运用计量经济学方法分析研究化肥使用与作物反应

迈克尔 J. 哈特利著　　张　权译

农　业　出　版　社

运用计量经济学方法分析研究化肥使用与作物反应

迈克尔 J. 哈特利 著
张 权 译

农业出版社

提　要

本书探讨了在不定因素和有风险的条件下，如何应用一般计量经济研究法来为决策制定模型的问题。

南亚地区办事处总经济师 John Holsen 向作者提出了一个问题。他问：当作物生长期天气变化，从而引起产品销售价格的波动，导致不定因素和发生风险时，应如何为在人工灌溉或天然降雨的条件下，对化肥使用和作物反应制定模型。目前这个研究就是受了这个问题的启发而进行的。

本书也附带提出了与这个重要问题有关的随机对偶论。

运用计量经济学方法分析研究
化肥使用与作物反应
迈克尔 J. 哈特利　著
张　权　译

责任编辑　肖毅为

农业出版社出版（北京朝内大街130号）
新华书店北京发行所发行　　农业出版社印刷厂印刷

787×1092 毫米32开本　1.5 印张　27千字
1985 年 5 月第 1 版　1985 年 5 月北京第 1 次印刷
印数　1—3,850册

统一书号　4144·574　　定价 0.30 元

译者说明

本书作者迈克尔J.哈特利(Michael J.Hartley)是世界银行开发研究局公共经济处的经济学家。

计量经济学是将经济理论、数学和统计学三者结合起来，以经济现象的可计量的变化作为研究对象的科学。计量经济学主要用于测定经济量之间的关系，从量上探明经济变动的状况。作者运用计量经济学的方法分析研究在不定因素下，化肥使用及其对作物的效果。运用对偶论、数学模型分析研究在灌溉与非灌溉的不同条件下选定化肥的最佳使用量；研究水利灌溉与作物的受益；研究旱作农业在不定因素下确定投入的决策；利用随机模型研究农产品的利润和成本函数等。这种分析研究方法也可以广泛地应用于其他农业和非农业问题。

本书是计量经济学在农业现代化管理方面的一种创新的分析研究方法，可供农业大专院校农业经济的参考教材，可供科学研究工作者及农业经济管理工作者参考应用。

本译文承蒙中国人民大学郑林庄教授、中国农业科学院陈厚基同志以及农牧渔业部张桐同志的校正和指导，在此表示感谢。

译者水平有限，难免有错误，欢迎读者指正。

1984年8月

目　　录

第一节　引言 …… 1
第二节　化肥使用及作物反应的标准新经典模型 …… 6
（一）符号 …… 6
（二）确定的标准新经典模型 …… 8
（三）随机标准新经典模型 …… 10
（四）计算方法 …… 12
（五）随机对偶论 …… 14
第三节　灌溉与旱地作物的比较 …… 17
（一）情况（1）灌溉作物 …… 18
（二）情况（2）旱地作物 …… 21
（三）统筹取样 …… 22
第四节　化肥的应用与在不定因素下的反应 …… 23
（一）情况（3）在不确定降雨情况下的旱地作物 …… 24
（二）风险与不定因素 …… 28
第五节　结论 …… 30
附录：化肥使用与作物反应资料 …… 32

第一节　引　　言

农作物化肥使用模型及其产出反应问题，是近来应用经济学研究的最新课题，Askari和Cummings于1977年对农业供应函数进行了研究和评述。由于增加化肥使用量，可使作物增产，因此许多不发达国家对使用化肥采取了种种鼓励政策。但是，由于世界化肥价格的急剧上涨，以及维持以往政府预算的比例水平和化肥鼓励政策所需要的外汇收入的增加，因而需要重新考虑个人和政府的成本以及有利于化肥使用鼓励政策和减缓粮食自给效率等问题。

