

“八五”长期天气预报 理论和方法的研究

长期天气预报理论和方法的研究课题组

气象出版社

“八五”长期天气预报理论和方法的研究

长期天气预报理论和方法的研究课题组

148H wJ
95-96

BA261/03
av 3

气象出版社

(京)新登字 046 号

内 容 简 介

本文集是“八五”期间参加中国气象局重点项目“长期预报理论和方法的研究”的 30 余名专家所撰写的。它综合介绍了有关我国月、季时间尺度长期天气预报物理基础的研究；我国汛期(5~9 月)月尺度降水客观预报方法的研究；大气环流季节和年际变化规律的研究及其与季节长期预报模式的试验；长期数值预报模式研究等方面的研究成果。

本文集对了解我国目前长期预报理论和方法研究的最新成果和进展，有一定的参考价值，可供从事长期天气预报、气候预测、水文、地理等学科的科研、业务人员和高等院校有关专业的师生参考，也可供其它有关专业的科技人员阅读。

图书在版编目(CIP)数据

“八五”长期天气预报理论和方法的研究/长期天气预报理论和方法的研究课题组编. —北京:气象出版社,1996.4

ISBN 7-5029-2143-5

I. 八… II. 长… III. 长期天气预报-研究-中国 IV. P
456.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 06789 号

“八五”长期天气预报理论和方法的研究

长期天气预报理论和方法的研究课题组

责任编辑:王桂梅 终审:周诗健

封面设计:向 天 责任技编:席大光 责任校对:史 梅

* * *

气象出版社 出版

(北京市海淀区白石桥路 46 号 邮政编码:100081)

北京怀柔新华印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行 全国各地新华书店经销

* * *

开本:787×1092 1/16 印张:15.875 字数:406 千字

1996 年 4 月第一版 1996 年 4 月第一次印刷

印数:1—500 定价:25.00 元

ISBN 7-5029-2143-5/P · 0792

序 言

根据世界气象组织的定义,十天以上的预报称为长期天气预报。当前长期天气预报的主攻目标是月和季的预报,年季预报也引起越来越多科学家们的重视。

长期天气预报对国民经济各行各业都有重要的影响,尤其对农业的影响更直接,每年汛期旱涝的预报更是我国长期预报的重要任务。对长期预报的这种需求,为长期预报的发展提供了机遇。但是,长期预报作为科学问题是相当复杂的,长期天气过程的演变不仅受外界的影响,也受到初始状态的影响。只有加强科学研究,才能不断提高对长期天气过程的认识和预报水平。在“七五”和“八五”期间,中国气象局都设立了部门重点课题,对长期天气预报理论、方法和资料库的建立进行了深入地研究,取得了重要成果。“七五”期间的研究成果总体上达到了国际先进水平。在“七五”研究的基础上,“八五”期间对长期预报的国际前沿课题进行了更深入的研究,并取得了可喜的成果。本文集收录了中国气象局“八五”重点课题“长期天气预报理论和方法的研究”近三年来的一部分研究论文,仅从这一部分研究成果就可以看出,我国在长期预报领域的进展是令人鼓舞的,与世界气象组织各成员国相比,占据了重要地位。

当我们回顾近 40 年来我国长期预报理论和方法研究取得的重大进展时,更加怀念章基嘉院士。他从事气象工作 40 多年,主要的研究领域就是长期预报,在大气环流的演变规律、超长波以及长期预报方法等方面都有重要建树。“七五”和“八五”期间的长期预报课题也是由他主持进行的,为我国的长期预报研究和业务作出了重要贡献。本文集也是根据他生前的安排组织出版的,因此,本文集的出版寄托了参加课题的全体人员对章基嘉院士的哀思。

长期天气预报是具有挑战性的科学问题,对科学问题的认识是无止境的,只要有志于长期预报的气象工作者不断努力,就一定能攀登上长期预报的科学高峰。

孙照渤

1996 年 1 月 12 日

目 录

序言

共轭方程原理和华北地区冬季月平均温度的季节预报	章基嘉等(1)
经验正交函数分析方法一些基本问题的讨论	王盘兴(9)
广州气温的多时间尺度变化特征	吴洪宝等(14)
东亚夏季环流持续性异常研究	吴洪宝(21)
地温垂直梯度与汛期降水的关系	张善强等(27)
基于主振荡型分析的 El Nino 事件分类	丁锋等(33)
1月地温垂直梯度与大气环流的关系	孙照渤等(39)
长江中下游梅雨期降水分布型特征及其与 500hPa 环流的相关分析	陆菊中等(45)
南极垂直温度场异常特征及其与我国华南前汛期降水异常	梁佳兴等(50)
早春 30hPa QBO 与北半球月平均高度场遥相关型	葛玲等(55)
中国春季月平均气温资源异常的研究	李栋梁等(61)
月时间尺度动力延伸预报 LAF 集合平均预报试验	李维京等(68)
东亚季风和我国夏季雨带的关系	赵汉光等(73)
应用 EOF 分解作月尺度环流形势预报试验	何敏等(79)
厄尔尼诺事件与我国 7 月雨带类型的关系	廖荃荪等(84)
江淮梅雨强度的平均环流特征和短期气候预报	宋文玲等(88)
几种动力模式和统计方法预报效果初估	陈桂英(94)
初夏降水的大气环流和海温特征分析及其预报	陈兴芳等(101)
五月份中国东部地区降水趋势预报	杨义文(108)
持续性在月尺度环流预报中的应用	赵振国等(113)
T42 与 T63 模式月时间尺度延伸预报的对比试验	罗艳等(118)
一个欧亚 500hPa 高度场的月尺度预报模型	罗艳等(121)
东亚冬、春季雪盖对我国夏季降水的影响	翟盘茂等(124)
1991 和 1994 年夏季东亚季风活动的对比诊断分析	王启伟等(129)
用奇异值分解法作月尺度降水及温度预报尝试	李川(134)
初夏东亚季风环流系统的两类异常过程	刘秦玉等(138)
气象条件对玉米产量的影响评价	谢庄等(143)
东亚季风指数与我国夏季总降水量的预报	田宇红等(146)
北极臭氧洞对大气环流可能影响的数值试验	张光智等(152)
北半球大气遥相关型与中国夏季降水	彭世球等(158)
梅雨期雨量场的定性及定量预报实验研究	丁一(163)
太平洋海表温度与中国降水准 3.5 年周期变化	张先恭等(169)
多时次因子的 EOF 迭代温度预报方法	李跃清(176)
主汛期分月雨带集成预报及其检验	陆叔鸣等(180)
月球引潮力与副高异常变化	张素琴等(184)
一个制作我国汛期降水季节预报和年度预报方法的研究	林学椿等(190)

