

● 高一起航 ● 高二扬帆 ● 高三冲刺

发散思维

高一起航

高考目标起航训练

丛书主编：希扬 主编：李祥伦

代数

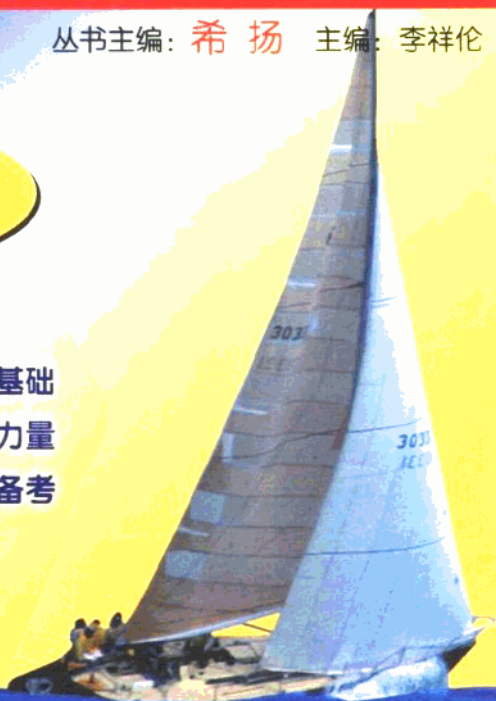
(必修本)

起航 ● 求实求精 夯实基础

扬帆 ● 精选精练 凝聚力量

冲刺 ● 模拟冲刺 强势备考

中央民族大学出版社
世界图书出版公司



发 散 思 维

高一 起航

高考目标起航训练

主编 李祥伦
编著 虞敏 姜峰
虞静 姜英

代数

(必修本)

中央民族大学出版社
世界图书出版公司

图书在版编目(CIP)数据

高一·起航·代数·必修本/李祥伦主编. —北京: 中央民族大学出版社, 2001.6

ISBN 7-81056-543-5

I. 高… II. 李… III. 代数课—高中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 027585 号

高一·起航
代 数 (必修本)

丛书策划: 张晶义

丛书主编: 希 扬

主 编: 李祥伦

编 著: 虞 敏 姜 峰 虞 静 姜 英

责任编辑: 满福玺 王志平 高明让

装帧设计: 董 利

出 版: 中央民族大学出版社

世界图书出版公司北京公司

发 行: 世界图书出版公司北京公司

(北京朝内大街 137 号 邮编 100010 电话 64077922)

销 售: 各地新华书店和外文书店

印 刷: 北京昌平百善印刷厂

开 本: 880×1230 毫米 1/32 印张: 14.75

字 数: 395 千

版 次: 2001 年 6 月第 1 版 2001 年 6 月第 1 次印刷

印 数: 00001—20000

ISBN 7-81056-543-5/G·107

定价: 20.00 元

版权所有 翻印必究

《高一起航》

编委会

丛书策划 张晶义

丛书主编 希扬

丛书副主编 源流

编委 胡祖明 江家发 宛炳生

任远 李祥伦 陈其异

胡开文 王代益 吴树烈

《高一起航》各分册主编：

化学：江家发 物理：胡开文

政治：吴树烈 英语：胡祖明

生物：王代益 立体几何：李祥伦

代数：李祥伦 数学(试验修订本)：郭之尔

语文：陈其异 化学(试验修订本)：江家发

历史：郭之林 物理(试验修订本)：宛炳生

乘风破浪会有时 直挂云帆济沧海

——《高一起航》序

千里之行，始于足下。

上大学，上中华名校，读自己喜爱的专业，是每一个中学生的理想，要实现这一理想，高中是重要阶段，高一是这一阶段中更为重要的一年。这套《高一起航》就是专门为高一学生编写的教学辅导书。本书有以下特点：

●**新观念**：它打破常规，将高考中的常见题与高一各科知识的练习联系起来，使高一学生把平时的学习瞄准高考，高标准，严要求。同时又用高考的高标准来指导、检验平时的学习与训练。

●**新方法**：本书采用发散思维的方法进行解题训练。发散思维又称“求异思维”，它具有思维的多向性、变通性、流畅性、独特性等特点。在解题时，它注重多思路、多方式，或横向拓展，或纵向延伸，或逆向深化，或迁移辐射。它能活跃思维，打开思路，激发灵感，唤醒无穷智慧，提高素质能力，达到触类旁通、举一反三之效。

