年 Kane S. Yee 在他发表的著名论文“Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell’s Equation in Isotropic Media”中<sup>14</sup>,用后来被称为 Yee 氏网格的空间离散方式,把带时间变量的 Maxwell 旋度方程转化为差分格式,并成功地模拟了电磁脉冲与理想导体作用的时域响应。这就诞生了后来被称作时域有限差分法(Finite-Difference Time-Domain Method 或 FD-TD)的一种新的电磁场的时域计算方法。当然,从现在的观点看 Yee 氏在初创时所用的方法还只是时域有限差分法的雏形,后来经过一批科学家的不断改进,经历了

近 20 年的发展才逐渐走向成熟。对这一方法的发展贡献最大的科学家除 Yee 氏外，还有 R.Holland, K.S.Kunz 和 A.Taflove 等。在这近 20 年的发展中主要解决的是以下一些问题。

(1) 吸收边界条件的应用和不断改善。在 Yee 氏的最初方法中使用的是硬边界，把边界设置为理想导体(令边界的切向电场和法向磁场分量为零)。在这种情况下只能模拟电磁脉冲在到达边界以前一段时间的电磁过程，否则由于边界对电磁脉冲的反射，将改变电磁脉冲的传播路径，而不再是电磁脉冲在自由空间中的实际散射过程。为了用有限的计算网格空间模拟无限大的物理空间，就要设法消除电磁波在网格空间边界上的反射，也就是要能吸收掉到达边界上的电磁波。为吸收电磁波采用了硬边界和软边界两种方法。所谓硬边界就是在边界处设置一定的吸收材料，使传播到边界的电磁波受到衰减，从而减小反射。这一方法由于存在种种缺点而没有得到发展。所谓软边界是在边界处让电磁波满足一定的吸收边界条件，以消除电磁波从边界上的反射。曾提出过多种吸收边界条件的方案，但得到广泛应用的是 B. Engquist 和 A.Majda 所提出的单向波方程，后来 G.Mur 给出了一阶和二阶近似的差分形式，更促进了这一吸收边界条件的推广。

(2) 总场区和散射场区的划分。在 Yee 氏的初始算法中没有场区的划分，入射波和散射波只能靠时-空上的分离。这只有对窄脉冲才能实现，而且入射波只能沿某个坐标轴传播。发展后的时域有限差分法利用连接条件把计算网格空间分为内部的总场区和外部的散射场区，吸收边界条件用在散射场区。这样做的结果带来了以下的好处：

(i) 可实现任意入射波的设置。在这种方法中入射平面波是在单独的一维空间中传播，通过连接条件接入总场区，因此可以实现对入射波的入射方向、极化角度及其随时间变化规律的任意设置，这大大扩展了这一方法的适用范围。

(ii) 可以保证宽的计算动态范围。在某些结构的阴影区或

腔内散射场值很小处，若直接计算散射场可能由于相减噪声的存在而产生很大误差，只计算总场，则可避免这种误差的影响，从而提高了计算的动态范围。

(iii) 使散射体的设置变得简单。由于在时域有限差分法中在总场区内介质交界面的边界条件是自动得到满足的，使得任意复杂的散射体结构的设置变得简单，因为散射体总是设置在总场区中。如果用散射场编程，就需要在所有介质交界面处计算入射场，以便使散射场和入射场之和的总场满足边界条件，而今只需在连接边界上计算入射场。

(iv) 方便远场的计算。由于近区散射场已经获得，由此计算远区散射场已经不成问题。而且在散射场区可规定一个规则的等效面，只要该等效面上的切向电场和磁场分量已知，便可计算出远区散射场。这样可使远区散射场的计算程序通用化，而与具体的散射体形式无关。

(3) 实现了稳态场的计算。由于有了以上两种技术，网格空间边界的反射可降到很低的水平，而且入射波可以单独设置和总场区与散射场区的分离，都为稳态电磁场问题的计算创造了条件。在解决了场的幅度和相位的检测后，计算远区稳态散射场也成为可能。如此一来，直接时域方法和直接频域方法实现了直接转化，当需要单频率或窄频带的信息时，时域有限差分法就可以用于直接频域计算。

80年代后期以来时域有限差分法进入一个新的发展阶段，即由成熟转入被广泛接受和应用，在应用中又不断有新的发展。在80年代中期以前，时域有限差分法的研究和应用始终限于不大的一个圈子里，而在这之后的几年里发生了明显的变化，大批科学家参加了进来，使得它的应用范围迅速扩大。随着应用范围的扩大，不断提出新的要求，这就促使对时域有限差分法进行更深入的研究，使其得到了进一步的发展。在这一阶段主要解决了以下几个问题。