政府制定了种种鼓励使用化肥或增加化肥投入以及在一定施肥基础上的增产措施。供选择的直接方法包括：对化肥进口商、生产者或使用者进行价格补贴；在化肥转让中由政府支付给农民一定数量的优待券；政府直接购销化肥或用缓冲存货来控制化肥的价格等。间接方法是：政府根据栽培实践的需要向农民扩大服务范围；引进高产良种(HYVs)取代传统的地方品种(TLVs)等；提供社会性服务和其它对化肥的补充投入（如：灌溉和水控制系统、农药等）；对使用化肥的作物支付产出价格补贴；通过政府信贷机构向农民提供购买化肥的贷款或利息补贴等。

在农民自愿决定应用化肥的其它情况下，评价与政府的

任何选择计划有关的成本和受益问题，需要制定一个农民“鼓励结构”(structure of incentives)有反应的明确的规范模型。

我们将在具有个体农民特点的静态新经典模型范围内讨论这些问题。假定每个农业单位要想得到最大利润条件期望值，必须考虑所有可变投入（包括化肥）的水平，对使用作物受到一定技术的约束，以及所有可变投入和产出的指令性价格。我们将其称为农业生产和投入需求的标准新经典模型(SNM)包括由对偶论得到的产出供应、成本和利润函数的概念。

适用于某一特种作物的标准新经典模型生产函数参数估计的计量经济学方法，将在第二节中讨论。我们将介绍能提供准确的一般最大似然(ML)估计量的计量经济学和计算方法的目前技术状况，但是，生产函数的另一些无约束参数特性，在任何假设情况下都需要。我们的研究用“原有问题”(Primal problem)这个术语来表达，它包括含有生产函数的利润方程和在利润条件期望值极大时得到的投入需求函数的推导方法，而不是利润函数或成本函数的假定函数形式，并用投入需求推导方法进行合取估算——对原有问题称作“对偶”(dual)。由于指导函数形式选择的信息更直接适用于生产函数，因而确信我们的研究方法是更有用的。一旦原有问题的生产函数参数被确定，便能得到蕴涵利润、成本和产出供应密度函数，并能估算它们的期望值和其它要素。

除特定情况以外，这一点在当前实践中是不能接受的，因为通过生产函数的特殊选择，暗示了对边际生产率方程系

统存在明显闭型解析解的必然性。按照惯例需要上述目的在于：（1）投入需求方程推导的函数形式包括价格均一性条件是与假定生产函数一致的；（2）用函数式得出的每一个需求方程参数与生产函数中固有参数集的关系，确定“交叉方程”(cross-equation) 限制集。用任何准确的最优化问题的解值表示，在保留假定时自动满足（1）和（2）两项的计算方法中，我们避开了关于生产函数和相伴投入需求函数的“计量经济学估算的”参数形式集的强约束。由于相伴利润、成本和供应密度函数能直接从原有问题的随机结构中得到，并从数值上计算它们的期望值和方差，因此就不需要进行“对偶计量经济学” (econometrics of duality)研究了。

第二节中的计量经济学方法将在多种情况下推广，特别是对于化肥使用和作物反应。在第 3 节中我们对灌溉和旱地作物进行了比较，研究了灌溉和水管理系统的有效性是一种双元的和外源测定的典型情况，并据此计算农民和公共设施的不同增长率。在水管理设施有效的情况下，我们假设农民能把土壤水分控制到作物易受影响的程度，这不仅给农民提供了附加的控制变量，而且排除了许多不可预测的气候条件的不定因素。由于水是补充投入，灌溉和旱地两种情况都影响化肥的使用和作物反应。相反，当农民不能利用水管理设施时，必须依靠现有技术把水（或土壤湿度）作为状态变量处理。这里，农民用控制比灌溉设施更少的变量投入方法，促使利润期望值最大。在其它条件相同时，借助“第二最佳理论” (theory of the second-best)，减少利润和化肥使用的期望程度。按照这些问题的说明，我们讨论了不能观

测水的实际程度——描述本征变量投入的灌溉情况。这与旱地的自然降雨情况相反，其降雨量可以记录但不能控制。把栽培使用化肥作物的灌溉和旱地两种农民的数据汇集起来估算其共同生产函数中的参数，我们可以大体上定量估计水管理公用设施和作物的受益情况——对化肥使用和生产的特殊影响。

