

## 力学原理导论

■·豪瑟著

凌振芳 郭 儒 译 周家政 校

---

南开大学出版社出版

(天津八里台南开大学校内)

新华书店天津发行所发行

长春市第十一印刷厂排版

天津牛家牌印刷厂印刷

---

1987年2月第1版 1987年10月第2次印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 19.5

字数: 483千 印数: 3,201—5,500

ISBN7-310-00079-X/O.10

统一书号: 13301·20 定价: 3.95元

## 内 容 简 介

本书根据 Addison—Wesley Publishing Company, INC. 出版的 W·Hauser 所著《力学原理导论》(Introduction to the Principles of Mechanics) 一书译出。

本书从现代物理观点出发，系统地阐述了质点、质点系和刚体运动的基本原理和应用。这是一本具有新颖和创造性观点的中级力学教材。主要内容有：矢量、质点运动学、运动坐标系、质点动力学（一维运动）、拉氏方程、守恒运动、有心力场中的运动、质点系力学、刚体运动、线性变换理论、微振动理论、沿弦传播的波和狭义相对论。

本书可作为高等院校物理系专业或其它专业的本科生与研究生的教材或参考书。

## 译 者 序

本书是一本适合大学生水平的中级力学教材，它是针对学过诸如瑞斯尼克和哈里德或歇尔斯和塞曼斯基的基础力学课程的学生而写的。作者在教材内容的安排上和表述方法上作了重大改革，因此，本书不仅较一般高级力学教材易读，而且是一本具有创造性观点的著作。

本书作为一本中级力学教材在我国是少见的，它不仅可以作为本科生和研究生的力学教材，而且对目前国内教材更新也有参考价值。正象作者所指出的，本书正是为适应当前教材的更新换代而撰写的。

作者从现代物理观点出发，系统地阐述了力学基本原理和应用、作者采用了许多新颖的方法来处理力学内容，如矢量的狄拉克符号表示和矩阵表示；用格林函数方法来求解微分方程；从广义坐标出发，简明易懂地给出拉氏方程的几何推导，等等。通篇在讲述概念和处理方法上注意深入浅出。书中的大量例题及习题涉及到有关近代物理课题，富有启发性。本书有助于学生在较短的时间内掌握大量物理概念和数学工具，并为进一步学习物理学的其它领域奠定基础。我们认为，本书可作为高等院校物理专业或其它专业本科生和研究生的教材和参考书。

原书中小字章节仍以小字排印，这部分内容可作教学参考。

本书的初译稿得到高教出版社邹延肃先生的具体指教。译者谨此表示衷心地感谢。由于译校者水平有限，不妥甚至错误之处在所难免，请广大读者批评指正。

译 者

## 序 言

这是一本高年级大学生使用的中级力学教科书，就本书所包括的内容而言，作为研究生第一学期的理论物理教材也是适宜的。这本教材是针对系统地学过诸如瑞斯尼克 (Resnick) 和哈里德 (Halliday) 或者歇尔斯 (Sears) 和塞曼斯基 (Zemansky) 的基础力学课程和微积分课程的学生而写的。此外还设想微分方程能与该课程同时讲授。

经典力学一直是培养物理系和工程系学生的基础课程。这主要是由于经典力学被广泛地用来解释日常大量现象。力学为我们提供了许多有意义而又形象的例子，从而激发起学生对物理学的兴趣，力学也为他们提供了大量的习题，通过求解这些问题，使他们熟悉数学工具，这对他们有效地掌握物理学的其它领域是必需的。对于正在攻读物理学的人来说，力学始终是也理应是一个极好的数学训练领域。

物理学的各个领域正在突飞猛进地发展，迫使我们不断地更新大学物理教程并普遍地提高所开设课程的水平。物理系和工程系的教学大纲的这种变化说明，在众多优秀的教材中，甚至像那些久有盛名又似乎不易通晓的经典力学专著中再增写一些新书是极其必要的。

