

萬有文庫

第一集一千種

王雲五主編

算術

分數四則

林鶴一 淡中濟 大淵塚太郎著

黃元吉譯

商務印書館發行

6

6

算 術
分 數 四 則

林鶴一 淡中濟 大貳塚太郎著

黃元吉譯

算 學 小 叢 書

萬有文庫

第一集一千種

總編纂者

王雲五

商務印書館發行

編主五雲王
庫文有萬
種千一集一第

則四數分一術算

著郎太駟塚大 濟中淡，一鶴林

譯吉元黃

路山寶海上
館書印務商

者刷印兼行發

埠各及海上
館書印務商

所行發

版初月四年九十國民華中

究必印翻權作著有書此

The Complete Library
Edited by
Y. W. WONG

FUNDAMENTAL OPERATIONS OF FRACTIONS

By
HAYASHI, DANNKA AND ATSUKA
Translated by
HUANG YUAN CHI

THE COMMERCIAL PRESS, LTD.

Shanghai, China

1930

All Rights Reserved

B
一
七
六
分

目 次

第一章 分數及分數四則..... I

1. 分數, 分母, 分子, 帶分數.....	1
2. 分數之名.....	1
3. 英美分數之名.....	2
問題一.....	2
4. 分數之記號.....	2
問題二.....	3
5. 分數之種類, 真分數, 假分數.....	3
6. 整數及帶分數與假分數之轉化.....	3
問題三.....	4
7. 已約分數, 未約分數.....	5
8. 已約分數與未約分數之轉化.....	5
問題四.....	6
9. 通分.....	6
10. 分數之大小比較.....	7
問題五.....	8
11. 分數四則.....	9
12. 分數和.....	9
13. 和之原理.....	9
14. 分數加法.....	9
問題六.....	11
15. 分數差.....	12
16. 差之原理.....	12
17. 分數減法.....	13
問題七.....	15
18. 分數積.....	16

Ant 30/12

19. 積之原理.....	16
20. 分數乘法.....	17
問題八.....	18
21. 分數商.....	18
22. 商之原則.....	19
23. 分數除法.....	19
問題九.....	21
24. 分數乘法之擴張.....	22
問題十.....	23
25. 分數之意義與分數之乘法.....	23
26. 分數除法之擴張.....	24
問題十一.....	23
27. 四則混合計算.....	25
28. 繁分數.....	26
29. 分數之最大公約數.....	28
30. 分數之最小公倍數.....	29
問題十二.....	29
第二章 整數及小數與分數之關係.....	34
31. 比 1 小之分數.....	34
32. 比 1 大之分數.....	35
33. 小數化分數.....	36
問題十三.....	26
34. 全分數列.....	37
35. 分數化小數.....	37
36. 循環小數.....	38
問題十四.....	39
37. 循環小數化分數.....	39
問題十五.....	40

38. 循環小數之四則	41
39. 循環小數加法	41
40. 循環小數減法	42
問題十六	42
41. 循環小數乘法	42
42. 循環小數之除法	43
43. 循環小數乘除之通法	44
問題十七	45
44. 循環小數之起因	45
45. 循環節之位數	45
問題十八	47

第三章 分數之名數及分數之四則應用 50

46. 分數之名數	50
47. 分數名數之記法	50
48. 分數之名數單位之變更	50
問題十九	52
49. 一量對於他量之比數	52
問題二十	53
50. 比數之變更	53
問題二十一	55
51. 二量與其比數之關係	56
52. 分數之四則應用	58
53. 分數加法之應用	59
54. 分數減法之應用	60
55. 分數乘法之應用	61
56. 分數除法之應用	62
57. 模範問題	65
58. 分數應用問題解法	76

問題二十二.....	77
問題二十三.....	81
問題二十四.....	87
問題二十五.....	93
解法指針.....	98

算術——分數四則

第一章

分數及分數四則

1. 分數；分母，分子；帶分數。

一或由一所集而成，皆謂之整數，以一分爲十等分，百等分，千等分（餘類推）而取其一等分或一等分之集，皆謂之小數。

以一任意若干等分之，而取其一等分或一等分之集，皆謂之分數，其等分之者謂之分母，所取者謂之分子。

整數與分數之集，謂之帶分數，亦單稱分數。

據此則小數爲分數之一種，稱之爲十分分數可也。

整數，小數，分數，皆爲關於算術之數。

2. 分數之名。

以一若干等分之，謂之若干分。例如六分，七分，八分，之類是也。

若干分而取其若干，謂之若干分之幾。例如六分之一，六分之二，六分之三，六分之四，六分之五，六分之六，六分之七之

類是也。

分數非如小數可不言若干分，故小數可獨立研究。

3. 英美分數之名。

二分，三分，四分，五分，六分，等稱之爲 halves, third, fourth, fifth, sixth, 餘類推。

因之五分之一，五分之二，五分之三，五分之四，五分之五等稱之爲 one-fifth, two-fifths, three-fifths, four-fifths, five-fifths, 餘類推。