对我国夏季降水量异常的一种客观分区.....	江剑民(195)
长期数值预报准业务试验及其结果分析.....	宋青丽(200)
一个 T42L5-MM4 双向套网格月长期数值预报模式的研制和试验	郑庆林等(210)
青藏高原大地形对晚春季节大气环流影响的数值研究.....	郑庆林等(218)
巴伦支海海冰异常对初夏东亚环流影响的数值研究.....	郑庆林等(224)
引起持续天气异常的大气环流波流形态及其遥相关特征成因的研究.....	徐祥德(234)
“长期天气预报理论和方法的研究”第二次学术交流总结.....	(244)

共轭方程原理和华北地区冬季月平均温度的季节预报

章基嘉 叶正青

(国家气候中心,北京,100081)

提 要

运用共轭原理,对华北地区冬季历史气温月距平进行计算,并与实况相比较,结果表明,在冬季12、1、2月份,运用共轭方程理论计算的华北地区温度距平与实际情况比较一致,相关系数分别为0.88、0.57和0.75。比较初值与非绝热热流量对月温距平的贡献可知,初值的作用相对来说很小,可以忽略不计。通过利用太平洋地区海表温度SST对冬季各月非绝热热流量进行参数化,最终建立了以前期太平洋地区海表温度预报华北地区冬季各月月平均温度距平的季节预报模型。这些季节预报模型在12月与2月的历史拟合率较好,而1月份的结果不太理想,历史预报值与实况值的相关系数分别为0.72、0.23和0.59。

关键词:共轭方程 华北冬季 气温季节预报

一、引 言

70年代,前苏联气象学家马尔丘克提出共轭方程的长期预报理论。穆萨耶亮利用这一理论对前苏联欧洲部分地区1、2月的月平均温度距平进行预报。艾丽坤、吴洪宝等把这一理论应用于华北地区6月与12月月平均气温距平的诊断计算和季节预报,结果与实况比较相符。本文把共轭方程理论应用到华北地区,用共轭方程原理对华北地区冬季月平均地面温度距平进行季节预报。

二、资料来源

本文所用的500hPa月平均高度场、海平面气压场、太平洋地区286个站的海表温度场、中国160个站地面月平均气温资料,均由北京国家气象中心分析整理而成。500hPa高度场、海平面气压场为1951~1992年北半球 $5^{\circ}\times 10^{\circ}$ 网格点资料。

三、共轭方程原理

取华北地区的预报区域为($105^{\circ}\sim 125^{\circ}\text{E}$, $35^{\circ}\sim 45^{\circ}\text{N}$),在计算和预报月平均气温距平时,以预报区域上空1000~500hPa气层的月平均温度替代地面月平均温度,以消除地面特征的影响。实践证明,以气层温度替代地面温度是合理可行的。华北地区冬季12、1和2月,1000~500hPa气层预报区域的月平均温度距平与实际华北地区17个站点的月平均温度距平的相关系数分别为0.89、0.63和0.81。因此,为了计算和预报华北地区冬季12、1及2月的月平均温

度距平,可以考虑对流层下部 1000~500hPa 气层的热流量距平方程:

$$\begin{aligned} \partial T'(\lambda, \varphi, t) / \partial t + \vec{V} \cdot \text{grad} T'(\lambda, \varphi, t) - \mu \cdot \nabla^2 T'(\lambda, \varphi, t) &= F'(\lambda, \varphi, t) \\ T'(\lambda, \varphi, t_0) &= T'_0(\lambda, \varphi) \end{aligned} \quad (1)$$

其中, \vec{V} 取月平均地转风场的气候值, $F'(\lambda, \varphi, t)$ 为非绝热热流量距平, $T'(\lambda, \varphi, t)$ 为气层平均温度距平场, $T'_0(\lambda, \varphi)$ 是 $T'(\lambda, \varphi, t)$ 的初始场。

利用方程(1), 在某起始时刻 t_0 预报未来 \sum 时段 G 区域上对流层下部气层的平均温度距平 $\delta(T_m)$:

$$\delta(T_m) = \frac{1}{|G| \cdot |\sum|} \int_{\sum} \int_G T'(\lambda, \varphi, t) ds dt \quad (2)$$

其中, $|G|$ 为预报区 G 的面积, $|\sum|$ 是预报时段 \sum 的长度, t_1 为预报时段终了时刻。从某起始时刻 t_0 到预报时段的起点 $t_1 - |\sum|$ 的时段为预报时效。针对华北地区冬季各月的温度距平的诊断计算与预报, 均采取零时效的方案, 即华北地区冬季各月的温度距平的计算与预报均是零时效的, $t_1 - t_0 = |\sum|$ 。为了导出 $\delta(T_m)$ 的表达式, 引入(1)的共轭方程:

$$\begin{aligned} -\partial T^*(\lambda, \varphi, t) / \partial t - \text{div}(\vec{V} T^*) - \mu \cdot \nabla^2 T^*(\lambda, \varphi, t) &= F^*(\lambda, \varphi, t) \\ T^*(\lambda, \varphi, t_1) &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $T^*(\lambda, \varphi, t_1)$ 称为温度共轭函数, 在这里取

$$F^*(\lambda, \varphi, t) = \frac{1}{|\sum| \cdot |G|} \chi \sum(t) \chi_G(\omega)$$