我们长期感到需要一本中级力学教科书，以适应当今物理系学生尽快掌握知识的要求。当今的学生较过去不同，在他们学习阶段，必须较早地习惯于主动掌握大量的数学工具和物理学知识，因此撰写一部既强调物理学的基本统一性又力求对基本原理

作出较深刻理解的中级力学教材是尤为重要的。

本书主要考虑的对象是学生。我们特别注意启发式地引入新概念和数学方法，以适合他们的口味。在许多场合下，我们提供了一些基本（非高深）的方法，我们感到这种讨论会有助于加深对问题的理解。一些新的和重要的概念是逐步引入的，并在充分使用它们之前预先作了介绍。为了使该书比较易读，我们作了详细地推导，当然，这并不等于说书是容易的。书中安排了大量专门和高深的课题，这是一般中级力学教材所不具备的。我们认为这些专题对今日的大学生是必不可少的。不过篇幅并不允许我们包罗所有需要的内容。例如，原计划中的变分原理一章并未写上。或许在将来再版中有机会对各种遗漏进行修改。我们希望那些认真的学生不要只满足掌握在课堂上和从书本中所获得的知识。希望他们为了理解某些内容，有时间去查阅其它力学书籍，为加深理解做习题也是极为重要的一环。

力学是一门古老而较成熟的学科。本书与其它现行通用的表述内容相比，仅在于内容的安排顺序和表述方式上有所不同。我们感到正是这方面的显著区别显示了出版该书的价值。现将我们所作的改进列举几例。在第一章介绍了矢量的线性无关的概念和一个三维矢量可表示为三个线性无关基矢的线性组合。进而又引入了倒易基矢的概念，并十分自然地给出一个矢量的协变和逆变分量的几何定义，在这一点上，我们在表示上作了妥善的处理。考虑到采用习惯的上角标符号表示一个矢量的逆变分量容易引起一般学生的混淆，我们还是赞同采用星号 (\*) 作上角标来表示它们。那些习惯用上角标符号的人会发现，只要用习惯的  $A^i$  代替  $A^{*i}$  后，表示任一矢量  $\mathbf{A}$  的逆变分量是不困难的：我们认为介绍这一专题是颇为重要的，因为它允许我们较早地引入广义坐标，并且能十分满意而又比较容易地理解拉格朗日(Lagrange)运动方程的几何推导。照我们看这算是一个非同小可的重大改革。

的确，它正是写此书的初始动机。

还向读者介绍了矢量的矩阵表示的概念，为了区别由列矩阵和行矩阵表示的矢量，还引入了狄拉克(Dirac)右矢和左矢符号。但直到第十章才偶尔使用了矩阵、矩阵方程和等价的算符方程。在第十章讨论了  $n$  维矢量代数和线性变换理论基础，后者是有效地掌握耦合振子(第十一章)和狭义相对论(第十三章)所必需的。

另一个改进是求解微分方程时采用了格林(Green)函数方法。在第四章，通过用格林函数的积分形式表示受迫谐振子的通解，我们推广了对简谐振子的讨论。同时还扼要地介绍了非线性振动，并通过用格林函数给出了非谐振子问题的傅里叶(Fourier)级数的迭代近似解。

本书所包含的内容多于两个学期实际讲授内容，这为灵活地选择讲授内容提供了方便。这里并不想对课程的长短安排提出任何具体建议。前九章内容我们曾作了72学时的力学教程，课题的选择要根据学生的能力和教学基础而定。一些数学基础较差的学生，往往会对前三章用数学语言表述的内容感到厌倦，可先略去第三章，放到以后需要这部分内容时再作讲授。对于这样的班级，我们也应该随时增添少量的高深内容以照顾那些能力较强而认真的学生。我们应该鼓励那些比较好的学生，依靠自己的努力掌握课堂上没有涉及到的内容，在编写本书时，我们充分地注意到了这个问题，并设想本书的大部分内容以这种方式将会满足他们的要求。

我深切地感谢许多人的帮助和支持。尤其是感谢我的父母  
……(下略)

W·豪瑟(Walter Hauser)