問題 一

1. 分數存在於無限，何故？
2. 試就七分之一，及其若干之集之諸分數，由小者起，順次述十個。
3. 試就十五分之一，及其若干之集之諸分數，由小者起，順次以英美之名述十五個。

4. 分數之記法。

分數未有以中國數字記之者。

以阿拉伯數字記分數者，先作一短橫線，於其下記分母，而於其上記分子。

(例) 三十四分之十七，記之如 $\frac{17}{34}$ 。

若整數與分數之集，則於記整數之右併記分數。

(例) 八十三又十九分之四，記之如次：

$$83\frac{4}{19} \text{ 即 } 83 + \frac{4}{19} \text{ 之略也。}$$

又若不慮混雜時，可因印刷上之便利，將分數之橫線變作斜線記之如次：

(例) 三十四分之十七，記之如 $17/34$ 是也。

問 題 二

1. 試由二十三分之一, 二十三分之二次, 第記至二十三分之三十。
 2. 試依前題, 將 1, 2 等至 30 各整數併成一分數記之。
 3. $\frac{2}{3}, 3\frac{4}{5}, \frac{11}{23}, 34\frac{5}{16}, \frac{355}{113}$, 試讀之, 併依英美之名讀之 但依英美之名讀之者, 於整數之次須加 and。

5. 分數之種類; 真分數, 假分數。

今以八分所集而成之分數若干, 列記之如次:

$$\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, \frac{8}{8}, \frac{9}{8}, \frac{10}{8},$$

$$\frac{11}{8}, \frac{12}{8}, \frac{13}{8}, \frac{14}{8}, \frac{15}{8}, \frac{16}{8}, \frac{17}{8}, \frac{18}{8}, \frac{19}{8}, \frac{20}{8},$$

於此細玩之, 知 $\frac{1}{8}$ 至 $\frac{7}{8}$ 其分子比分母小, 是謂真分數, 又 $\frac{8}{8}$ 以下, 其分子或等於分母, 或大於分母, 是為假分數。

6. 整數及帶分數與假分數之轉化。

以一若干分之, 而即取若干者, 其數仍為一。

故 1 即 $\frac{2}{2}$ 即 $\frac{3}{3}$ 即 $\frac{4}{4}$ 即 $\frac{5}{5}$ 可任變為此類之假分數。

故凡分母分子相等之假分數其數為 1。

一內有二分者二個, 由是二內有二分者 2×2 即四個, 故 2 即 $\frac{4}{2}$; 依同理, 一內有三分者三個, 由是二內有三分者 3×2 即

六個, 故 2 即 $\frac{6}{3}$; 故凡整數可變為假分數。

而此假分數之分母為任何整數, 其分子則為分母與整數相乘所得之數云。

逆之則假分數之分子爲分母之若干倍者，其值即等於其商即爲整數，

(例) 因 $36 \div 12 = 3$ ，故 $\frac{36}{12}$ 等於 3。

2 內有七分者 7×2 即 14 個，故 $2\frac{5}{7}$ 爲七分之 14 與 5 (即 19)

併成 $\frac{19}{7}$ ，故凡帶分數可變爲假分數，此假分數之分母，即原分母，而其分子，則爲整數乘分母加原分子者也。

逆之則假分數之分子非分母之若干整倍者，其值等於其商之整數，又以原分母爲分母以其殘爲分子之帶分數。

(例) 因 $75 \div 21 = 3 \dots 12$ ，故 $\frac{75}{21}$ 等於 $3\frac{12}{21}$ 。

問 題 三

1. 試就下列各整數，變爲假分數，而令其分母爲 8，或 9，或 10，或 11。

9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 28, 36, 37, 42, 45, 58, 69, 70。

2. 試就下列各帶分數變爲假分數。

$1\frac{2}{3}$, $1\frac{4}{5}$, $2\frac{5}{6}$, $2\frac{2}{7}$, $3\frac{1}{8}$, $3\frac{4}{9}$, $4\frac{7}{10}$, $4\frac{2}{11}$, $5\frac{1}{12}$, $5\frac{4}{13}$,
 $6\frac{5}{15}$, $6\frac{8}{15}$, $7\frac{9}{16}$ 。