$\chi \sum(t)$ 和 $\chi_G(\omega)$ 分别是 \sum 和 G 的特征函数

$$\chi \sum(t) = \begin{cases} 1, & t \in \sum \\ 0, & t \notin \sum \end{cases} \quad \chi_G(\lambda, \varphi) = \begin{cases} 1, & (\lambda, \varphi) \in G \\ 0, & (\lambda, \varphi) \notin G \end{cases}$$

将(1) $\times T^* - (3) \times T'$, 再将结果对全球球面和对时间从 t_0 到 t_1 积分, 并利用共轭算子的性质得到:

$$\delta(T_m) \int_D T^*(\lambda, \varphi, t_0) \cdot T'(\lambda, \varphi, t_0) d\omega + \int_{t_0}^{t_1} \int_D T^*(\lambda, \varphi, t) \cdot F'(\lambda, \varphi, t_0) d\omega dt \quad (4)$$

其中, $d\omega = \sin\varphi d\lambda d\varphi$, 上式等号右边第一项为初值作用项, 第二项为热源作用项。可见, \sum 时段 G 区域上平均的气温距平 $\delta(T_m)$ 取决于全球气温初始距平场 $T'(\lambda, \varphi, t_0)$ 及 $t_0 \sim t_1$ 时段全球平面热流量距平场 $F'(\lambda, \varphi, t)$ 的共同作用。气温初始距平场 $T'(\lambda, \varphi, t_0)$ 的积分权函数是起始时刻的共轭函数 $T^*(\lambda, \varphi, t_0)$, 热流量距平场 $F'(\lambda, \varphi, t)$ 的积分权函数是预报时段 \sum 内的共轭函数 $T^*(\lambda, \varphi, t)$ 。(4) 式从数学上刻画了长期天气过程的全球性和非绝热性。

四、共轭函数的分布特征

取(3)式的差分形式:

$$-(T^{*k+1} - T^{*k-1}) / 2t - \text{div}(\vec{V}^k T^{*k}) - u / z \nabla^2 (T^{*k+1} + T^{*k-1}) = F^{*k} \quad (5)$$

式中, k 为时间层次, t 为步长, 且 $t < 0$, 令 $R_k = T^{*k+1} - t(2F^{*k} + 2\operatorname{div}(\vec{V}T^{*k}) + \mu\nabla^2T^{*k+1})$, 则上式变为:

$$(\nabla^2 + \frac{1}{\mu t})T^{*k+1} - \frac{1}{\mu t}R^k = 0 \quad (6)$$

这里取 $\mu = 5 \times 10^5 (\text{m}^2/\text{s})$, $t = -3600\text{s}$, V 取 500hPa 等压面上 12 月平均地转风的气候值, 使用迭代法计算 12 月 $20^\circ \sim 75^\circ\text{N}$ 纬带内网格点上每天的共轭函数值, 图 1 给出了 12 月 26 日和 12 月 16 日共轭温度函数的分布。从图中可以看出, 离预报终了时刻越近, 共轭函数的分布越集中于预报区, 相反, 离预报终了时刻越远, 共轭函数以预报区为中心向西北方向发散的区域越广。温度共轭函数的这一分布特性表明, 影响预报区内温度距平的物理过程并不仅仅是预报区的非绝热热流量和初始温度, 离预报终了时刻越远, 预报区上游的非绝热热流量与初值对预报区内温度距平的相对贡献越大, 离预报终了时刻越近, 影响预报区温度距平变化的初值和非绝热热流量越集中在预报区内部。共轭温度函数的这一分布特性的物理意义也很明显, 华北预报区冬季受西北风环流的控制, 环流不断地进行温度平流, 从而影响预报区的温度变化, 而且, 离预报终了时刻越远, 离预报区越远的地区的温度平流在预报时段内, 就能达到预报区影响预报区的温度变化。相反, 离预报终了时刻越近, 只有预报区附近的温度平流在预报时段内, 才能达到预报区内影响其温度变化。当然, 影响预报区内的温度变化并不仅仅是预报区上游的温度平流, 但温度平流是影响预报区内的温度距平变化的重要因素。

