



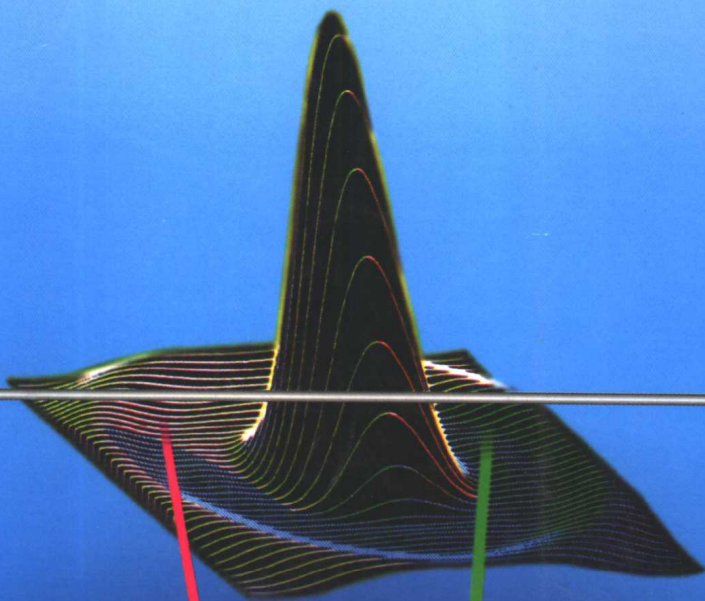
高等学校  
电子信息类

规划教材

# 激光原理

(第4版)

周炳琨 高以智 陈倜嵘 陈家骅 编著



国防工业出版社



# 激光原理

(第4版)

周炳琨 高以智 编著  
陈倜嵘 陈家骅

国防工业出版社

·北京·

**图书在版编目(CIP)数据**

激光原理/周炳琨等编著. - 4版. - 北京:国防工业出版社, 2000 (2000.10重印)

ISBN 7-118-02149-0

I. 激… II. 周… III. 激光器-理论 IV. TN248

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 16174 号



国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京怀柔新华印刷厂印刷

新华书店经售

\*

开本 787 × 1092 1/16 印张 21 486 千字

2000 年 1 月第 4 版 2000 年 10 月北京第 5 次印刷

印数: 12001—16000 册 定价: 28.00 元

---

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

## 出版说明

为做好全国电子信息类专业“九五”教材的规划和出版工作,根据国家教委《关于“九五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》和《普通高等教育“九五”国家级重点教材立项、管理办法》,我们组织各有关高等学校、中等专业、出版社,各专业教学指导委员会,在总结前四轮规划教材编审、出版工作的基础上,根据当代电子信息科学技术的发展和面向 21 世纪教学内容和课程体系改革的要求,编制了《1996—2000 年全国电子信息类专业教材编审出版规划》。

本轮规划教材是由个人申报,经各学校、出版社推荐,由各专业教学指导委员会评选,并由我部教材办商各专指委、出版社后,审核确定的。本轮规划教材的编制,注意了将教学改革力度较大、有创新精神、特色风格的教材和质量较高、教学适用性较好、需要修订的教材以及教学急需,尚无正式教材的选题优先列入规划。在重点规划本科、专科和中专教材的同时,选择了一批对学科发展具有重要意义,反映学科前沿的选修课、研究生课教材列入规划,以适应高层次专门人才培养的需要。

限于我们的水平和经验,这批教材的编审、出版工作还可能存在不少缺点和不足,希望使用教材的学校、教师、同学和广大读者积极提出批评和建议,以不断提高教材的编写、出版质量,共同为电子信息类专业教材建设服务。

电子工业部教材办公室

# 前 言

本教材系按原电子工业部的《1996~2000年全国电子信息类专业教材编审出版规划》，由《光电子技术》专业全国教学指导委员会评审、推荐出版。

本教材是在1980年、1984年和1995年出版的《激光原理》的基础上修改而成，由清华大学周炳琨担任主编，哈尔滨工业大学王雨三担任主审。编审者均依据《光电子技术》专业全国教学指导委员会审定的编写大纲进行编写和审阅。

本课程的参考学时为60学时，实验课单独开设，教材中未涉及这方面的内容。本教材分为5部分。第一部分(第一章)概述激光器基本原理。第二部分(第二、三章)讲授光谐振腔理论，重点介绍光谐振腔模式的波动理论，并在此基础上介绍了高斯光束的传输规律，在分析非稳腔模时，仅介绍了非稳腔的几何理论分析方法。第三部分(第四、五、六、八章)讲授激光振荡和放大理论。光和物质的共振相互作用是激光振荡和放大的物理基础，因此这一部分的重点放在阐明光和物质共振相互作用的基本物理过程和主要理论分析方法方面。在激光器的各种理论分析方法中，本书主要介绍速率方程理论，并在此基础上分析激光振荡器和放大器的工作特性。激光器的半经典理论能够更深入地揭示激光器的各种物理现象，我们在第八章对它的基本方法也作了介绍。第四部分(第七章)介绍控制与改善激光器特性的各种技术(选模、调Q、锁模等)的原理及理论。第五部分(第九、十章)介绍几种有代表性的典型激光器的工作原理和特点。在第十章中，还结合半导体激光器介绍了介质波导谐振腔的模式理论。每章末附有习题，供学生练习选用。