3. 試就下列各假分數變爲整數或帶分數。

$\frac{12}{3}$, $\frac{13}{4}$, $\frac{17}{5}$, $\frac{24}{6}$, $\frac{35}{9}$, $\frac{83}{10}$, $\frac{17}{11}$, $\frac{72}{12}$, $\frac{35}{17}$, $\frac{42}{19}$,
 $\frac{60}{21}$, $\frac{70}{29}$, $\frac{144}{31}$, $\frac{151}{34}$, $\frac{422}{111}$ 。

7. 已約分數，未約分數。

如 $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{9}{8}, \frac{11}{8}$ 等，其分母分子之數除 1 以外無公約數者，爲已約分數。

又如 $\frac{2}{8}, \frac{4}{8}, \frac{6}{8}, \frac{8}{8}, \frac{10}{8}, \frac{12}{8}$ 等，其分母分子之數除 1 以外有公約數者，爲未約分數。

8. 已約分數與未約分數之轉化。

以一四分之而取其一，與以一八分之而取其二，又與以一十二分之而取其三，皆相同也。故 $\frac{1}{4}$ 即 $\frac{2}{8}$ ， $\frac{3}{12}$ ，因之 $\frac{2}{4}$ 即 $\frac{4}{8}$ ， $\frac{6}{12}$ ，又因之 $\frac{3}{4}$ 即 $\frac{6}{8}$ ， $\frac{9}{12}$ ，餘類推，故凡分數之分母分子以同數乘之，其值不變。

逆之則分數之分母分子以同數除之，其值不變。

(例 1) $\frac{2}{5}$ 變分母爲 120，使成未約分數。

$$\text{因 } 120 \div 5 = 24$$

$$\text{故 } \frac{2}{5} = \frac{2 \times 24}{120} = \frac{48}{120}.$$

(例 2) $\frac{18}{42}$ 試變爲已約分數。

方法 I. 先求得 42 與 18 之最大公約數 6，乃演之如次。

$$\frac{18}{42} = \frac{\overset{3}{18}}{\underset{7}{42}} = \frac{3}{7}$$

方法 II. 不求最大公約數，而以 2, 3, 5, 7 等漸次增大之質數爲公約數，以約分母分子數次，至無公約數而止，演之如次：

$$\frac{18}{42} = \frac{\overset{3}{\cancel{18}}}{\underset{\underset{7}{\cancel{42}}}{21}} = \frac{3}{7}$$

(例3) $\frac{738}{216}$ 試簡之，即化為帶分數且為已約分數。

因 $738 \div 216 = 3 \cdots \cdots \text{殘} 90$

$$\text{故 } \frac{738}{216} = 3 \frac{90}{216} = 3 \frac{\overset{5}{\cancel{90}}}{\underset{12}{\cancel{216}}} = 3 \frac{5}{12}.$$

凡由計算結果所得之分數，如為假分數，則必化為帶分數，且未約分數必化為已約分數，最當注意。

問 題 四

1. 試就下列各分數，變為以 24, 36, 48, 60, 72, 84 為分母之分數。

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}.$$

2. 試就下列各分數，化為已約分數。

$$\frac{2}{4}, \frac{4}{6}, \frac{6}{8}, \frac{8}{10}, \frac{9}{12}, \frac{6}{14}, \frac{12}{15}, \frac{12}{16}, \frac{16}{18}, \frac{15}{20},$$

$$\frac{16}{20}, \frac{4}{22}, \frac{15}{24}, \frac{12}{26}, \frac{14}{28}, \frac{24}{30}, \frac{42}{48}, \frac{24}{60}, \frac{25}{75}, \frac{56}{70},$$

$$\frac{70}{84}, \frac{64}{96}, \frac{144}{156}, \frac{120}{135}, \frac{120}{280}, \frac{231}{273}, \frac{792}{1683}, \frac{840}{3080}, \frac{1001}{1155},$$

$$\frac{1110}{1221}, \frac{3663}{4477}, \frac{728}{2128}, \frac{219877}{289870}, \frac{285714}{428571}, \frac{174528}{191808}.$$

3. 下列各假分數試簡之。

$$\frac{1131}{48}, \frac{956}{128}, \frac{2186}{144}, \frac{3080}{840}, \frac{449008}{13828}.$$