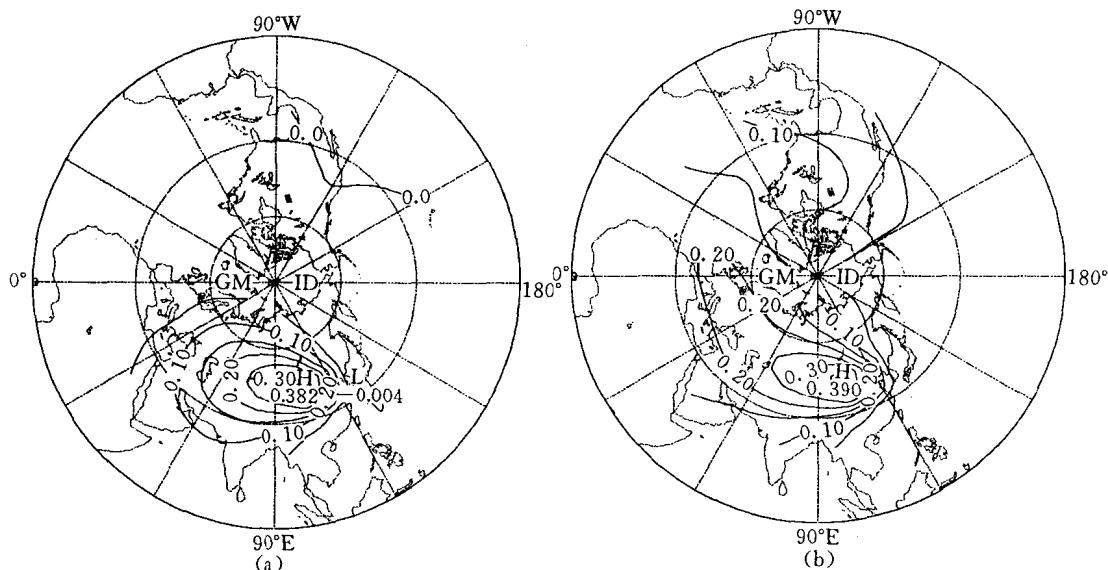


图 1 12 月温度共轭函数 $T^*(\lambda, \varphi, t)$ 的分布

(a) 12 月 26 日; (b) 12 月 16 日

用同样的方法可计算出 1 月和 2 月的共轭函数, 它们与 12 月份的共轭函数具有类似的分布特征(图略)。

五、历史资料的诊断结果

由对流层下部 $1000 \sim 500\text{hPa}$ 气层平均的热流量距平方程(1), 对方程左边取差分近似,

并令 \bar{V} 为 500hPa 等压面上 12 月月平均风场的气候值, 取 $\mu=5\times 10^6(\text{m}^2/\text{s})$, 则可根据历史温度距平计算出 12 月北半球各网格点上的月平均热流量距平场 F' 。取 11 月的温度距平场作为 12 月的温度零时效预报的诊断计算初始场 $T_0'(\lambda, \varphi)$, 并把 12 月的温度共轭函数 $T^*(\lambda, \varphi, t)$ 代入(4)式, 对北半球进行积分, 则可计算出 12 月月平均温度距平场 $\delta(T_m)$ 的历史诊断值。图 2 给出了 12 月份华北地区 17 个站的平均温度距平、预报区 1000~500hPa 气层平均温度距平及由(4)式计算出的历史诊断值曲线。由图可知, 这三条曲线的拟合率较好, 华北地区 17 个站的平均温度距平与预报区 1000~500hPa 气层平均温度距平的相关系数达 0.89, 这说明在中国华北地区 12 月, 以预报区对流层下部 1000~500hPa 气层温度替代华北地区地面实况温度的计算方案是可行的, 二者具有较好的一致性。预报区 1000~500hPa 气层平均温度距平与由历史资料计算的零时效月平均温度距平预报的诊断值的相关系数为 0.95, 表明在华北地区 12 月, 运用共轭方程理论来预报月平均温度距平是完全可能的。而且, 零时效预报的 12 月平均温度距平与华北地区地面实况也较为一致, 与华北地区 17 个站 12 月平均温度距平的相关系数为 0.88。

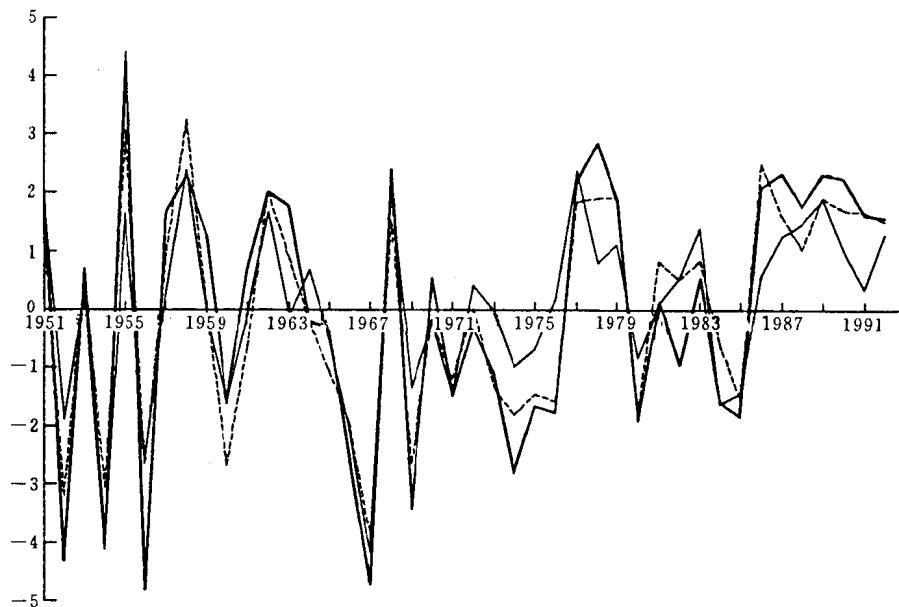


图 2 华北地区 12 月预报区温度距平

细实线为 17 站平均温度; 虚线为 1000~500hPa 气层平均温度; 厚实线为零时效预报的诊断温度

同理, 可计算出 1、2 月月平均温度距平场 $\delta(T_m)$ 的历史诊断值, 它们与华北地区 17 个站 1 月和 2 月平均温度距平的同时相关系数分别为 0.57 和 0.75。1 月份的相关系数相对较小, 这是因为 1 月份华北地区 17 个站的平均温度距平与预报区 1000~500hPa 气层平均温度距平的相关系数较小(1 月份仅为 0.63, 2 月份为 0.81)。

比较(4)式中初值作用与非绝热热流量作用这两项的结果(图略)可知, 初值的作用相对于非绝热热流量的作用而言很小, 二者相差一个量级, 因而在作预报计算时可以忽略初值的作用。在本文以后部分建立预报模型时, 只考虑非绝热热流量对月平均温度距平的贡献。

六、动力-统计预报模型及其历史拟合率

1. 太平洋地区海表温度与华北地区冬季 12、1 及 2 月非绝热热流量的相关分析

由上面的分析可知,在计算零时效冬季 12、1 及 2 月华北预报区月平均温度距平时,初值的作用很小,因而可以仅考虑对 12、1 及 2 月非绝热热流量进行参数化,以建立共轭方程原理在华北地区 12、1 及 2 月的月平均温度距平预报的预报模型。