麻州，波士顿

# 目 录

## 第一章 矢量

|     |           |        |
|-----|-----------|--------|
| 1—1 | 矢量的几何表示   | ( 1 )  |
| 1—2 | 矢量的加法和减法  | ( 2 )  |
| 1—3 | 矢量的代数表示   | ( 4 )  |
| 1—4 | 矢量乘法      | ( 7 )  |
| 1—5 | 非正交坐标系    | ( 10 ) |
| 1—6 | 矢量的矩阵表示   | ( 20 ) |
| 1—7 | 矢量对标量的微商  | ( 22 ) |
| 1—8 | 矢量的转动     | ( 24 ) |
| 1—9 | 平面矢量的复数表示 | ( 29 ) |

## 第二章 质点运动学

|     |               |        |
|-----|---------------|--------|
| 2—1 | 速度和加速度        | ( 39 ) |
| 2—2 | 速度和加速度的柱坐标表示  | ( 40 ) |
| 2—3 | 速度和加速度的球坐标表示  | ( 45 ) |
| 2—4 | 广义坐标的基矢       | ( 48 ) |
| 2—5 | 速度和加速度的广义坐标表示 | ( 53 ) |
| 2—6 | 曲线坐标的微分几何     | ( 57 ) |
| 2—7 | 沿给定曲线的运动      | ( 62 ) |

## 第三章 运动坐标系

|     |             |        |
|-----|-------------|--------|
| 3—1 | 平动          | ( 69 ) |
| 3—2 | 转动          | ( 73 ) |
| 3—3 | 平动和转动       | ( 81 ) |
| 3—4 | 坐标变换        | ( 81 ) |
| 3—5 | 正交坐标变换的矩阵表示 | ( 85 ) |

## 第四章 质点动力学：一维运动

|                       |         |
|-----------------------|---------|
| 4-1 牛顿第一运动定律          | ( 98 )  |
| 4-2 牛顿第二运动定律：质量和力的概念  | ( 100 ) |
| 4-3 牛顿第三运动定律          | ( 102 ) |
| 4-4 一维问题              | ( 103 ) |
| 4-5 仅与时间有关的力          | ( 104 ) |
| 4-6 与位置有关的力：功和能的概念    | ( 106 ) |
| 4-7 与位置有关的力：有界运动和无界运动 | ( 111 ) |
| 4-8 稳定平衡和非稳定平衡        | ( 113 ) |
| 4-9 在稳定平衡点附近的运动：简谐振子  | ( 114 ) |
| 4-10 在与速度有关的力作用下的运动   | ( 118 ) |
| 4-11 阻尼谐振子            | ( 122 ) |
| 4-12 受迫谐振子：共振         | ( 129 ) |
| 4-13 沿给定曲线的运动         | ( 149 ) |
| 4-14 非谐振子             | ( 152 ) |
| 4-15 受迫非谐振子           | ( 157 ) |

## 第五章 拉格朗日运动方程

|               |         |
|---------------|---------|
| 5-1 广义力       | ( 164 ) |
| 5-2 广义质点动量    | ( 166 ) |
| 5-3 广义运动方程    | ( 169 ) |
| 5-4 约束运动：完整约束 | ( 174 ) |

## 第六章 保守运动

|                       |         |
|-----------------------|---------|
| 6-1 保守力               | ( 190 ) |
| 6-2 势能：能量守恒           | ( 192 ) |
| 6-3 力为保守力的充要条件        | ( 195 ) |
| 6-4 保守力的拉格朗日方程：拉格朗日函数 | ( 197 ) |
| 6-5 保守力的例子：有心力，电力和磁力  | ( 198 ) |
| 6-6 在均匀电场中的运动         | ( 201 ) |
| 6-7 在均匀磁场中的运动         | ( 201 ) |

|                      |       |
|----------------------|-------|
| 6—8 在均匀电场和均匀磁场中的运动   | (204) |
| 6—9 磁场中的各向同性振子       | (207) |
| 6—10 拉莫尔定理           | (211) |
| 6—11 拉莫尔定理, 续        | (212) |
| 6—12 磁共振             | (217) |
| 6—13 与速度有关的势函数: 广义动量 | (220) |
| 6—14 能量守恒: 哈密顿函数     | (223) |
| 6—15 哈密顿运动方程         | (226) |
| 6—16 几何光学和力学         | (230) |
| 6—17 几何光学, 力学和波动力学   | (232) |