具有原子物理学、电磁理论、量子力学和统计物理学基础知识的读者，可以循序渐进地阅读本书。

本教材绪言及第一章由周炳琨编写；第二章由陈家骅、周炳琨和高以智在陈侗嵘提供的书稿基础上缩编及补充；第三章由高以智在1980年版第十二章(由陈侗嵘编写)的基础上改写；第四章由周炳琨和高以智编写；第五、六、七、九章由高以智编写；第八章由陈家骅编写；第十章由陈侗嵘、陈家骅和周炳琨联合编写。由于编者水平有限，书中难免还存在一些缺点和错误，殷切希望广大读者批评指正。

## 内 容 简 介

本书主要阐述激光器的基本原理和理论。内容包括激光器的光谐振腔理论、速率方程理论和半经典理论；对典型激光器及改善与控制激光器特性的若干技术也作了简要介绍。

本书可作为高等工科院校激光原理课程的教材，也可供从事激光工作的研究人员、技术人员以及高等院校有关专业的师生参考。

本书系在 1980 年、1984 年和 1995 年出版的版本基础上修改写成。

# 目 录

绪言	1
第一章 激光的基本原理	4
1.1 相干性的光子描述	4
1.2 光的受激辐射基本概念	9
1.3 光的受激辐射放大	14
1.4 光的自激振荡	17
1.5 激光的特性	18
习题	22
参考文献	23
第二章 开放式光腔与高斯光束	24
2.1 光腔理论的一般问题	24
2.2 共轴球面腔的稳定性条件	32
2.3 开腔模式的物理概念和衍射理论分析方法	37
2.4 平行平面腔模的迭代解法	46
2.5 方形镜共焦腔的自再现模	48
2.6 方形镜共焦腔的行波场	57
2.7 圆形镜共焦腔	61
2.8 一般稳定球面腔的模式特征	64
2.9 高斯光束的基本性质及特征参数	69
2.10 高斯光束 $q$ 参数的变换规律	74
2.11 高斯光束的聚焦和准直	79
2.12 高斯光束的自再现变换与稳定球面腔	84
2.13 光束衍射倍率因子	87
2.14 非稳腔的几何自再现波型	88
2.15 非稳腔的几何放大率及自再现波型的能量损耗	95
习题	98
参考文献	100
第三章 空心介质波导光谐振腔	102
3.1 空心波导光谐振腔的构成和特征	102
3.2 空心圆柱波导管中的本征模	103
3.3 圆波导本征模的传输常数和损耗特性	107
3.4 空心矩形介质波导管中的本征模	112

3.5 空心介质波导光谐振腔的反馈耦合损耗 .....	115
习题 .....	121
参考文献 .....	122
<b>第四章 电磁场和物质的共振相互作用 .....</b>	<b>123</b>
4.1 电介质的极化 .....	124
4.2 光和物质相互作用的经典理论简介 .....	126
4.3 谱线加宽和线型函数 .....	131
4.4 典型激光器速率方程 .....	142
4.5 均匀加宽工作物质的增益系数 .....	150
4.6 非均匀加宽工作物质的增益系数 .....	155
4.7 综合加宽工作物质的增益系数 .....	159
习题 .....	161
参考文献 .....	164
<b>第五章 激光振荡特性 .....</b>	<b>165</b>
5.1 激光器的振荡阈值 .....	166
5.2 激光器的振荡模式 .....	170
5.3 输出功率与能量 .....	172
5.4 弛豫振荡 .....	177
5.5 单模激光器的线宽极限 .....	180
5.6 激光器的频率牵引 .....	182
习题 .....	185
参考文献 .....	187
<b>第六章 激光放大特性 .....</b>	<b>188</b>
6.1 激光放大器的分类 .....	188
6.2 均匀激励连续激光放大器的增益特性 .....	191
6.3 纵向光激励连续激光放大器的增益特性 .....	193
6.4 脉冲激光放大器的增益特性 .....	197
6.5 放大的自发辐射(ASE) .....	202
6.6 光放大器的噪声 .....	206
习题 .....	208
参考文献 .....	208
<b>第七章 激光器特性的控制与改善 .....</b>	<b>210</b>
7.1 模式选择 .....	210
7.2 频率稳定 .....	214
7.3 $Q$ 调制 .....	221
7.4 注入锁定 .....	230
7.5 锁模 .....	235
习题 .....	243
参考文献 .....	245