不考虑初值的作用项时,(4)式就变为:

$$\delta(T_m) = \int_{t_0}^{t_1} \int_D T^*(\varphi, \lambda, t) \cdot F'(\varphi, \lambda, t) d\omega dt \quad (7)$$

式中,温度共轭函数 $T^*(\varphi, \lambda, t)$ 是作为非绝热热流量距平的权函数而起作用。由 $T^*(\varphi, \lambda, t)$ 的分布特征可知,权函数 $T^*(\varphi, \lambda, t)$ 的空间大值区相对比较集中,故可考虑以 $T^*(\varphi, \lambda, t)$ 相对集中的空间区域的非绝热热流量距平 $F'(\varphi, \lambda, t)$ 的作用替代全球 $F'(\varphi, \lambda, t)$ 的作用。取 $T^*(\varphi, \lambda, t)$ 的空间大值区($60^\circ \sim 120^\circ E, 30^\circ \sim 60^\circ N$),并以该区域非绝热热流量距平 $F'(\varphi, \lambda, t)$ 的区域空间平均值 \bar{F}' 替代 $F'(\varphi, \lambda, t)$,则(7)式变为:

$$\delta(T_m) = \int_D \left[\int_{t_0}^{t_1} T^*(\varphi, \lambda, t) dt \right] \cdot F' d\omega = \sum_{j=1}^N \bar{F}' \left[\int_{t_0}^{t_1} T^*(\varphi, \lambda, t) dt \right] \cdot \Delta S_j \quad (8)$$

式中, j 表示区域的格点数, ΔS_j 表示第 j 格点的面积。根据上式计算的零时效 $\delta(T_m)$ 与(4)式计算的零时效 12、1 及 2 月月平均温度距平历史诊断值的相关系数分别为 0.91、0.75 和 0.86,因而,以 $T^*(\varphi, \lambda, t)$ 大值区区域平均的非绝热热流量距平 \bar{F}' 来替代非绝热热流量距平 $F'(\varphi, \lambda, t)$,并以区域积分替代全球积分的计算方法是合理可行的。

海洋对大气的热力作用是影响长期天气变化的重要因子。章基嘉等的研究表明,特定海区的海表温度与大气非绝热热流量存在着由夏到冬的时空遥相关,因而,可考虑以海洋表面温度来参数化非绝热热流量距平 \bar{F}' ,建立以海表温度做参数化的长期预报模型。

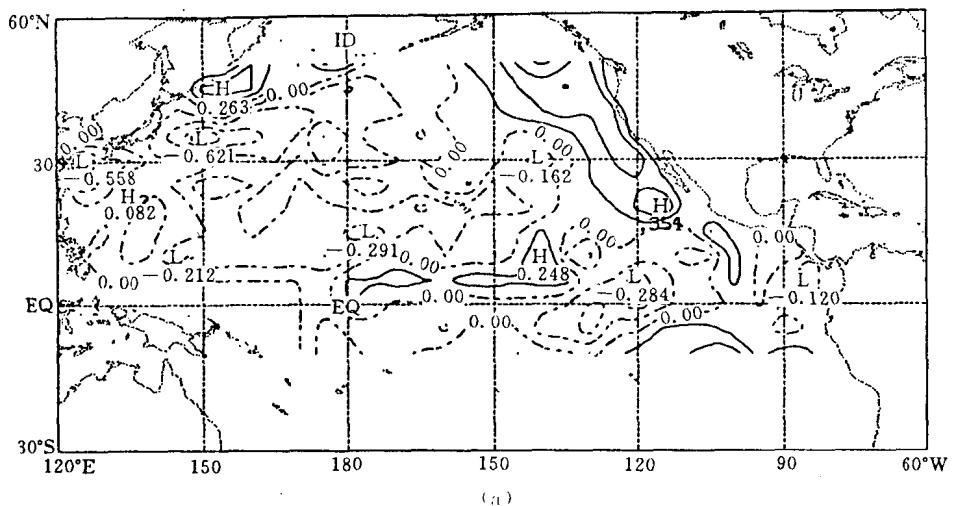
分别以 12、1 和 2 月的 \bar{F}' 与前一年内 12 个月的每月月平均海表温度场进行相关分析,以找出对冬季各月的 \bar{F}' 有显著影响的海洋关键区。图 3 给出了 12 月 \bar{F}' 与同年 5、7 月太平洋地区海表温度 SST 的相关分布。由图 3(a)可知,西北太平洋存在两个相关性显著的负相关区,分别位于日本东部和中国东海东部的洋面,相关系数的极值分别为 -0.62 和 -0.56,均通过了信度为 0.01 的统计显著性检验。由图 3(b)可知,在赤道以南的东太平洋有一正相关区,相关系数的极值达 0.47,也通过了信度为 0.01 的统计显著性检验。其它相关图的分析略。