## 第七章 有心力场中的运动

|                        |       |
|------------------------|-------|
| 7—1 运动的一般性质: 形式解       | (243) |
| 7—2 轨道的一般性质            | (248) |
| 7—3 圆形轨道的稳定性           | (252) |
| 7—4 旋转轨道的牛顿定律          | (255) |
| 7—5 反平方力场中的运动          | (257) |
| 7—6 有界运动: 行星运动的开普勒第三定律 | (261) |
| 7—7 维里定理               | (262) |
| 7—8 无界运动: 散射           | (264) |

## 第八章 质点系动力学

|                              |       |
|------------------------------|-------|
| 8—1 两质点系: 质心, 折合质量           | (271) |
| 8—2 动能, 能量守恒                 | (275) |
| 8—3 两体碰撞                     | (278) |
| 8—4 火箭运动                     | (282) |
| 8—5 角动量                      | (284) |
| 8—6 散射: 实验室坐标系和质心坐标系中散射角间的关系 | (288) |
| 8—7 N个质点系的动力学: 守恒定理          | (291) |
| 8—8 两质点系的拉格朗日方程              | (297) |
| 8—9 拉格朗日方程和守恒定理              | (306) |
| 8—10 约束系统运动的拉格朗日方程           | (310) |

8—11 拉格朗日方程的应用 ..... (312)

## 第九章 刚体运动

- 9—1 刚体运动的广义坐标: 欧拉角 ..... (329)  
9—2 刚体的角速度 ..... (334)  
9—3 刚体的角动量与角速度间的关系: 转动惯量和  
    惯量积 ..... (335)  
9—4 刚体的转动动能 ..... (344)  
9—5 平行轴定理 ..... (345)  
9—6 刚体运动方程 ..... (348)  
9—7 刚体定轴转动 ..... (350)  
9—8 刚体的平面运动: 瞬时转轴 ..... (354)  
9—9 刚体的平面运动: 滚动 ..... (356)  
9—10 滚动中的能量守恒 ..... (358)  
9—11 刚体的平面运动: 滚动和滑动 ..... (360)  
9—12 刚体的静平衡 ..... (362)  
9—13 质点系的平衡: 虚功原理 ..... (364)  
9—14 刚体的碰撞 ..... (367)  
9—15 刚体的无矩运动 ..... (370)  
9—16 对称陀螺在重力作用下的运动 ..... (377)

## 第十章 线性变换理论基础

- 10—1 三维矢量矩阵表示的回顾 ..... (389)  
10—2 矩阵代数 ..... (392)  
10—3 直积: 算符 ..... (400)  
10—4 线性矢量空间 ..... (407)  
10—5  $n$  维矢量空间的基矢 ..... (411)  
10—6 线性变换 ..... (412)  
10—7 坐标变换 ..... (418)  
10—8 复矢量空间 ..... (426)  
10—9 算符的本征值和本征矢: 正规算符的对角化 ..... (432)  
10—10 对易正规算符的同时对角化 ..... (442)

## 第十一章 微振动理论

- 11-1 保守质点系平衡位形的稳定性条件 ..... (454)
- 11-2 偏离平衡的小位移运动方程：无阻尼运动 ..... (457)
- 11-3 简正坐标 ..... (461)
- 11-4 阻尼运动 ..... (465)
- 11-5 受迫振动：正弦驱动力 ..... (474)
- 11-6 受迫振动：冲力、张量格林函数 ..... (478)
- 11-7 微扰理论 ..... (482)