<b>第八章 激光振荡的半经典理论</b> .....	246
8.1 激光振荡的自治方程组 .....	246
8.2 原子系统的电偶极矩 .....	250
8.3 密度矩阵 .....	253
8.4 静止原子激光器理论 .....	258
习题.....	271
参考文献.....	271
<b>第九章 典型激光器</b> .....	272
9.1 固体激光器 .....	272
9.2 气体激光器 .....	278
9.3 染料激光器 .....	289
习题.....	291
参考文献.....	292
<b>第十章 半导体二极管激光器</b> .....	293
10.1 半导体工作物质中的光增益.....	293
10.2 半导体二极管激光器的基本结构.....	298
10.3 对称三层介质平板波导中的本征模.....	304
10.4 光强分布与约束因子.....	313
10.5 半导体二极管激光器的主要特性.....	318
习题.....	322
参考文献.....	324
附录.....	325
附录一 典型气体激光器基本实验数据.....	325
附录二 典型固体激光工作物质参数.....	326
附录三 染料、溶剂及激光波长 .....	327
附录四 常用物理常数.....	327

## 绪 言

世界上第一个激光器的成功演示距今已近 40 年了。40 年来,激光科学技术以其强大的生命力谱写了一部典型的学科交叉的创造发明史。激光的应用已经遍及科技、经济、军事和社会发展的许多领域,远远超出了 40 年前人们原有的预想。在学习“激光原理”之前,回顾一下它的发展历史并展望未来是一件有意义的事情。

导致激光发明的理论基础可以追溯到 1917 年,爱因斯坦(Albert Einstein)在量子理论的基础上提出了一个崭新的概念:在物质与辐射场的相互作用中,构成物质的原子或分子可以在光子的激励下产生光子的受激发射或吸收。这就已经隐示了,如果能使组成物质的原子(或分子)数目按能级的热平衡(玻耳兹曼)分布出现反转,就有可能利用受激发射实现光放大(Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation—LASER)。后来理论物理学家又证明:受激发射光子(波)和激励光子(波)具有相同的频率、方向、相位和偏振。这些都为激光的出现(一种光波振荡器)奠定了理论基础。但是,当时的科学技术和生产发展还没有提出这种实际的需求,所以激光也不可能凭空地被发明出来。直到 50 年代初,电子学、微波技术的应用提出了将无线电技术从微波(波长 1cm 量级)推向光波(波长  $1\mu\text{m}$  量级)的需求。这就需要一种能像微波振荡器一样地产生可以被控制的光波的振荡器,即激光器。这也就是当时光学技术迫切需要的强相干光源。虽然光波振荡器从本质上也是由光波放大和谐振腔两部分组成,但是如果沿袭发展微波振荡器的老路——即在一个尺度和波长可比拟的封闭的谐振腔中利用自由电子与电磁场的相互作用实现电磁波的放大和振荡——是很难实现光波振荡的。这时,少数目光敏锐又勇于创新的科学家:美国的汤斯(Charles H. Townes)、苏联的巴索夫(Nikolai G. Basov)和普洛霍洛夫(Aleksander M. Prokhorov)创造性地继承和发展爱因斯坦的理论,提出了利用原子、分子的受激辐射来放大电磁波的新概念,并于 1954 年第一次实现了氨分子微波量子振荡器(MASER)。由此诞生了一个新的学科:量子电子学。它抛弃了利用自由电子与电磁场的相互作用实现电磁波的放大和振荡的传统概念,开辟了利用原子(分子)中的束缚电子与电磁场的相互作用来放大电磁波的新路。道路一经打开,人们立即开始了向光波量子振荡器(即激光器, LASER)的进军。1958 年,汤斯和他的年青合作者肖洛(Arthur L. Schawlow)又抛弃了尺度必需和波长可比拟的封闭式谐振腔的老思路,提出了利用尺度远大于波长的开放式光谱谐振腔(巧妙地借用传统光学中早有的 FABRY—PEROT 干涉概念!)实现激光器的新思想。布隆伯根(Nicolaas Bloembergen)提出利用光泵浦三能级原子系统实现原子数反转分布的新构思。之后,全世界许多研究小组参加了研制第一个激光器的竞赛。机遇偏爱有准备的头脑,当时美国休斯公司实验室的一位从事红宝石荧光研究的年青人梅曼(Theodore H. Maiman)敏锐地抓住机遇,勇于实践,使用今天看起来非常简单的方法,终于在 1960 年 7 月演示了世界第一台红宝石固态激光器。继而,全世界许