●**新体系**：本书的体例与栏目新颖、实用。如：“夯实三基”、“基础性发散思维训练”、“能力性发散思维训练”、“提高性发散思维训练”等，充分体现出加强基础知识训练与运用能力的培养。“点睛示意”，点拨重点与方法；“承袭导向”，提示知识之间的联系，便于融会贯通；“拓展思路”，重在广开思路，培养悟性；“方法凸现”，重在点拨方法，加强解题方法的训练。

44.6305 66

最后，本书还有一个不可忽视的作用，就是**调整和训练应试心态**。

在现实中，我们常常见到一些平时学习很好的学生，在高考的考场上却发挥失常，造成终身遗憾。实践证明，一个清醒的头脑比一个聪明的脑袋更重要。冷静的头脑、平静的心态，在应试中举足轻重，决不可小觑。针对这一特点，本书把平时的训练与高考结合起来，使学生的应试心态得到很好的训练和调整，在高考时，就会把高考当作一次几百万人参加的期末考试。这样，应试时就会有动力而无压力，精神集中而不紧张，答题迅速而不慌张，再加上平时的充分准备，何愁不得高分，又岂能与名校无缘！

高一起航：

“乘风破浪会有时，直挂云帆济沧海”！

希 扬

2001 年 4 月

前 言

发散思维即求异思维，它从一点出发沿着多方向达到思维目标。用图表示，它就是从一点出发向知识网络空间发出的一束射线，使之与两个或多个知识点之间形成联系。它包含横向思维、逆向思维及多向思维。发散思维具有多向性、变通性、流畅性、独特性的特点，即思考问题时注重多思路、多方案，解决问题时注重多途径、多方式。它对同一个问题，从不同的方向、不同的侧面、不同的层次，横向拓展，逆向深入，采用探索、转化、变换、迁移、构造、变形、组合、分解等手法，开启学生心扉，激发学生潜能，提高学生素质，这对造就创造性人才至关重要。

本书紧扣教学大纲，与现行教材同步，紧密联系学生的学习实际，全面深入地反映 2000 年以来高考试题及各省、市高考试题或模拟试题，力求贴近整个教学环节，培养学生的创造思维能力，增强学生思维的灵活性、拓展性，以提高学生对实际问题模型化及应用数学模型解释生活现象、解决实际问题的能力。

本书每章或单元均有以下六个部分组成：

学习目标 点睛示意 使学生会运用目标管理的方法，点睛示意，掌握学习重点和方向，做到有的放矢，在学习每章（或每单元）时可达到预期的学习效果。

夯实三基 承袭导向 高度概括每章（或每单元）的内在知识体系，精辟分析高考所需要考查的知识点，并以画龙点睛之笔突出重点、难点，及其解决问题的关键，以此作为展开发散思维的主线，达到夯实三基，承袭导向之目的。

拓展思维 方法凸现 它是本书的主体结构，我们可从应考的知识点、重点、难点出发，分析本章（或本单元）的知识内容、相互关系，并运用发散思维方法揭示思维规律，突出解题规

律和方法，以达到融会贯通的目的。

高考名题 发散思维 通过精选高考名题和典型题，再经过对重点问题的多角度、多侧面、多层次的发散思维，透析、培养学生概念辨析、综合概括、转化变换、思维迁移、逆向运用、实验设计、探索开放、书写表达、多解多变的全方位能力。