在第三节中对旱地情况下讨论，可以很自然地推广应用到不定因素下的决策问题。于是在第4节中，我们讨论了需要使不定因素附属于所有状态变量概率密度函数详细说明的一般计量经济学方法。对模型范围内的所有状态变量不定因素的“局内”来源，通过积分出它们的联合结果，我们不仅能得到利息初始（生产函数）参数的ML估计量，还能得到这些“新”本征局内变量的边际分布参数。

在作物栽培计量经济学中，不定因素有两个主要来源。首先，在旱地作物情况下产生。对作物从种到收的投入决定，必须在作物收获之前。除季节趋势外，实际气候条件是一种随机的自然状态，在保留假设情况下，化肥使用和作物产量，一般将随所有降雨分布参数的变化而异，不能把降水期望值作为典型措施的建议。不同地区达到有系统的气候差别，并使农民处在合理状态，我们的方法可对不定因素的化肥使用和作物的反应模型化。

用相似方法，我们也可研究收获期间产出价格的不定因素。1958年Nerlove从事过与不定的未来价格中，农民对包括“标准”价格概念的“适用期望值”(adaptive expectations) 的形成做过设想。由这些阐述引起的动态供应反

应，是Nerlove以后的农业供应文献中的一个共同性论题（参见Askari和Cummings 1977年的文献）。然而，适用期望值的假设，是目前阐述许多一般期望值的一种。其它的详细论述有局部校正模型，价格自动回归积分流动平均数（ARINIA）方法，合理的和“假”合理的价格期望值模型等（见Nerlove，Grether和Carvalho的文献，1979年出版，第13章）。但是所有这些可选择的方法，归结起来是在收获期间作出价格期望值参数形式的假设，根据当时可能得到有用于农民的数据，决定变量投入的判定。因此，通过增加一个标准随机误差分量，这些可选择的方法，适合于未来价格概率密度函数的估算。

通过积分出全部本征局内变量的结果，得到利润和所有观测判定变量的边际分布，同样是一个重要的问题。得到这些边际分布以后，已知所有判定变量的值，我们就能确定利润的条件密度。一般说，为了完全表征在不定因素下决策的结果，需要采用条件概率分布函数的全部要素。但是有一个不合理的假设，农民“对风险无法控制”（neutral with respect of risk）。就对风险看法来说，是一个重要的共同的特性表征，假设风险随时间和地点而变化，我们研究可概括为讨论目标函数，这个目标函数确定的参数形式中作为自变量的利润条件方差和条件期望值。这可得到关于使用化肥和其它投入的风险和不定因素的重要计量经济学论述。

我们也强调：（1）不定因素下，决策的一般研究主要通过不确定变量期望值理论来表达；（2）经济活动单位对风险不是漠不关心，这个问题的一般研究可提供不完全的期望

值。除特殊情况外，由于新经典模型的结构描述了状态变量到判定变量（包括产出和利润）的非线性转换,由此可见,利润期望值一般不能象在“必然等效”(certainty equivalence）情况一样，单独由不定状态变量期望值的数据来估算（见Theil 1961)。这样也可设想，合理期望值理论（见Lucas和Sargent 1981）未必能够提供不定因素下状态的完整研究。另外，我们需要合理方差模型，合理的第三要素模型等。在涉及不定因素的研究中，我们探索农民不定状态变量的目标概率密度函数的参数，并根据对农民判定有用的数据估算其参数。

第二节　化肥使用及作物反应的标准新经典模型

我们在本节中论述了化肥应用及作物产出反应的标准经典模型。当农民已知所有变量的投入和产出价格进行决策时，我们考虑到了个体农业单位企图得到最大利润的假设前提。我们将考虑土地利用已确定的情况。这个课题是在已知的作物生产技术、全部价格和用来区别各个农业单位的其它状态变量的情况下，来选定判定变量（变量投入集，包括化肥）的最佳值。在以后的几节中，我们将把这个模型在第一节提到的几个方面推广应用。