2. 动力-统计参数化方法的预报模型

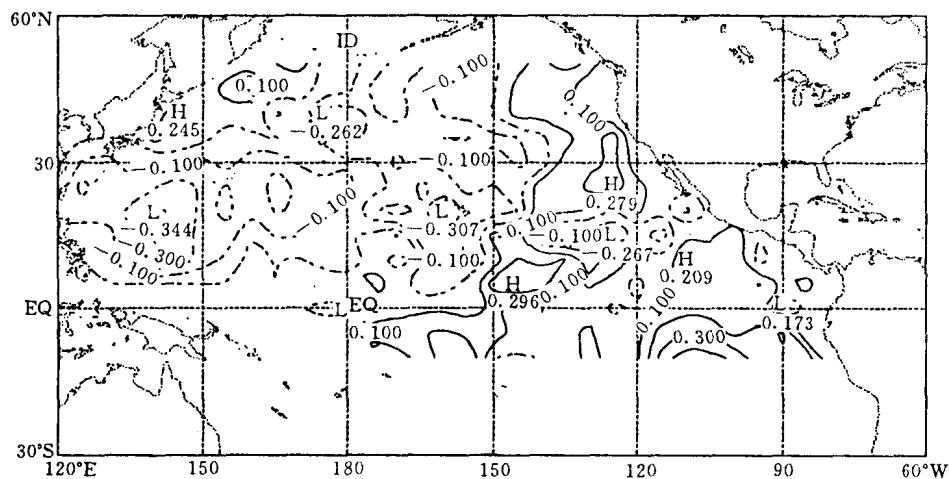
根据上面相关分析的结果,可用上述相关性显著海区的海表温度对冬季 12、1 及 2 月的非绝热热流量距平 \bar{F}' 分别进行参数化,运用逐步回归分析可建立如下的 \bar{F}' 参数化表达式:

$$\bar{F}' = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 \quad (9)$$

式中,12、1 及 2 月的参数如表 1、表 2 所示。



(a)



(b)

图 3 12 月非绝热热流量距平与 5 月(a)及 7 月(b)太平洋 SST 的相关

表 1

	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4
12 月	0.612E-4	0.554E-5	0.286E-5	0.353E-5	0
1 月	0.813E-4	0.530E-5	0.338E-5	0.455E-5	0
2 月	0.274E-3	0.489E-5	0.314E-5	-0.345E-5	0.567E-5

表 2

	x_1	x_2	x_3	x_4
12 月	5 月(35°N, 150°E)	5 月(30°N, 125°E)	7 月(10°S, 105°W)	无
1 月	3 月(85°W, 10°S)	7 月(115°W, 15°N)	8 月(135°E, 25°N)	无
2 月	3 月(115°W, 10°N)	4 月(165°E, 25°N)	9 月(145°W, 10°S)	11 月(155°E, 25°N)

注: 5 月(35°N, 150°E)表示以 35°N, 150°E 为中心的 5 月份海区海表温度距平。

用(9)式参数化的结果代入(8)式, 则可分别计算零时效 12、1 及 2 月月平均温度距平。这样, 就建立了以前期太平洋地区海表温度预报华北冬季 12、1 及 2 月月平均温度距平的预报模型。

3. 预报模型的历史拟合率

根据(9)式计算的 \bar{F}' ,代入(8)式而预报的冬季12、1及2月月平均温度距平与实况的比较见图4。由图4可知,预报值与华北地区的实况较为一致,与华北冬季12、1及2月17站地面

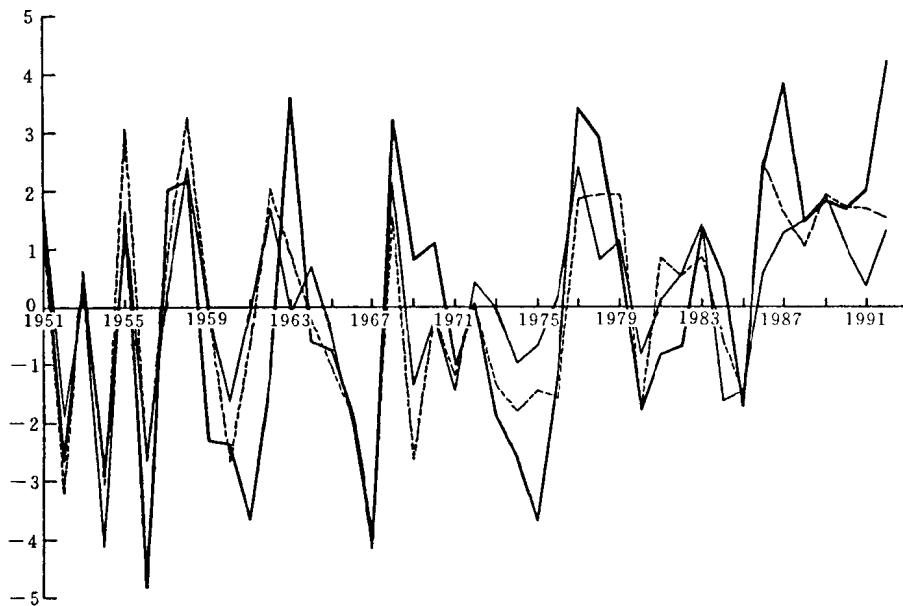


图4 华北地区12月预报区温度距平季节预报模型的历史拟合率

细实线为17站平均温度;虚线为1000~500hPa气层平均温度;粗实线为季节预报温度

温度的平均距平的相关系数分别为0.72、0.23和0.59,与华北冬季12、1及2月预报区1000~500hPa气层平均温度的相关系数分别为0.79、0.57和0.56。可见,该预报模型能较好地预报华北地区12月和2月月平均温度距平。在1月份,预报值与华北地区的实况值的相关系数相对较小,这是由于1月份华北地区17个站的平均温度距平与预报区1000~500hPa气层平均温度距平的相关系数较小,即1月份的预报区1000~500hPa气层平均温度距平不能很好地反映华北地区地面温度距平的变化,因而,用共轭方程原理来预报1月份地面温度距平变化的预报效果不是很理想。就整体而言,该模型可以对华北地区冬季的温度做季节长期预报。

七、结 论

(1) 运用共轭方程理论,通过对华北地区上空1000~500hPa气层冬季月平均温度距平的季节预报来代替预报华北地区冬季各月地面平均温度距平,取得了较好的预报结果。季节预报结果与实况较为一致,其相关系数分别为0.72、0.23和0.59。这表明,共轭方程原理可以用于冬季华北地区平均地面温度距平的季节预报。