基础性发散思维训练 能力性发散思维训练 可以帮助学生借此检验课堂学习效果；同时家长可借此考查学生对课本各章节知识的掌握程度。每章后附有参考答案。

另外，对解题方法及其注意事项和在解题时容易犯的错误，在解题结束后，增加了“点评”及“警示误区”，并指出其错误的缘由。

本书主要用到如下发散思维：

题型发散 是将典型问题，变换其题型的一种发散思维。

解法发散 是通过一题多法，多题一法进行变通训练的发散思维。

纵横发散 是通过两个或多个发散点间的联系以及发散点与其他知识点间的联系，借助例题形成发散思维。

转化发散 是通过保持原命题的实质而变换其形式的一种发散思维。

迁移发散 是利用数学公式、图形在不同学科中的不同含义与等价形式，把一个学科中的公式、定理、原则和方法，巧妙地迁移到另一个学科中，达到化难为易目的。

构造发散 是通过逻辑思维和丰富的联想，恰当地构造出某些元素，使原有元素变成新元素，或新元素之间的一种新的组合形式。

逆向发散 是由目标至条件的定向思考的一种发散思维。

分类发散 对题中含有的参数，须进行分类讨论的一种发散思维。

综合发散 是通过教材各章发散点之间的联系，一个学科与其他学科之间的联系综合思考的一种发散思维。

总之，本书由浅入深，精析多练，学练结合，阶梯训练，逐步提高，并揭示中、高考的测试规律，使学生的复习与应试实际更贴近，从而提高学生灵活运用知识，增强迁移应变能力和创造性思维能力。

由于本书编写时间紧迫和编者水平所限，不妥之处，祈望读者不吝赐教。

编者

2001年2月

目 录

第一章 幂函数、指数函数和对数函数	1
学习目标 点睛示意	1
夯实三基 承袭导向	1
拓展思维 方法凸现	22
高考名题 发散思维	23
(一) 集合	23
(二) 一元二次不等式	41
(三) 函数问题	59
(四) 幂函数、指数函数、对数函数	103
基础性发散思维训练	137
能力性发散思维训练	143
参考答案	149
第二章 三角函数	178
学习目标 点睛示意	178
夯实三基 承袭导向	178
拓展思维 方法凸现	187
高考名题 发散思维	188
(一) 任意角的三角函数	188
(二) 三角函数的图象和性质	207
基础性发散思维训练	234
能力性发散思维训练	239
参考答案	243
第三章 两角和与差的三角函数, 解斜三角形	264

学习目标 点睛示意	264
夯实三基 承袭导向	264
拓展思维 方法凸现	273
高考名题 发散思维	274
(一) 两角和与差的三角函数	274
(二) 解斜三角形	312
基础性发散思维训练	343
能力性发散思维训练	348
参考答案	352
第四章 反三角函数和简单三角方程	375
学习目标 点睛示意	375
夯实三基 承袭导向	375
拓展思维 方法凸现	382
高考名题 发散思维	383
(一) 反三角函数的概念及性质	383
(二) 简单三角方程的解	410
基础性发散思维训练	433
能力性发散思维训练	437
参考答案	440

第一章 幂函数、指数函数 和对数函数

学习目标 点精示意

一、理解集合、子集、交集、并集、补集的概念,了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的含义,能掌握有关的术语和符号,能正确地表示一些较简单的集合.

二、在了解映射概念的基础上,加深对函数及其有关概念的理解,会求函数的定义域和一些简单函数的值域,掌握互为反函数的函数图象间的关系.

三、理解函数单调性和奇偶性的概念,并能判断一些简单函数单调性和奇偶性,能利用函数的奇偶性与图象的对称性的关系描绘函数的图象.

四、掌握二次函数、幂函数、指数函数、对数函数的概念及其图象和性质.

五、能解指数方程和对数方程.

夯实三基 承袭导向

一、集合的概念

1. 集合

集合是数学中一个不加定义的原始概念,一般是这样描述的:一组对象的全体形成一个集合,集合用大写拉丁字母 A, B, C 等表示.集合里的各个对象叫做这个集合的元素,用小写拉丁字母表

示.元素与集合的关系是属于($\in$)或不属于($\notin$)的关系.

2. 集合的表示法

集合有列举法和描述法两种表达方法.

几种常用数集的表示符号如下:

$\mathbf{N}$ 表示自然数集, $\mathbf{Z}$ 表示整数集, $\mathbf{Q}$ 表示有理数集, $\overline{\mathbf{Q}}$ 表示无理数集, $\mathbf{R}$ 表示实数集, $\mathbf{C}$ 表示复数集,有时 $\mathbf{Q}^+$ 表示正有理数集, $\mathbf{R}^-$ 表示负实数集, $\emptyset$ 表示不含任何元素的集合,叫做空集.

3. 集合的分类

集合通常分为有限集和无限集两类.

4. 集合的特征

(1)元素的确定性;(2)元素的互异性;(3)元素的无序性.

5. 集合间的关系和运算

见表1-1.