（一）符号

一般情况，每个农业经营单位要求在$j=1, \cdots\cdots, J$作物之间做选择。我们将讨论已知的对任何作物j所能得到的土壤面积a_{ij}，选定农业单位i的最佳化肥使用的条件问题。这里，i表示农业单位的观测指数，$i=1,2,\cdots\cdots,N$，这里的N，表示这些单位的随机取样数目。S(i)表示农业单位数；t(i)和τ(i)分别表示观测的天数和年数。于是，符号允许随机取样由纯断面数据，纯时序数据组成，或更重要的是由混合的时序/断面抽样数据组成。通过引进一个适宜的权重附属于每个取样观测，对与每年观测有关的分层随机取样情况的解析，很容易被重新组织。

对于任何变量x，我们将采用简化符号x_i表示对农业单位S(i)上的观测，对作物j用x_{ij}表示。在τ(i)年中，对作物j(i)，我们用$t_j(i)$表示收获日期；$t_j(i)-l_j(i)$表示播种日期；$l_j(i)$表示作物生长期（天数)。对于任何观测i和作物j，我们定义如下变量：

$\underline{x}_{ij}^F=k_j^F$——化肥投入矢量（典型的N、P、K有效成分的三元矢量)；

$\underline{x}_{ij}^0=k_j^0$——其它变量的投入矢量；

a_{ij} = 耕地面积；

$\underline{Z}_{ij}=L_j$——固定的非土地投入和其它非价格状态变量的矢量；

y_{ij} = 产出；

p_{ij} = 产出价格；

$\underline{q}_{ij}^F=k_j^F$化肥价格矢量；

$\underline{q}_{ij}^0=k_j^0$其它变量投入价格矢量；

c_{ij} = 总固定成本；

π_{ij} = 总利润。

现在我们开始讨论标准新经典模型。

（二）确定的标准新经典模型

在已知定植作物 j 的确定面积以及化肥使用和产出反应的确定条件下，新经典模型的假定是在与土地面积有关的所有变量投入程度的农民能得到最大利润情况下提出的与作物 j 有关的生产工艺，在这里作为取样期间的不变量可由生产函数概括：

$$y_{ij}=f_j(\underline{x}_{ij},\ a_{ij},\ \underline{z}_{ij};\ \underline{\theta}_j) \qquad (2—1)$$

其中：$\underline{x}'_{ij}=[\underline{x}^{F'}_{ij}\underline{x}^{O'}_{ij}]$是$k_j$——变量投入程度的矢量，$\underline{\theta}_j$是$M_j$——利息的参数矢量。与作物 j 有关的期望利润用下列公式表示：

$$\begin{aligned}\pi_{ij}^*&=\pi_j^*(\underline{x}_{ij},\ a_{ij},\ \underline{z}_{ij},\ p_{ij},\ \underline{q}_{ij},\ c_{ij};\underline{\theta}_j)\\&=p_{ij}y_{ij}-\underline{q}'_{ij}\underline{x}_{ij}-c_{ij}\\&=p_{ij}f_j(\underline{x}_{ij},a_{ij},\underline{z}_{ij};\underline{\theta}_j)-\underline{q}'_{ij}\underline{x}_{ij}-c_{ij} \qquad (2—2)\end{aligned}$$

其中$\underline{q}'_{ij}=[\underline{q}^{F'}_{ij}\underline{q}^{O'}_{ij}]$ 是k_j——所有变量投入价格的矢量。保留假定前提是已知a_{ij}，$\underline{z}_{ij}$，p_{ij}和$\underline{q}_{ij}$的值，相当于$\underline{x}_{ij}$ 农民的最大函数值π_j^*。在f_j相对于$\underline{x}_{ij}$连续可微分的通常假定下，可导出所熟悉的边际生产率条件：

$$\frac{\partial\pi_{ij}^*}{\partial\underline{x}_{ij}}=p_{ij}\cdot\frac{\partial f_j(\underline{x}_{ij}^*,a_{ij},\underline{z}_{ij},\underline{\theta}_j)}{\partial\underline{x}_{ij}}-\underline{q}_{ij}=\underline{o} \qquad (2—3a)$$