多研究小组很快地重复了他的实验。实验证实激光(受激辐射光)确实具有理论预期的,完全不同于普通光(自发辐射光)的性质:单色性、方向性和相干性。这些独特性质加上由此而来的超高亮度、超短脉冲等性质使它已经而且必将深刻地影响当代科学、技术、经济和社会的发展及变革。1997年,朱棣文(Steven Chu)、菲利普(William D. Phillips)和塔罗季(Claude Cohen-Tannoudji)由于利用激光冷却和钳制原子的研究成果而共获诺贝尔奖。这样,前面提到的9位科学家中,除梅曼外的8位都因对激光技术的创造性贡献而先后获诺贝尔奖。

40年来,激光的发明不仅导致了一部典型的学科交叉的创造发明史,而且生动地体现了人的知识和技术创新活动是如何推动经济、社会的发展从而造福人类的物质与精神生活的。首先是具有不同学科和技术背景的一批发明家接二连三地发明了各种不同类型的激光器和激光控制技术。例如半导体(GaAs, InP等)激光器,固体(Nd:YAG等)激光器,气体原子(He-Ne等)激光器,气体离子(Ar<sup>+</sup>等)激光器,气体CO<sub>2</sub>分子激光器,气体准分子(XeCl、KrF等)激光器,金属蒸汽(Cu等)激光器,可调谐染料及钛宝石激光器,激光二极管泵浦(全固化)激光器,光纤放大器和激光器,光学参量振荡及放大器,超短脉冲激光器,自由电子激光器,极紫外及X射线激光器等等。与此同时,各种科学和技术领域纷纷应用激光并形成了一系列新的交叉学科和应用技术领域,包括信息光电子技术,激光医疗与光子生物学,激光加工,激光检测与计量,激光全息技术,激光光谱分析技术,非线性光学,超快光子学,激光化学,量子光学,激光(测污)雷达,激光制导,激光分离同位素,激光可控核聚变,激光武器等等不胜枚举,也不可能在此一一介绍。下面仅就信息光电子技术的发展做一简单回顾。激光发明后,人们立即开始了研究它在信息技术(信息的传输、存储、处理和获取等)中的应用,但是却遇到了很大的技术困难。首先是普通激光器的体积大、效率低、寿命短,而早期的半导体激光器只能在低温下脉冲工作;其次是没有一种理想的传输光的手段,因而信息光电子技术的发展经历了10多年徘徊,等待着新的技术思想突破。60年代末到70年代初,克雷歇尔(H. Kressel)和阿尔菲洛夫(Z. I. Alferov)等提出了双异质结半导体激光器新构思并成功地实现了室温连续工作;高锟(Chals Gao)提出了基于光学全反射原理的光导纤维的创新概念并进而由康宁公司开发为实用产品。这两大技术思想突破,加上后来在此基础上出现的半导体量子阱光电子器件和光纤放大器等重大发明,促使光子和电子迅速结合并蓬勃发展为今天的信息光电子技术和产业。光子以其极高的信息传输速率和容量,极快的信息处理速率,优越的信息并行处理与互连能力和巨大的信息存储能力补充了电子的不足并相互交叉融合,有力地促进了信息技术的发展。这里我们再一次看到了创造性思维在科学技术发展中的重要作用。

展望未来,激光在科学发展与技术应用两方面都还有巨大的机遇、挑战和创新的空间。在技术应用方面:以半导体量子阱激光器和光纤器件为基础的信息光电子技术将继续成为未来信息技术的基础之一,宽带光纤传输将组成全球信息基础设施的骨干网络,光纤接入网也将作为信息高速公路的神经末梢进入楼房或家庭,为人们提供高清晰度电视、远程教育、远程医疗等质高价廉的信息服务;光盘、全息以至更新型的信息存储技术将为此提供丰富的信息资源;光子技术将和微电子技术、微机械技术交叉融合形成微光机电技术。激光医疗与光子生物学在下世纪的发展前景和重要性决不亚于信息光电子技术,激光和光纤(传像光纤和传能光纤)技术可能帮助找到攻克心血管病、癌症等危害人类的疾

病的新方法,包括基于激光的诊断、手术和治疗。激光光谱分析和激光雷达技术将对环境保护和污染检测提供有力的手段。工业激光加工与计量将和工业机器人结合,为未来的制造业提供先进的、精密的、灵巧的特殊加工与测量手段。光纤传感技术和材料工程的交叉正在创造未来的灵巧结构材料(Smart Structure),它能感知并自动控制自己的应力、温度等状态,从而为未来的飞机、桥梁、水坝等结构提供安全的保障。