(2) 用共轭方程原理预报华北冬季月地面温度距平,关键在于对冬季各月平均非绝热热流量距平的参数化,选择较好的参数化因子进行参数化,就能取得较好的预报结果。本文选取的参数化因子为太平洋地区海温,随着长期预报技术的发展,以后可能会找到更好的参数化因子,这样就更能提高华北地区冬季月平均温度距平季节预报的准确率。

(3) 用共轭方程理论做零时效华北地区冬季1000~500hPa气层平均温度距平的计算时,

比较初值作用项与非绝热热流量距平作用项的大小可知,温度距平的变化主要取决于非绝热热流量距平的贡献。

参 考 文 献

- [1] Марчук Г. И. , Численное Решение Задач Динамики Атмосферы и Океана, Гидрометеоиздат, 158~203, 1974.
- [2] Мусаелян Ш. А. , Проблемы Прелсказуемости Состояния Атмосферы и Гидролинамический Долгосрочный Прогноз Погоды, Гидрометеоиздат, 120~146, 1984.
- [3] 艾丽坤、吴洪宝、章基嘉,共轭方程理论在月平均温度距平季节预报中的应用,应用气象学报,4,450~461,1994。
- [4] 章基嘉、雷兆崇、孙照渤、李跃清,海气热力遥相关及其在长期预报中的应用,1986~1990 长期天气预报论文集,海洋出版社,1992。

经验正交函数分析方法一些基本问题的讨论

王盘兴

(南京气象学院,南京,210044)

提 要

经验正交函数分析方法是长期天气预报或短期气候预测研究中应用极广泛、发展最迅速的一种方法。本文对该方法的一些基本问题(方法特点、主要导出量的几何意义及计算要点)作了深入浅出的讨论。它对于准确使用经验正交函数分析方法于多种目的是有益的。

关键词:EOF 分析方法 方法特点 几何意义 计算要点

一、引 言

经验正交函数(Empirical Orthogonal Function, 缩写为 EOF)的分析方法, 50 年代中期由 Lorenz(1956)引入大气科学的研究中。由于该方法要求较高计算机资源(内存及主频), 故国际上直到 60 年代末, 70 年代初才在大气科学的研究中得到实际应用。国内, 章基嘉(1973)首先将该方法引入长期预报研究领域, 郑庆林、杜行远则将其用于短期数值预报模式的设计。与此同时, EOF 分析方法在应用中得到迅速发展, 除作为基础的实变量场时间序列集合的经验正交函数分析方法(也简记为 EOF)外, 出现了用于各种不同目的的扩展 EOF 分析(简记为 EEOF)、旋转 EOF 分析(简记为 REOF)、复变量 EOF 分析(简记为 CEOF)、风场 EOF 分析(简记为 E-OFV)以及基本思想与数学处理比较接近的主振荡型分析(简记为 POP)和奇异值分解(简记为 SVD)等。90 年代初, 利用 EOF 是正交函数这一最基本的特点, 丑纪范等进行了基于 EOF 的气候数值模拟及模式设计的尝试。有这样一种看法, 在最近 30 年的短期气候变化研究工作中, EOF 分析方法是与时间序列功率谱分析方法并列的、发展最为迅速的两类分析方法。如果我们注意到, 本世纪下半叶气候分析的基本对象已由单站要素时间序列转变为区域、半球或全球要素场时间序列这一事实, 则以后者为基本分析对象的 EOF 分析方法更具有现代分析方法的色彩。

二、方法特点

EOF 分析方法与球函数分析方法等(含球函数分析、谐波分析、车贝雪夫正交多项式分解、混合多项式分解、沃什函数分解等)同属正交函数分析方法, 它们在用一组正交基底描述分析对象这一点上是完全一致的。但 EOF 分析方法与球函数分析方法等也存在明显的差异, 这些差异成为 EOF 分析方法的特点。

以 \mathbf{F} 记离散化实变量气象要素场的时间序列

$$\mathbf{F} = \{\mathbf{F}_t, t = 1 \sim m\} \quad (1)$$

元素 \mathbf{F}_t 为 t 时刻定义在点 $s=1-n$ 的气象要素场

$$\mathbf{F}_t = (\mathbf{F}_{t1}, \mathbf{F}_{t2}, \dots, \mathbf{F}_{tn})^T \quad (2)$$

式中,上角标 T 为转置号。这样的场集常是正交函数分析方法的分析对象。将 EOF 分析的过程与球函数分析等比较,可以发现,存在下面两个明显差异:其一是在 EOF 分析中,作为正交基底的经验正交函数系(常记为 X ,称为特征向量)是由被分析的对象 \mathbf{F} 决定的,而不像球函数系等那样与分析对象无关。这一差异类似于描述运动时采用自然坐标系(它相当于 EOF 分析中的 X)与局地直角坐标系(它相当于球函数分析中的球函数系)间的差异。因此,在对 \mathbf{F} 作 EOF 分析时,存在一个由 \mathbf{F} 产生 X 的步骤,这个步骤在球函数分析等方法中是不存在的。其二是在 EOF 分析中,分析的直接对象是场集 \mathbf{F} ,而在球函数分析等中,分析的直接对象是场集 \mathbf{F} 的个别元素 \mathbf{F}_t 。对于单个场构成的场集 \mathbf{F} ,EOF 分析虽然可以进行,但分析结果的实际应用价值不大。

三、主要导出量的几何意义

以(1)式给出的场集 \mathbf{F} 为例,其 EOF 分析的主要导出量为 λ ——特征值, X ——特征向量(即 EOF), T ——时间系数。一般教科书通过代数途径导出这些量,并说明它们的意义,这样缺乏直观性。注意到 \mathbf{F} 为 n 维空间中一个向量集合,我们可以借助于 n 维欧氏空间 E^n 中“投影”这一几何量,清楚地给出 λ 、 X 、 T 的几何意义。理解了这些导出量的几何意义,也就深刻理解了 EOF 分析方法,这对于准确应用 EOF 分析方法是极为重要的。讨论虽仅对实变量场集 \mathbf{F} 进行,但结果适合于复变量场集,差异仅在内积运算的定义方式。