或在可选择的形式中，显示出比价的作用：

$$\frac{\partial f_j(\underline{x}_{ij}^*,a_{ij},\underline{z}_{ij},\underline{\theta}_j)}{\partial\underline{x}_{ij}}-\underline{q}_{ij}^*=\underline{o} \qquad (2—3b)$$

其中$\underline{q}_{ij}^* = \frac{1}{p_{ij}}\underline{q}_{ij}$是把价格$p_{ij}$作为货币兑换率标准或比价的矢量（见Lau 1978)。在隐函数定理条件下，对于最佳变量投入程度存在解$\underline{x}_{ij}^*$，可通过投入需求方程计算：

$$\underline{x}_{ij}^* = \underline{x}_j^*(\underline{q}_{ij}^*, a_{ij}, \underline{z}_{ij}; \underline{\theta}_j) \qquad (2—4)$$

其中$\underline{x}_j^*$表示k_j——投入需求函数的矢量。

依据数学经济学和计量经济学经验工作两方面的习惯作法，用上述理论的一般原则的主要问题是，对于优良性能的生产函数〔对解（2—3b)式的任何$\underline{x}_{ij}^*$的极大值满足典型的新经典二阶条件〕,隐函数定理仅是一个实际的定理，对k_j投入需求函数$\underline{x}_{ij}^*$不一定有闭型解析解。仅仅对某些特殊的生产函数f_j的选择，对最佳$\underline{x}_j^*$函数唯一的解（2—3b）式是可能的，例如Cobb-Douglas和二次方条件下。但当已知一个特殊的性能优良的f_j的函数形式和已知具体的变量值$\underline{q}_{ij}^*, a_{ij}, \underline{z}_{ij}$和参数$\underline{\theta}_j$，用适宜的计算方法和计算机程序，很容易计算最佳投入程度$\underline{x}_{ij}^*$的解值。这样以至于：

$$\begin{aligned}&\pi_j^*(\underline{x}_{ij}^*, a_{ij}, \underline{z}_{ij}, p_{ij}, \underline{q}_{ij}; \underline{\theta}_j)\\ =&\max_{\underline{x}_{ij}}\{\pi_j^*(\underline{x}_{ij}, a_{ij}, \underline{z}_{ij}, p_{ij}, \underline{q}_{ij}; \underline{\theta}_j)\}\end{aligned} \qquad (2—5)$$

本节的另一个目的是介绍标准新经典模型的随机形式，并寻求在利润方程和投入需求方程中生产函数参数的最大似然估计量的计算方法，生产函数的选择与对（2—4）形式的边际生产率方程是否有闭型解析解无关。而我们的研究选用迭代法，如已知与每个独立样品有关的参数$\underline{\theta}_j$和状态变量$\underline{q}_{ij}^*, a_{ij}, \underline{z}_{ij}$的值，用Davidon-Fletcher-Powell (DFP)算法（1963、1964和1968年），来解对最佳$\underline{x}_{ij}^*$值期望利润极

大的问题（2—5式）。“内”极大问题集包含在“外”极大问题之中，在这种情况下，已知数据 $\{\pi_{ij}, \underline{x}_{ij}, \underline{q}_{ij}, p_{ij}, a_{ij}, \underline{z}_{ij}\}$ 和解值 $\{\underline{x}_{ij}^*\}$，参数的对数似然函数被极大化。通过在“内”和“外”极大问题之间迭代，在保留假定前提情况下，数据观测取样的似然是单调递增数列，收敛到参数的极大似然估计量能被估算（见Hartley 1981）。用无约束最佳化算法代替对最佳投入需求函数得到解析解的取样方法，不仅对选择性能良好的生产函数可估算供给反应模型（利用关于判定体系参数的所有交叉方程限制），而且可推广到包括风险和不定因素问题的可能保留假定的富极数（rich array）。