激光科学以及与激光密切相关的光子学正在孕育着突破性进展。在光和物质相互作用方面,本书只局限于线性相互作用的经典和半经典理论。但是,非线性和非经典(即量子)光学和技术看来将在未来世纪中扮演越来越重要的角色。量子光学主要研究光子的量子特性及其在与物质相互作用中出现的各种效应及其应用:例如由非线性过程产生的非经典光(压缩态光、光子数态光)及其在新型光通信、高精度测量等多领域的重要应用;基于光场与物质相互作用动量传递的激光冷却与俘获原子等技术将为科学与技术的众多领域提供一种前所未有的手段;腔量子电动力学研究光子与原子在尺寸与波长可比拟的微谐振腔中的相互作用,并导致微腔半导体激光器的出现。在这种激光器中,自发辐射得到增强,泵浦阈值大幅降低,并可在合适条件下产生非经典(压缩态等)光场;量子光学与信息科学的交叉正在形成光量子信息科学并期望取得信息技术的革命性突破。例如以光场的量子态作为信息单元(量子比特)的量子计算在理论上可以实现经典计算机所无法达到的信息处理功能;以光子数态作为信息载体的量子通信能提供其安全性由物理定律所确保的、不可破译、不可窃听的量子密码体系。自激光器发明以来,已发现了大量的非线性光学效应,特别是各种频率变换和非线性散射效应的研究促进了新的激光器和激光光谱分析技术的发展。展望未来,光与物质的非线性相互作用效应及其在各种非线性光子器件中的应用研究仍将是光子学的重要研究方向之一。例如光纤通信中的光纤非线性效应,光孤子的形成与传输以及未来全光通信网中的光子交换器件等。应当指出的是,许多重要的非线性光学效应是与超短激光脉冲技术或超快光子学的发展密切相关的。人们通过各种激光锁模技术和光脉冲压缩等技术,已经可以获得峰值功率达太瓦(TW,  $10^{12}$  W)级的飞秒(fs,  $10^{-15}$  s)激光脉冲,从而导致非线性光学领域一系列新效应、新方法、新应用的出现。例如高次谐波及飞秒软 X 波段相干辐射的产生;由太瓦级飞秒激光脉冲经聚焦后产生的极高场强(大于原子内库仑场强)所引起的超快、超强激光物理现象;飞秒激光还为研究和探测物理,化学和生命科学中的超快过程提供了一种时间分辨率高达  $10^{-15}$  s 的光探针。仅从以上几个重要方面已经可以看出,激光的未来发展确实充满着巨大的机遇,挑战和创新空间。

# 第一章 激光的基本原理

本章概述激光的基本原理。讨论的重点是光的相干性和光波模式的联系、光的受激辐射以及光放大和振荡的基本概念。

## 1.1 相干性的光子描述

### 一、光子的基本性质

光的量子学说(光子说)认为,光是一种以光速  $c$  运动的光子流。光子(电磁场量子)和其他基本粒子一样,具有能量、动量和质量等。它的粒子属性(能量、动量、质量等)和波动属性(频率、波矢、偏振等)密切联系,并可归纳如下。

(1)光子的能量  $\epsilon$  与光波频率  $\nu$  对应

$$\epsilon = h\nu \quad (1.1.1)$$

式中  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s}$ , 称为普朗克常数。

(2)光子具有运动质量  $m$ , 并可表示为

$$m = \frac{\epsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (1.1.2)$$

光子的静止质量为零。

(3)光子的动量  $\mathbf{P}$  与单色平面光波的波矢  $\mathbf{k}$  对应

$$\mathbf{P} = mc\mathbf{n}_0 = \frac{h\nu}{c}\mathbf{n}_0 = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{n}_0 = \hbar\mathbf{k} \quad (1.1.3)$$

式中

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{n}_0$$

$\mathbf{n}_0$  为光子运动方向(平面光波传播方向)上的单位矢量。

(4)光子具有两种可能的独立偏振状态,对应于光波场的两个独立偏振方向。

(5)光子具有自旋,并且自旋量子数为整数。因此大量光子的集合,服从玻色-爱因斯坦统计规律。处于同一状态的光子数目是没有限制的,这是光子与其他服从费米统计分布的粒子(电子、质子、中子等)的重要区别。

上述基本关系式(1.1.1)和(1.1.3)后来为康普顿(Arthur Compton)散射实验所证实(1923年),并在现代量子电动力学中得到理论解释。量子电动力学从理论上把光的电磁(波动)理论和光子(微粒)理论在电磁场的量子化描述的基础上统一起来,从而在理论上阐明了光的波粒二象性。在这种描述中,任意电磁场可看作是一系列单色平面电磁波(它

们以波矢  $\mathbf{k}_l$  为标志)的线性叠加,或一系列电磁波的本征模式(或本征状态)的叠加。但每个本征模式所具有的能量是量子化的,即可表为基元能量  $h\nu_l$  的整数倍。本征模式的动量也可表为基元动量  $h\mathbf{k}_l$  的整数倍。这种具有基元能量  $h\nu_l$  和基元动量  $h\mathbf{k}_l$  的物质单元就称为属于第  $l$  个本征模式(或状态)的光子。具有相同能量和动量的光子彼此间不可区分,因而处于同一模式(或状态)。每个模式内的光子数目是没有限制的。