9. 通分

就若干分數，而以各分母之最小公倍數爲分母，各化爲未約分數，此之謂通分。

求通分者先求各分母之最小公倍數，次化爲未約分數。

(例) $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{8}{9}$ 求通分。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4, 6, 9} \\ 3 \overline{) 2 \ 3} \\ \hline 1 \ 3 \end{array} \quad \text{是各分母之最小公倍數，爲 } 2 \times 3 \times 2 \times 3 \text{ 即 } 36.$$

且 $36 \div 4 = 9, 36 \div 6 = 6, 36 \div 9 = 4$ 。

$$\text{故 } \frac{3}{4} = \frac{3 \times 9}{4 \times 9} = \frac{27}{36},$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 6}{6 \times 6} = \frac{30}{36},$$

$$\frac{8}{9} = \frac{8 \times 4}{9 \times 4} = \frac{32}{36}.$$

依此法，就若干分數而以各分子之最小公倍數爲分子，亦得各化爲未約分數。

10. 分數大小之比較。

九分而取一，取二，取三，取四；即 $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}$ ，是凡九分者，其分子之數較大，值亦較大；故凡分母相等之諸分數，其大小視分子之大小。

將某數八分之，則九分之爲小，十分之更小，十一分之又更小，故若八分取二，則九分取二爲小，十分取二更小，十一分取二又更小；故凡分子相等之諸分數，其分母小者值反大。

據此則分數大小之比較，有二法如次，

(例) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$ 試比較其大小。

I. 行通分, 得 $\frac{8}{12}$, $\frac{3}{12}$ 及 $\frac{10}{12}$ 。

故 $\frac{10}{12} > \frac{8}{12} > \frac{3}{12}$,

即 $\frac{5}{6} > \frac{2}{3} > \frac{1}{4}$ 。

II. 使分子相等, 得 $\frac{10}{15}$, $\frac{10}{40}$ 及 $\frac{10}{12}$ 。

故 $\frac{10}{12} > \frac{10}{15} > \frac{10}{40}$,

即 $\frac{5}{6} > \frac{2}{3} > \frac{1}{4}$ 。

問題 五

試就下列各題之分數, 行通分又變為最小通分子, 且依其大小

順列之。

1. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ 。

2. $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{8}{27}$ 。

3. $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{20}$ 。

4. $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{18}$ 。

5. $\frac{4}{9}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{9}{40}$ 。

6. $\frac{3}{14}$, $\frac{8}{21}$, $\frac{23}{35}$ 。

7. $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{5}$ 。

8. $\frac{5}{12}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{13}{20}$ 。

9. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{7}$ 。

10. $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{11}$ 。

11. $\frac{11}{16}$, $\frac{13}{18}$, $\frac{19}{24}$ 。

12. $\frac{22}{27}$, $\frac{19}{24}$, $\frac{29}{36}$ 。

13. $\frac{7}{15}$, $\frac{19}{45}$, $\frac{29}{60}$ 。

14. $\frac{5}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{7}{10}$ 。

$$15. \frac{5}{12}, \frac{9}{14}, \frac{8}{15}, \frac{7}{16}. 16. \frac{13}{24}, \frac{17}{20}, \frac{19}{48}, \frac{11}{36}.$$

$$17. \frac{7}{8}, \frac{5}{12}, \frac{7}{16}, \frac{11}{20}. 18. \frac{6}{7}, \frac{7}{12}, \frac{7}{16}, \frac{19}{21}.$$

11. 分數四則

分數之加減乘除謂之分數四則，四則之內，加減之意義，雖易明晰；然其計算之法，稍涉繁雜，易致差誤；又其乘除，與小數乘除相似，比整數乘除為易，然其數簡單，易流於機械的。而輕忽其意義；則此當引以為戒。

12. 分數和

求二分數以上併成一數，謂之加是等之數。

此與整數及小數和，同用被加數及和等名稱，並用加號。

被加數分母不同者，須用通分；乃集其所取之若干。俾成為一數。

13. 和之原理

I. 被加數之順序無論若何變更，其值不變。

$$\text{如 } \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3}, \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{3}{3}, \frac{3}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}, \text{ 其和同為 } 2.$$

II. 被加數任作其部分之和以變置之，其總和仍不變。

$$\text{如 } \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \text{ 與 } \frac{1}{4} + \frac{5}{4}, \text{ 其和同為 } \frac{6}{4} \text{ 即 } 1\frac{1}{2}.$$

14. 分數加法

分數加法之法則如次：