（三）随机标准新经典模型

现在我们开始讨论随机标准新经典模型。我们假定已知判定变量的矢量 $\underline{x}_{ij}$ 和所有状态变量集 $\{a_{ij}, \underline{z}_{ij}, p_{ij}, \underline{q}_{ij}, c_{ij}\}$，农民选择使利润 π_{ij} 的条件期望值 π_{ij}^* 极大的投入程度。可见如果我们把这个极大问题定义为：

$$
\begin{aligned}
e(\pi_{ij}|\underline{x}_{ij}) &= \pi_{ij}^* \\
&= \pi_j^*(\underline{x}_{ij}, a_{ij}, \underline{z}_{ij}; p_{ij}, q_{ij}, c_{ij}; \underline{\theta}_j) \\
&= p_{ij} f_j(\underline{x}_{ij}, a_{ij}, \underline{z}_{ij}; \theta_j) - \underline{q}'_{ij}\underline{x}_{ij} - c_{ij} \quad (2—6)
\end{aligned}
$$

那么，对（2—5）式最佳解 $\underline{x}_{ij}^*$ 是（2—4）式的形式。假定观测判定矢量 $\underline{x}_{ij}$ 与最佳判定矢量不合，在解（2—5）式时，用矢量 $\underline{u}_{ij}$ 表示农民方面的最大误差（errors of maximization）。

于是我们采用模型，

$$
\underline{x}_{ij} = \underline{x}_{ij}^* + \underline{u}_{ij} = \underline{x}_j^*\ (\underline{q}_{ij}^*, a_{ij}, \underline{z}_{ij}; \underline{\theta}_j) + \underline{u}_{ij} \qquad (2—7)
$$

这里假定 $\underline{u}_{ij}$ 的边际概率分布函数由下式得到：

$$g_{\underline{u},j}(\underline{u}_{ij}) = n(\underline{o}, \Sigma_j^*) \quad (2\text{—}8)$$

由于 $\underline{x}_{ij}$ 已经由（2—7）式确定，我们通过下列方程模型化观测利润程度 π_{ij}，

$$\pi_{ij} = \pi_{ij}^* + \varepsilon_{ij} \equiv \pi_j^*(\underline{x}_{ij}, a_{ij}, \underline{z}_{ij}, p_{ij}, \underline{q}_{ij}; \underline{\theta}_j) + \varepsilon_{ij} \quad (2\text{—}9)$$

其中，已知$\underline{u}_{ij}$，$\underline{\varepsilon}_{ij}$的条件概率分布函数由下式定义：

$$g_{\varepsilon|u,j}(\varepsilon_{ij}|\underline{u}_{ij}) = n(\underline{\sigma}_j' \Sigma_j^{*-1}\underline{u}_{ij}, \sigma_j^2 - \underline{\sigma}_j' \Sigma_j^{*-1}\sigma_j) \quad (2\text{—}10)$$

ε_{ij} 所引起的概念与对投入矢量 $\underline{x}_{ij}$ 和状态变量集 $\{a_{ij}, \underline{z}_{ij}, p_{ij}, q_{ij}\}$ 的认识一样，仍然有关于得到利润程度的不定因素。可见已知 $\underline{x}_{ij}$，π_{ij} 的条件概率分布函数可由下式得到：

$$h_{\pi|x,j}(\pi_{ij}|\underline{x}_{ij}) = g_{\varepsilon|u,j}(\pi_{ij} - \pi_{ij}^*|\underline{x}_{ij} - \underline{x}_{ij}^*) \quad (2\text{—}11a)$$

而$\underline{x}_{ij}$的边际概率分布函数是：

$$h_{\underline{x},j}(\underline{x}_{ij}) = g_{\underline{u},j}(\underline{x}_{ij} - \underline{x}_{ij}^*) \quad (2\text{—}11b)$$

π_{ij} 和 $\underline{x}_{ij}$ 的联合概率分布函数是（k_j+1）——变量标准密度，

$$h_j(\pi_{ij}, \underline{x}_{ij}) = h_{\pi|\underline{x},j}(\pi_{ij}|\underline{x}_{ij}) \cdot h_{\underline{x},j}(\underline{x}_{ij}) \quad (2\text{—}11c)$$