表 1-1

	定 义	性质与说明
子 集	如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 叫做集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$).若 $a \in A$,且 $A \subseteq B$,可推出 $a \in B$	① $A \subseteq A$; ② $\emptyset \subseteq A$; ③ 若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$; ④ 有 n 个元素的集合的子集个数是 2^n
真子集	如果 A 是 B 的子集,且 B 中至少有一个元素不属于 A ,那么集合 A 叫做集合 B 的真子集,记作 $A \subset B$ (或 $B \supset A$)	① 空集是任何非空集合的真子集; ② 若 $A \subset B, B \subset C$,则 $A \subset C$; ③ 有 n 个元素的集合的真子集的个数是 $2^n - 1$
集合相等	对于两个集合 A 与 B ,若 $A \subseteq B$,且 $B \subseteq A$,我们就说这两个集合相等,记作 $A = B$	两个相等的非空集合 A 和 B ,它们的元素是完全相同的
交 集	由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的交集,记作 $A \cap B$,即 $A \cap B = \{x x \in A \text{ 且 } x \in B\}$	① $A \cap A = A$; ② $A \cap \emptyset = \emptyset$; ③ $A \cap B = B \cap A$

续表 1-1

	定 义	性质与说明
并 集	由属于集合 A 或属于集合 B 的所有元素组成的集合叫做 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 即 $A \cup B = \{x x \in A \text{ 或 } x \in B\}$	① $A \cup A = A$; ② $A \cup \emptyset = A$; ③ $A \cup B = B \cup A$; ④ 若 $n(M)$ 代表集合 M 中元素的个数, 则 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
补 集	已知全集 I , 集合 $A \subseteq I$, 由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合, 叫做集合 A 在 I 中的补集, 记作 $\bar{A}$, 即 $\bar{A} = \{x x \in I, \text{ 但 } x \notin A\}$	① $A \cup \bar{A} = I$; ② $A \cap \bar{A} = \emptyset$; ③ $\bar{\bar{A}} = A$

二、一元二次不等式

1. $|ax + b| < c, |ax + b| > c (c > 0)$ 型不等式

(1) $|x| < a, |x| > a (a > 0)$ 型不等式.

一般地, 不等式 $|x| < a (a > 0)$ 的解集是 $\{x | -a < x < a\}$; 不等式 $|x| > a (a > 0)$ 的解集是 $\{x | x > a \text{ 或 } x < -a\}$.

(2) 对于 $|ax + b| < c, |ax + b| > c (c > 0)$ 型不等式, 只需将 $ax + b$ 看成一个整体, 即可化成 $|x| < a, |x| > a (a > 0)$ 型不等式来求解.

一般地, 不等式 $|ax + b| < c (c > 0)$ 的解集是 $\{x | -c < ax + b < c\}$, 依此再求出原不等式的解集; 不等式 $|ax + b| > c (c > 0)$ 的解集是 $\{x | ax + b > c, \text{ 或 } ax + b < -c\}$, 依此再求出原不等式的解集.

2. 一元二次不等式

(1) 定义

含有一个未知数并且未知数的最高次数是二次的不等式叫做一元二次不等式, 它的一般形式是 $ax^2 + bx + c > 0$, 或 $ax^2 + bx + c < 0 (a \neq 0)$.

(2) 解法

一般地, 对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$, 设 $\Delta = b^2 -$

$4ac$, 那么一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 和 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集有如下三种情况:

①若 $\Delta > 0$, 则方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个相异实根 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). 那么, 不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是 $\{x \mid x < x_1 \text{ 或 } x > x_2\}$;

不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集是 $\{x \mid x_1 < x < x_2\}$, 如图 1-1.

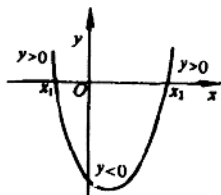


图 1-1

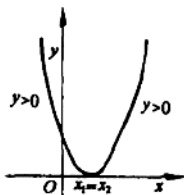


图 1-2

②若 $\Delta = 0$, 则方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个相等的实根 $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$. 那么, 不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是 $\{x \mid x < -\frac{b}{2a}, \text{ 或 } x > -\frac{b}{2a}\}$, 也即 $\{x \mid x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x \neq -\frac{b}{2a}\}$;

不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集是空集

$\emptyset$, 如图 1-2.

③若 $\Delta < 0$, 则方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 无实根. 那么, 不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是实数集 $\mathbf{R}$, 不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集是空集 $\emptyset$, 如图 1-3.