对给定的 \mathbf{F} ,我们在 n 维欧氏空间 E^n 中寻找一个向量

$$X(s) = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \quad (3)$$

使 \mathbf{F} 的所有元素在其上的投影平方和达极值。由投影定义知, \mathbf{F}_t 在 X 上的投影仅与 X 的方向有关、而与 X 的模($\|X\|$)无关,为推导方便,设 X 是标准化的,即

$$\|X\| = 1 \quad (4)$$

它等价于约束

$$\varphi(X) = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

\mathbf{F} 的所有元素在 X 上的投影平方和为

$$1 - \|X\|^2 = 1 - \sum_{s=1}^n x_s^2 = 0 \quad (5)$$

$$P(X) = \sum_{t=1}^m P_{t1}^2 X \quad (\text{投影表达})$$

$$= \sum_{t=1}^m (\mathbf{F}_t, X)^2 \quad (\text{内积写法})$$

$$= \sum_{t=1}^m \left(\sum_{s=1}^n \mathbf{F}_{ts}, X_s \right)^2 \quad (\text{分量写法}) \quad (6)$$

确定 X 的问题,归结为在约束(5)下求泛函(6)的极值,拉格朗日(Lagrange)乘子法是求解该问题的方法。为此,构造 Lagrange 函数

$$L(X) = P(X) + \lambda \varphi(X) \quad (7)$$

确定 X 只需求解方程组

$$\begin{cases} dL(\mathbf{X})/d\mathbf{X} = 0 \\ \varphi(\mathbf{X}) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

(8)式第1式的分量形式为

$$\partial L(\mathbf{X})/\partial \mathbf{X}_s = 0, \quad s = 1 \sim n$$

整理后得线性齐次方程组

$$(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I})\mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (9)$$

式中, \mathbf{A} 是 n 阶实对称方阵, 式中, \mathbf{F}_s 为 s 点上要素的时间序列向量; λ 为待定系数; \mathbf{I} 为 n 阶单位阵。其元素

$$\begin{aligned} A_{s_1 s_2} &= (\mathbf{F}_{s_1}, \mathbf{F}_{s_2}) \\ &= \sum_{t=1}^m \mathbf{F}_{s_1 t} \mathbf{F}_{s_2 t} \end{aligned} \quad (10)$$

方程(9)与通常讲解 EOF 方法的教科书上, 从最小二乘法途径求解该问题得到的关系式相同。故待定系数 λ 为特征值, \mathbf{X} 即为特征向量, 确定 $\lambda_h, \mathbf{X}_h, h = 1 \sim H$ 的办法是求解特征方程组

$$\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I} = \mathbf{0} \quad (11)$$

对于实际问题, 特征总个数 H 由 \mathbf{F} 确定, 它通常为

$$H \leq \begin{cases} (m, n), \text{ 测值场集,} \\ (m - 1, n), \text{ 距平或标准距平场集。} \end{cases} \quad (12)$$

由问题的提法知, 特征向量 \mathbf{X}_h 是场集 \mathbf{F} 全部元素在其上投影平方和达极值的方向。并且, 由投影仅依赖于 \mathbf{X} 指向而与 \mathbf{X} 的模无关的性质可证

$$\lambda_h = P(\mathbf{X}_h) \quad (13)$$

故, 特征值 λ_h 是场集 \mathbf{F} 全部元素在 \mathbf{X}_h 方向上的投影平方和。

通常, 将 $\lambda_h, h = 1 \sim H$ 作如下非升序排列

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_H \quad (14)$$

此时, 由 \mathbf{X}_h 的正交性: \mathbf{X}_1 是 $P(\mathbf{X})$ 取极大值(λ_1)的方向, \mathbf{X}_h 是 \mathbf{F} 在子空间 $L(\mathbf{X}_h, \mathbf{X}_{h+1}, \dots, \mathbf{X}_H)$ 中分量集合的 $P(\mathbf{X})$ 取极大值(λ_h)的方向, 而 \mathbf{X}_H 实际是 $P(\mathbf{X})$ 取极小值(λ_H)的方向。

特征向量 $\mathbf{X}_h, h = 1 \sim H$ 一旦确定, \mathbf{F} 的全部元素(注意, 不是 E' 的全部向量)即可由其线性和表达为

$$\mathbf{F}_t = \sum_{h=1}^H T_{ht} \mathbf{X}_h, t = 1 \sim m \quad (15)$$

利用 \mathbf{X}_h 的正交性

$$T_{ht} = (\mathbf{F}_t, \mathbf{X}_h) / \| \mathbf{X}_h \|^2 \quad (16)$$

假如 \mathbf{X}_h 已标准化, 上式变为

$$T_{ht} = (\mathbf{F}_t, \mathbf{X}_h) \quad (17)$$

故, 时间系数 T_{ht} 是 \mathbf{F}_t 在特征向量 \mathbf{X}_h 方向上的投影的某种度量。当 \mathbf{X}_h 是标准化特征向量时, T_{ht} 就是 \mathbf{F}_t 在 \mathbf{X}_h 上的投影。

根据上述分析结果, 我们容易把握 EOF 分析方法的实质: EOF 分析方法是确定向量集合 \mathbf{F} 的主要指向的方法(\mathbf{X}_1 是 \mathbf{F} 的主要指向, \mathbf{X}_2 是 \mathbf{F} 在垂直于 \mathbf{X}_1 子空间中分量的主要指向, 余类推); \mathbf{F} 在这些方向上的集中程度由特征值的相对大小度量; 集合的某元素 \mathbf{F}_t 的取向在 $\mathbf{X}_h, h = 1 \sim H$ 为标准化时, 由它的时间系数 $T_{ht}, h = 1 \sim H$ 的相对大小决定。由于构成 \mathbf{F} 的每个向量