## 二、光波模式和光子状态相格

从上面的叙述已经可以看出,按照量子电动力学概念,光波的模式和光子的状态是等效的概念。下面将对这一点进行深入一步的讨论。

由于光的波粒二象性,我们可以用波动和粒子两种观点来描述它。

在激光理论中,光波模式是一个重要概念。按照经典电磁理论,光电磁波的运动规律由麦克斯韦(C. Maxwell)方程决定。单色平面波是麦克斯韦方程的一种特解,它表示为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i2\pi\nu t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad (1.1.4)$$

式中  $\mathbf{E}_0$  为光波电场的振幅矢量; $\nu$  为单色平面波的频率; $\mathbf{r}$  为空间位置坐标矢量; $\mathbf{k}$  为波矢。麦克斯韦方程的通解可表为一系列单色平面波的线性叠加。

在自由空间,具有任意波矢  $\mathbf{k}$  的单色平面波都可以存在。但在一个有边界条件限制的空间  $V$  (例如谐振腔)内,只能存在一系列独立的具有特定波矢  $\mathbf{k}$  的平面单色驻波。这种能够存在于腔内的驻波(以某一波矢  $\mathbf{k}$  为标志)称为电磁波的模式或光波模。一种模式是电磁波运动的一种类型,不同模式以不同的  $\mathbf{k}$  区分。同时,考虑到电磁波的两种独立的偏振,同一波矢  $\mathbf{k}$  对应着两个具有不同偏振方向的模。

下面求解空腔  $V$  内的模式数目。设空腔为  $V = \Delta x \Delta y \Delta z$  的立方体,则沿三个坐标轴方向传播的波分别应满足的驻波条件为

$$\Delta x = m \frac{\lambda}{2}, \Delta y = n \frac{\lambda}{2}, \Delta z = q \frac{\lambda}{2}$$

式中  $m, n, q$  为正整数。而波矢  $\mathbf{k}$  的三个分量应满足条件

$$k_x = \frac{\pi}{\Delta x} m, k_y = \frac{\pi}{\Delta y} n, k_z = \frac{\pi}{\Delta z} q \quad (1.1.5)$$

每一组正整数  $m, n, q$  对应腔内一种模式(包含两个偏振)。

如果在以  $k_x, k_y, k_z$  为轴的直角坐标系中,即在波矢空间中表示光波模,则每个模对应波矢空间的一点(如图 1.1.1 所示)。每一模式在三个坐标轴方向与相邻模的间隔为

$$\Delta k_x = \frac{\pi}{\Delta x}, \Delta k_y = \frac{\pi}{\Delta y}, \Delta k_z = \frac{\pi}{\Delta z} \quad (1.1.6)$$

因此,每个模式在波矢空间占有一个体积元

$$\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = \frac{\pi^3}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \frac{\pi^3}{V} \quad (1.1.7)$$

在  $\mathbf{k}$  空间内,波矢绝对值处于  $|\mathbf{k}| \sim |\mathbf{k}| + d|\mathbf{k}|$  区间的体积为  $(1/8)4\pi|\mathbf{k}|^2 d|\mathbf{k}|$ , 故在此体积内的模式数为  $(1/8)4\pi|\mathbf{k}|^2 d|\mathbf{k}| V / \pi^3$ 。又因  $|\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda = 2\pi\nu/c; d|\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{c} d\nu$ , 代入式(1.1.7)则得频率在  $\nu \sim \nu + d\nu$  区间内的模式数。再考虑到对应同一  $\mathbf{k}$  有两种不同的偏振,上述模式数应乘 2, 于是,在体积为  $V$  的空腔内,处在频率  $\nu$  附近频带  $d\nu$  内的模式

数为

$$P = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V d\nu \quad (1.1.8)$$

现在再从粒子的观点阐明光子状态的概念,并且证明,光子态和光波模是等效的概念。

在经典力学中,质点运动状态完全由其坐标 $(x, y, z)$ 和动量 $(P_x, P_y, P_z)$ 确定。我们可以用广义笛卡儿(Cartesian)坐标 $x, y, z, P_x, P_y, P_z$ 所支撑的六维空间来描述质点的运动状态。这种六维空间称为相空间,相空间内的一点表示质点的一个运动状态。当宏观质点沿某一方向(例如 $x$ 轴)运动时,它的状态变化对应于二维相空间 $(x, P_x)$ 的一条连续曲线,如图1.1.2所示。但是,光子的运动状态和经典宏观质点有着本质的区别,它受量子力学测不准关系的制约。测不准关系表明:微观粒子的坐标和动量不能同时准确测定,位置测得越准确,动量就越测不准。对于一维运动情况,测不准关系表示为

$$\Delta x \Delta P_x \approx h \quad (1.1.9)$$

上式意味着处于二维相空间面积元 $\Delta x \Delta P_x \approx h$ 之内的粒子运动状态在物理上是不可区分的,因而它们应属于同一种状态。