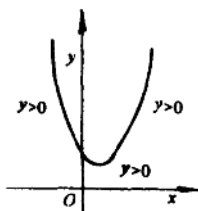


图 1-3

三、映射

1. 映射 映射是一种特殊的对应. 映射允许集合 A 中的不同元素在集合 B 中有相同的象; 映射允许集合 B 中某些元素在集合

A 中没有原象. 例如, 设集合 $A = \{a, b\}$, 集合 $B = \{1, 2\}$, 则集合 A 到集合 B 的映射有 4 个, 如图 1-4. 在图 1-4(1) 中, 集合 A 中的元素 a 和 b 在集合 B 中有相同的象; 而集合 B 中的元素 2 在集合 A 中没有原象.

*2. 一一映射 设 $f: A \rightarrow B$ 是映射, 如果对于 A 中的不同元素在集合 B 中有不同的象, 且 B 中的每一个元素都有原象, 那么这个映射叫做 A 到 B 上的一一映射. 例如图 1-4 中的(2)与(3)都是从集合 A 到集合 B 上的一一映射.

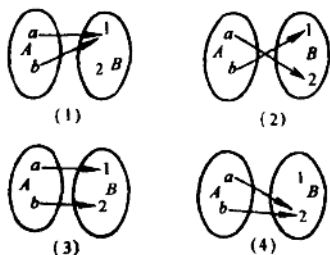


图 1-4

*3. 逆映射 设 $f: A \rightarrow B$

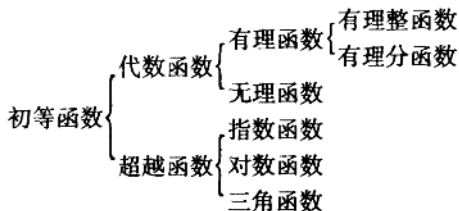
是 A 到 B 上的一一映射, 如果对于集合 B 中的每一个元素都使它在 A 中的原象和它对应, 这样得到的映射叫做映射 $f: A \rightarrow B$ 的逆映射, 记作 $f^{-1}: B \rightarrow A$.

从一一映射及逆映射的定义可知:

- (1) 一个映射有逆映射的充要条件是这个映射是一一映射;
- (2) 一一映射 $f: A \rightarrow B$ 与 $f^{-1}: B \rightarrow A$ 互为逆映射.

四、函数

1. 初等函数的分类表



2. 函数的基本概念

- (1) 函数定义: 当集合 A 和 B 都是非空的数集, 且 B 的每一个

元素都有原象时,这样的映射 $f: A \rightarrow B$ 就是定义域 A 到值域 B 上的函数,记作 $y = f(x)$.

函数的传统定义:

设有两个变量 x 和 y ,它们按照某一个法则联系着,当变量 x 在它的可能取值范围内任取一个数值时,变量 y 依照这个法则相应地取得一个确定的值,则变量 y 叫做变量 x 的函数,我们用记号表示为

$$y = f(x) \text{ (或 } y = y(x) \text{)}.$$

其中 f 表示 x 和 y 之间的对应法则, x 叫做自变量, y 叫做因变量或函数.

(2)定义域:即自变量的允许值范围.

当函数用解析式给出时,定义域就是使式子有意义的自变量允许值的集合;

当函数由实际问题给出时,其定义域由实际问题确定.

(3)值域:即函数值的变化范围.

3. 函数关系的表示法

通常有解析法、列表法和图象法.

4. 函数的性质

(1)单调性:

①对于给定区间上的函数 $f(x)$,如果对于属于这个区间的任意两个自变量的值 x_1, x_2 ,当 $x_1 < x_2$ 时,都有 $f(x_1) < f(x_2)$ ($f(x_1) > f(x_2)$),那么就称 $f(x)$ 在这个区间上是增函数(或减函数).

②如果函数 $f(x)$ 在某个区间上是增函数或减函数,就说 $f(x)$ 在这个区间上具有(严格地)单调性,这一区间叫做函数 $f(x)$ 的单调区间.

(2)奇偶性:

①奇函数:如果对于函数 $f(x)$ 定义域内任意一个 x ,都有 $f(-x) = -f(x)$,那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数.

奇函数的图象关于原点成中心对称图形,这个定理的逆定理也成立.