## 第十二章 沿弦传播的波

- 12-1 平面波的数学表达式，迭加原理、波动方程 ..... (490)
- 12-2 振动弦的波动方程 ..... (493)
- 12-3 谐波 ..... (495)
- 12-4 谐波的能流 ..... (497)
- 12-5 偏振 ..... (498)
- 12-6 谐波的反射和透射 ..... (504)
- 12-7 端点固定的振动弦 ..... (511)
- 12-8 振动弦的一般运动 ..... (513)
- 12-9 弦的受迫振动：共振，格林函数 ..... (516)
- 12-10 冲力：格林函数 ..... (522)

## 第十三章 狹义相对论

- 13-1 洛伦兹变换 ..... (530)
- 13-2 时间膨胀和洛伦兹—斐兹杰惹收缩 ..... (539)
- 13-3 速度变换 ..... (543)
- 13-4 四维速度和四维加速度 ..... (544)
- 13-5 相对论性动力学，相对论性运动方程，相对论性质量，线动量 ..... (547)
- 13-6 四维力，相对论性动能，四维动量 ..... (550)
- 13-7 电磁场的变换性质 ..... (554)
- 13-8 带电粒子在均匀电场中的运动 ..... (558)
- 13-9 在均匀磁场中的运动 ..... (560)

|                       |         |
|-----------------------|---------|
| 13-10 在平行的电场和磁场作用下的运动 | ( 561 ) |
| 13-11 广义坐标, 拉格朗日运动方程  | ( 562 ) |
| 13-12 协变的拉格朗日表述       | ( 566 ) |
| 13-13 带电粒子在库仑场中运动     | ( 569 ) |
| 13-14 角动量             | ( 572 ) |
| 13-15 粒子碰撞: 反应, 阈能    | ( 573 ) |
| 奇数号习题答案               | ( 581 ) |

# 第一章 矢量

物理学是一门关于可观测（可定量测量）的物理量和各物理量的确定值之间关系的科学。一些物理量仅需用一个数量就能完全确定，例如温度、体积、时间、长度、光速、声频和电荷就是这样的物理量，我们称为标量。另一方面，有些物理量则需要用两个或两个以上的数量才能完全确定，例如，要说明一直线位移，仅测量其大小是不够的。为了说明三维空间中的直线位移，需要两个以上的数量，由它们可以确定位移的方向。任何像直线位移的物理量，除用大小和方向说明外，它与另一同类型物理量相加，遵从两个相继位移的加法法则（参见1—2节），并给出具有大小和方向的唯一物理量，则称该物理量为三维矢量量，简称三维矢量。本章将向读者介绍三维矢量的数学表述语言和基本数学运算。在第十章我们将把三维矢量的结果推广到n维矢量上，它是需要用n个数量来确定的量。

我们将用黑体字母表示矢量，以区别用斜体字母表示的标量。因此， $\mathbf{A}$ 表示一矢量，其大小是个纯数或标量，并用 $A$ 表示。有时也用 $|\mathbf{A}|$ 表示矢量 $\mathbf{A}$ 的大小。

## 1—1 矢量的几何表示

用图形来表示一矢量，我们画一有向线段或平行于该矢量并指向其方向的箭头代表该矢量的大小和方向。按比例所画的箭头

的长度代表矢量的大小。例如，在图 1—1 中，我们用图表示了一个与  $xy$  平面平行、并与平行于  $x$  轴的直线成  $\phi$  角的矢量  $\mathbf{A}$ 。如果矢量  $\mathbf{A}$  的大小是 5 个单位，则箭头的长度应取表示单位大小矢量长度的 5 倍。

用箭头长度表示矢量的大小意味着有这样一个定义：任一矢量  $\mathbf{A}$  与标量  $c$  的乘积给出一个平行于  $\mathbf{A}$  的矢量，其大小为  $c$  倍  $\mathbf{A}$  的大小，

$$|c\mathbf{A}| = c|\mathbf{A}| \quad (1-1)$$

这说明任一矢量都可表示为一个标量与单位大小的矢量的乘积，单位大小的矢量称单位矢量。如果  $\mathbf{e}_A$  是  $\mathbf{A}$  方向上的单位矢量，则矢量  $A\mathbf{e}_A$  就是一个在  $\mathbf{A}$  方向上有大小为  $A$  的矢量。记作

$$\mathbf{A} = A\mathbf{e}_A \quad (1-2)$$

如果两个矢量  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  有相同的大小和方向，则这两个矢量相等。