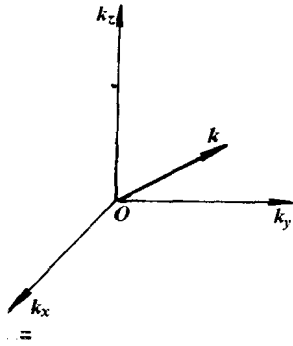


图 1.1.1 波矢空间

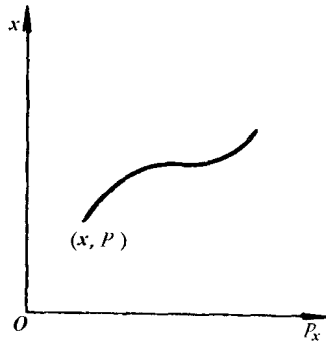


图 1.1.2 经典质点运动

在三维运动情况下,测不准关系为

$$\Delta x \Delta y \Delta z \Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z \approx h^3$$

故在六维相空间中,一个光子态对应(或占有)的相空间体积元为

$$\Delta x \Delta y \Delta z \Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z \approx h^3 \quad (1.1.10)$$

上述相空间体积元称为相格。相格是相空间中用任何实验所能分辨的最小尺度。光子的某一运动状态只能定域在一个相格中,但不能确定它在相格内部的对应该位置。于是我们看到,微观粒子和宏观质点不同,它的运动状态在相空间中不是对应一点而是对应一个相格。这表明微观粒子运动的不连续性。仅当所考虑的运动物体的能量和动量远远大于由普朗克常数 $h$ 所标志的量 $h\nu$ 和 $\hbar k$ ,以致量子化效应可以忽略不计,量子力学运动才过渡到经典力学运动。

从式(1.1.10)还可得出,一个相格所占有的坐标空间体积(或称相格空间体积)为

$$\Delta x \Delta y \Delta z \approx \frac{h^3}{\Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z} \quad (1.1.11)$$

现在证明,光波模等效于光子态。为此将光波模的波矢空间体积元表示式(1.1.7)改写为在相空间中的形式。考虑到一个光波模是由两列沿相反方向传播的行波组成的驻波,因此一个光波模在相空间的  $P_x$ 、 $P_y$  和  $P_z$  轴方向所占的线度为

$$\Delta P_x = 2h\Delta k_x, \Delta P_y = 2h\Delta k_y, \Delta P_z = 2h\Delta k_z \quad (1.1.12)$$

于是,式(1.1.7)在相空间中可改写为

$$\Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z \Delta x \Delta y \Delta z = h^3 \quad (1.1.13)$$

可见,一个光波模在相空间也占有一个相格。因此,一个光波模等效于一个光子态。一个光波模或一个光子态在坐标空间都占有由式(1.1.11)表示的空间体积。

### 三、光子的相干性

为了把光子态和光子的相干性两个概念联系起来,下面对光源的相干性进行讨论。

在一般情况下,光的相干性理解为:在不同的空间点上、在不同的时刻的光波场的某些特性(例如光波场的相位)的相关性。在相干性的经典理论中引入光场的相干函数作为相干性的度量。但是,作为相干性的一种粗略描述,常常使用相干体积的概念。如果在空间体积  $V_c$  内各点的光波场都具有明显的相干性,则  $V_c$  称为相干体积。 $V_c$  又可表示为垂直于光传播方向的截面上的相干面积  $A_c$  和沿传播方向的相干长度  $L_c$  的乘积

$$V_c = A_c L_c \quad (1.1.14)$$

式(1.1.14)也可表示为另一形式:

$$V_c = A_c \tau_c c \quad (1.1.15)$$

式中  $c$  为光速;  $\tau_c = L_c/c$  是光沿传播方向通过相干长度  $L_c$  所需的时间,称为相干时间。

普通光源发光,是大量独立振子(例如发光原子)的自发辐射。每个振子发出的光波是由持续一段时间  $\Delta t$  或在空间占有长度  $c\Delta t$  的波列所组成,如图 1.1.3 所示。不同振子