应当强调，当农民把一定的耕地面积 a_{ij} 用到作物 j 时，前面的分析是有条件的。因此，我们定义包括 N_j 观测的相对观测的指示集（index set）。

$$I_j = \{i : a_{ij} > 0\} \quad (2\text{—}12)$$

已知栽培作物 j，条件对数似然函数以下式表示：

$$\begin{aligned} L_j^*(\underline{\theta}_j, \Sigma_j) &= \sum_{i \in I_j} \log h_j(\pi_{ij}, \underline{x}_{ij}) \\ &= \sum_{i \in I_j} \log\ h_{\pi|\underline{x},j}(\pi_{ij}|\underline{x}_{ij}) + \sum_{i \in I_j} \log\ h_{\underline{x},j}(\underline{x}_{ij}) \end{aligned} \quad (2\text{—}13)$$

其中Σ_j是含有ε_{ij}和$\underline{u}_{ij}$的联合概率分布函数的对称协方差矩阵，与（2—8），（2—10）式一致。即，

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_{ij}\\ \underline{u}_{ij}\end{bmatrix}\sim N(\underline{0},\Sigma_j),\ \Sigma_j=\begin{bmatrix}\sigma_j^2 & \vdots & \underline{\sigma}_j' \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_j & \vdots & \Sigma_j^*\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sigma_{00j} & \vdots & \sigma_{01j} & \cdots & \sigma_{0kj} \\ \sigma_{10j} & \vdots & \sigma_{11j} & \cdots & \sigma_{1kj} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{kj0j} & & \sigma_{kj1j} & \cdots & \sigma_{kjkjj}\end{bmatrix} \tag{2—14}$$

一般情况下，本课题提供了计量经济学方法和相对于$\underline{\theta}_j$和Σ_j使对数似然函数$L_j^*(\underline{\theta}_j,\Sigma_j)$极大的计算方法，不需要解边际生产率方程（2—3b）的（2—4）式函数$\underline{x}_j^*$的闭型解析解，仅需要最佳化（2—5）式的数值解。

（四）计算方法

我们给出一个可以估算极大似然(ML)估计量$\hat{\underline{\theta}}_j$和$\Sigma_j$的计算方法。令：

$$\underline{\alpha}_j=[\underline{\theta}_j'\ \vdots\ \underline{\mathrm{vec}\Sigma_j}'] \tag{2—15}$$

表示$R_j=M_j+\frac{1}{2}(k_j+1)\ (k_j+2)$参数矢量，含有$M_j$——在生产函数$\underline{\theta}_j$中的结构参数矢量和在对称协方差矩阵$\Sigma_j$下面三角中的附加参数，其中$\underline{\mathrm{vec}\Sigma_j}$表示在$\Sigma_j$中函数上独立的元素，成为矢量，

$$\underline{\mathrm{vec}\Sigma_j}=[\sigma_{00j}\ \vdots\ \sigma_{10j}\sigma_{11j}\ \vdots\ \cdots\ \vdots\ \sigma_{kj0j}\sigma_{kj1j}\cdots\sigma_{kjkjj}]' \tag{2—16}$$

令$\underline{\alpha}_j^{(0)}=[\underline{\theta}_j^{(0)'}\ \vdots\ \underline{\mathrm{vec}\Sigma_j}^{(0)'}]'$表示$\underline{\theta}_j$的初始估算；令$H_j^{(0)}=I_{R_j}$是估算$\hat{\underline{\alpha}}_j$的协方差矩阵的初始估算；令$\delta>0$表示收敛判据。每个迭代$n=0,1\cdots$由下列步骤组成：

迭代n：

步骤（n·1）：对$r=0,1,\cdots,R_j$ 使

$$\underline{\alpha}_j^{(n,r)}=\underline{\alpha}_j^{(n)}+\underline{i}^{(r)}\cdot d^{(r)} \tag{2—17}$$