大小为零的矢量定义为零矢量  $\mathbf{0}$ 。在使用上其方向是无关紧要的。

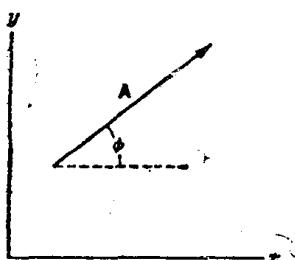


图 1—1 矢量的图形表示

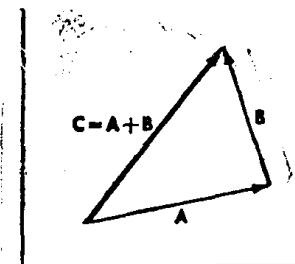


图 1—2 矢量加法的图形表示

## 1—2 矢量的加法和减法

图 1—2 是两个矢量  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  相加的几何表示。用作图法表示

两个矢量  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  相加，先画出一个箭头表示矢量  $\mathbf{A}$ ，从它的首端画另一箭头表示矢量  $\mathbf{B}$ 。从表示  $\mathbf{A}$  的箭头尾端到表示  $\mathbf{B}$  的箭头首端画出的箭头就代表了这两个矢量之和的矢量  $\mathbf{C}$ 。矢量加法的这种规则称为加法的平行四边形法则。

从图 1—3 可清楚地看到，矢量加法满足对易律：

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}.$$

它也满足结合律（参见图 1—4）：

$$\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C}.$$

如果两个矢量  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  之和等于零矢量，

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{0}, \quad (1-3)$$

则  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  两矢量必然大小相等，方向相反。于是，由方程 (1—3) 得

$$\mathbf{B} = -\mathbf{A}, \quad (1-4)$$

这告诉我们  $-\mathbf{A}$  也是一个矢量，其大小与矢量  $\mathbf{A}$  相同，但指向与  $\mathbf{A}$  相反。

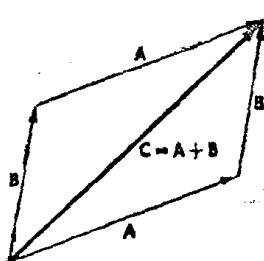


图1—3 矢量加法的对易律：

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$$

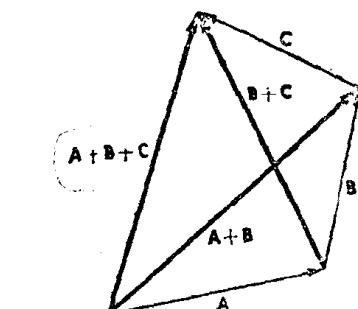


图1—4 矢量加法的结合律：

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$$

这样我们就把矢量  $\mathbf{A}$  减矢量  $\mathbf{B}$  定义为矢量  $\mathbf{A}$  和矢量  $(-\mathbf{B})$  的加法，

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B}). \quad (1-5)$$

### 1—3 矢量的代数表示

我们将证明任一矢量  $\mathbf{A}$  可以用它在一组坐标轴或基矢上的投影表示成代数形式。三维坐标系的三个基矢必然是线性无关的，因此它们一定满足不共面的要求。选取一组相互垂直的单位矢量作为非共面的基矢是最简单的。但这决非是唯一的选择。

在笛卡儿坐标系中，选取沿正  $x$ ， $y$ ，和  $z$  的单位矢量作为三个基矢，它们分别用符号  $\mathbf{i}$ ， $\mathbf{j}$  和  $\mathbf{k}$  表示（图 1—5），有时也用符号  $\mathbf{e}_1$ ， $\mathbf{e}_2$  和  $\mathbf{e}_3$  表示。