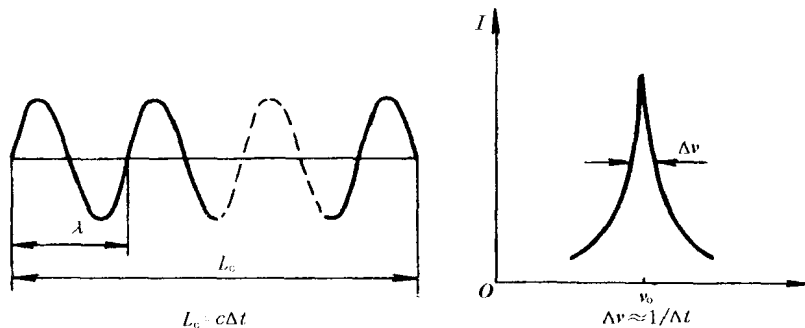


图 1.1.3 单个原子发出的光波列及其频谱

发出的光波的相位是随机变化的。对于原子谱线来说,  $\Delta t$  即为原子的激发态寿命 ( $\Delta t \approx 10^{-8}\text{s}$ )。对波列进行频谱分析,就得到它的频带宽度

$$\Delta\nu \approx \frac{1}{\Delta t}$$

$\Delta\nu$  是光源单色性的量度。

物理光学中已经阐明,光波的相干长度就是光波的波列长度,即



$$L_c = c\Delta t = \frac{c}{\Delta\nu} \quad (1.1.16)$$

于是,相干时间  $\tau_c$  与光源频带宽度  $\Delta\nu$  的关系为

$$\tau_c = \Delta t = \frac{1}{\Delta\nu} \quad (1.1.17)$$

上式说明,光源单色性越好,则相干时间越长。

物理光学中曾经证明:在图 1.1.4 中,由线度为  $\Delta x$  的光源  $A$  照明的  $S_1$  和  $S_2$  两点的光波场具有明显空间相干性的条件为

$$\frac{\Delta x L_x}{R} \leq \lambda \quad (1.1.18)$$

式中  $\lambda$  为光源波长。距离光源  $R$  处的相干面积  $A_c$  可表示为

$$A_c = L_x^2 = \left( \frac{R\lambda}{\Delta x} \right)^2 \quad (1.1.19)$$

如果用  $\Delta\theta$  表示两缝间距对光源的张角,则式(1.1.18)可写为

$$(\Delta x)^2 \leq \left( \frac{\lambda}{\Delta\theta} \right)^2 \quad (1.1.20)$$

上式的物理意义是:如果要求传播方向(或波矢  $\mathbf{k}$ )限于张角  $\Delta\theta$  之内的光波是相干的,则光源的面积必须小于  $(\lambda/\Delta\theta)^2$ 。因此,  $(\lambda/\Delta\theta)^2$  就是光源的相干面积。或者说,只有从面积小于  $(\lambda/\Delta\theta)^2$  的光源面上发出的光波才能保证张角在  $\Delta\theta$  之内的双缝具有相干性(见图 1.1.4)。根据相干体积定义,可得光源的相干体积为

$$V_{cs} = \left( \frac{\lambda}{\Delta\theta} \right)^2 \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{c^3}{\nu^2 \Delta\nu (\Delta\theta)^2} \quad (1.1.21)$$

此式可同样理解为:如要求传播方向限于  $\Delta\theta$  之内并具有频带宽度  $\Delta\nu$  的光波相干,则光源应局限在空间体积  $V_{cs}$  之内。

现在再从光子观点分析图 1.1.4。由面积为  $(\Delta x)^2$  的光源发出动量  $\mathbf{P}$  限于立体角  $\Delta\theta$  内的光子,因此光子具有动量测不准量,在  $\Delta\theta$  很小的情况下其各分量为

$$\Delta P_x = \Delta P_y \approx |\mathbf{P}| \Delta\theta = \frac{h\nu}{c} \Delta\theta \quad (1.1.22)$$

因为  $\Delta\theta$  很小,故有

$$\begin{aligned} P_z &\approx |\mathbf{P}| \\ \Delta P_z &\approx \Delta |\mathbf{P}| = \frac{h}{c} \Delta\nu \end{aligned} \quad (1.1.23)$$

如果具有上述动量测不准量的光子处于同一相格之内,即处于一个光子态,则光子占有的相格空间体积(即光子的坐标测不准量)可根据式(1.1.11)、(1.1.22)、(1.1.23)及(1.1.21)求得

$$\Delta x \Delta y \Delta z = \frac{h^3}{\Delta P_x \Delta P_y \Delta P_z} = \frac{c^3}{\nu^2 \Delta\nu (\Delta\theta)^2} = V_{cs} \quad (1.1.24)$$

上式表明,相格的空间体积和相干体积相等。如果光子属于同一光子态,则它们应该包含在相干体积之内。也就是说,属于同一光子态的光子是相干的。

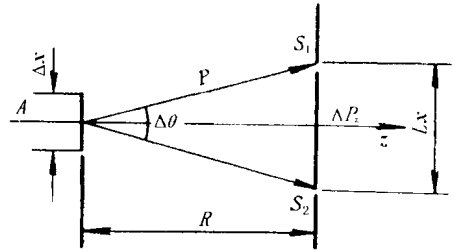


图 1.1.4 杨氏双缝干涉