矢量  $\mathbf{A}$  在另一矢量  $\mathbf{B}$  上的投影，在图形上用从矢量  $\mathbf{A}$  的首端和尾端到平行于  $\mathbf{B}$  直线上垂足间的线段长度表示（图 1—6）。

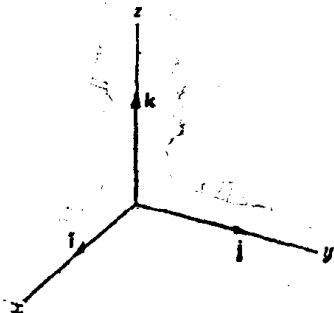


图1—5 笛卡儿单位基矢

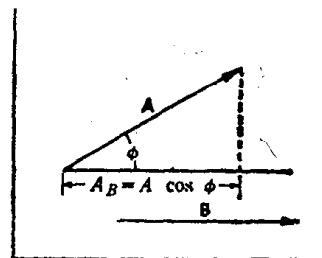


图1—6 矢量  $\mathbf{A}$  在矢量  $\mathbf{B}$  上的投影

如果矢量  $\mathbf{A}$  的首端在  $\mathbf{B}$  上的投影，相对于其尾端在  $\mathbf{B}$  上的投影，位于  $\mathbf{B}$  的方向上，则该投影认为是正的。如果它位于  $\mathbf{B}$  的反方向上，则认为是负的。矢量  $\mathbf{A}$  在矢量  $\mathbf{B}$  上的投影称作  $\mathbf{A}$  的  $\mathbf{B}$  分量并用  $A_B$  表示，用矢量  $\mathbf{A}$  与过  $\mathbf{A}$  尾端并沿  $\mathbf{B}$  方向箭头的两个夹角中较小的那个角  $\phi$ ，可表示为

$$A_B = A \cos \phi \quad (1-6)$$

角  $\phi$  称为  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  间的夹角。

根据确定投影是正或负的规则，当  $0 < \phi < \frac{\pi}{2}$  时， $A_z$  为正，当  $\frac{\pi}{2} < \phi < \pi$  时， $A_z$  为负。从加法律可知，矢量  $\mathbf{A}$  可表示为三个矢量  $A_x\mathbf{i}$ ,  $A_y\mathbf{j}$  和  $A_z\mathbf{k}$  之和。即，

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}, \quad (1-7)$$

其中  $A_x$ ,  $A_y$ , 和  $A_z$  是  $\mathbf{A}$  沿正  $x$ ,  $y$ , 和  $z$  轴的分量。例如，考虑位于  $xy$  平面内的矢量  $\mathbf{A}$  ( $A_z = 0$ )。在这种情况下，总可以将该矢量放在一个直角三角形斜边上，其直角边分别平行于  $x$  和  $y$  轴的正方向。根据图 1-7，显然有

$$A_x = A \cos \phi, \quad (1-8)$$

$$A_y = A \sin \phi, \quad (1-9)$$

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2, \quad (1-10)$$

以及关系式

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j}. \quad (1-11)$$

图 (1-8) 是推广到三维矢量的情况。利用矢量  $\mathbf{A}$  和  $z$  轴正方向的夹角  $\theta$  和  $\mathbf{A}$  在  $xy$  的平面上的投影与  $x$  正方向的夹角  $\phi$ ，可得（参见图 1-8）

$$A_x = A \cos \theta, \quad (1-12)$$

$$A_y = A \sin \theta \cos \phi, \quad (1-13)$$

$$A_z = A \sin \theta \sin \phi, \quad (1-14)$$

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2, \quad (1-15)$$

显然有

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}.$$

根据两个矢量相等的定义，显然它们的  $x$ ,  $y$  和  $z$  分量相等是两个矢量相等的必要和充分条件。而且两个或多个矢量之和的  $x$ ,  $y$  和  $z$  分量分别等于诸矢量各分量之和。这就是说，如果矢量  $\mathbf{C}$  是矢量  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  之和，