



# 控制系统计算机仿真与CAD

## —— MATLAB语言应用

陈在平 杜太行 等编著



天津大学出版社

TIANJIN UNIVERSITY PRESS

# 控制系统计算机仿真与 CAD

——MATLAB 语言应用

陈在平 杜太行 等编著

天津大学出版社

## 内 容 提 要

本书将 MATLAB 语言与控制系统仿真和计算机辅助设计有机地结合在一起,以便使读者能够根据控制理论等相关知识,利用 MATLAB 语言实现对控制系统的分析设计与研究。全书较详细地介绍了基于 MATLAB 的控制系统模型的建立、模型的相互转换,控制系统数字仿真的基本原理、典型方法与 MATLAB 的实现,控制系统计算机辅助设计,控制系统最优化计算机辅助设计以及模糊与神经网络控制系统的计算机辅助分析与设计等方面的内容。

本书不仅适合于自动化、电气工程、机械电子等专业的大学高年级学生或研究生学习,同时对控制工程师与有关专业技术人员也具有重要的参考价值。

### 图书在版编目(CIP)数据

控制系统计算机仿真与 CAD:MATLAB 语言应用/陈在平等编著. —天津:天津大学出版社,2001.9  
ISBN 7-5618-1495-X

I. 控… II. 陈… III. ①自动控制系统-计算机仿真  
②自动控制系统-计算机辅助设计 ③MATLAB 语言-程序设计 IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 057929 号

**出版发行** 天津大学出版社  
**出版人** 杨风和  
**地 址** 天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)  
**电 话** 发行部:022-27403647 邮购部:022-27402742  
**印 刷** 天津大学印刷厂  
**经 销** 全国各地新华书店  
**开 本** 787mm×1092mm 1/16  
**印 张** 16.25  
**字 数** 445 千  
**版 次** 2001 年 9 月第 1 版  
**印 次** 2001 年 9 月第 1 次  
**印 数** 1~3 000  
**定 价** 24.00 元

# 前 言

近年来,随着工业自动化的进程与发展,对专业技术人员进行系统设计提出了更高的指标要求,为了适应工业控制系统设计的发展趋势,借助计算机对系统进行仿真分析与设计就成了控制工程师所必须熟练掌握的重要知识与技能。控制系统的计算机仿真分析与 CAD 是建立在控制理论、数值方法、计算机技术等多方面知识上的综合学科,目前已成为自动控制学科的重要研究分支,并对复杂控制系统的分析设计、自动控制理论及技术的应用与发展起到了越来越重要的作用。

自 20 世纪 90 年代各种计算机语言以及专业仿真软件的出现,特别是 1993 年的 MATLAB 4.x 版以及随后推出的 5.x 版为控制系统计算机仿真分析与 CAD 提供了有力的工具,同时也使传统的计算机仿真与 CAD 的方法和手段发生了重大改变。原来系统分析设计中所必需的复杂数学分析与运算,利用 MATLAB 及其相关的工具箱就可以方便地加以实现。目前在欧美国家, MATLAB(Simulink) 已广泛应用于科学研究、工程设计计算等方面。在国内, MATLAB 也已在高等学校获得不断推广,同时也引起广大工程技术人员的极大关注。

本书是作者在多年教学与科研工作的基础上,并借鉴国内外控制领域的专家学者的研究成果编写的。在内容编排上没有将 MATLAB 的知识独立地加以详细介绍,而是主要将其放在相关的系统分析设计章节中,力图将 MATLAB 与控制系统仿真和计算机辅助设计有机地结合起来,使读者在学习时能够根据控制理论等相关知识利用 MATLAB 实现对控制系统的分析研究,从而学会应用 MATLAB 语言进行控制系统的分析仿真与设计,这是本书的主要特点,同时也补充了当前有关这方面书籍的短缺。考虑到知识的完整性,本书在第 1 章对 MATLAB 基础知识进行了一些必要的初步介绍。本书不仅适于自动化、电气工程、机械电子等专业的大学高年级学生或研究生学习,同时也可供控制工程师及有关专业技术人员参考。

本书由天津理工学院陈在平任主编,河北工业大学杜太行任副主编,天津理工学院边润强任主审。全书共分 8 章,其中第 1、2、3、5、8 章由陈在平编写,第 4 章由李练兵、刘作军编写,第 6 章由杜太行编写,第 7 章与第 1 章中的第 3 节由高强编写,全书由陈在平定稿。

由于作者水平有限,在编写过程中如有不当之处,敬请读者批评指正。

作 者

2001 年 5 月

# 目 录

<b>第 1 章 绪言</b> .....	( 1 )
1.1 控制系统计算机仿真与辅助设计概述 .....	( 1 )
1.2 MATLAB 语言基础 .....	( 2 )
1.3 Simulink 仿真应用 .....	( 25 )
习题 .....	( 33 )
<b>第 2 章 控制系统数学模型与模型的相互转换、连接</b> .....	( 34 )
2.1 连续系统的数学描述 .....	( 34 )
2.2 系统模型的相互转换 .....	( 37 )
2.3 系统状态方程的变换与实现 .....	( 44 )
2.4 控制系统模型的建立与典型连接 .....	( 50 )
习题 .....	( 58 )
<b>第 3 章 控制系统数字仿真</b> .....	( 60 )
3.1 基本数值积分方法 .....	( 60 )
3.2 数值积分方法的计算稳定性 .....	( 65 )
3.3 连续控制系统仿真 .....	( 67 )
3.4 采样控制系统仿真 .....	( 91 )
习题 .....	( 95 )
<b>第 4 章 基于复域和频域连续线性系统的计算机辅助分析与设计</b> .....	( 96 )
4.1 线性系统根轨迹的绘制 .....	( 96 )
4.2 线性系统频率特性与奈奎斯特图 .....	( 101 )
4.3 线性系统的伯德图分析 .....	( 106 )
4.4 基于复域与频域的线性系统设计 with 校正 .....	( 112 )
习题 .....	( 127 )
<b>第 5 章 连续控制系统计算机辅助设计</b> .....	( 129 )
5.1 状态可控规范型与状态可观规范型 .....	( 129 )
5.2 系统的可控性分解与可观性分解 .....	( 135 )
5.3 线性定常系统的综合 .....	( 138 )
5.4 线性二次型最优控制 .....	( 163 )
习题 .....	( 172 )
<b>第 6 章 控制系统最优化的计算机辅助设计</b> .....	( 173 )
6.1 概述 .....	( 173 )
6.2 线性规划方法 .....	( 176 )
6.3 单变量的寻优方法 .....	( 184 )
6.4 多变量的寻优方法 .....	( 189 )
6.5 PID 控制器参数整定与优化方法 .....	( 200 )

习题	(207)
<b>第 7 章 模糊控制和神经网络控制的计算机辅助分析与设计</b>	<b>(209)</b>
7.1 模糊控制的数学基础	(209)
7.2 模糊逻辑控制系统	(218)
7.3 模糊控制系统仿真实现	(223)
7.4 神经网络概述	(228)
7.5 MATLAB 神经网络工具箱	(232)
7.6 神经网络应用举例	(238)
<b>第 8 章 基于 MATLAB 的系统辨识初步</b>	<b>(242)</b>
8.1 辨识信号的生成与数据处理	(242)
8.2 系统模型的估计	(244)
<b>参考文献</b>	<b>(251)</b>

# 第 1 章 绪 言

## 1.1 控制系统计算机仿真与辅助设计概述

控制系统计算机仿真与辅助设计是目前对复杂控制系统进行分析设计的重要手段与方法。在进行自动控制系统分析综合与设计工作过程中,除了需要进行理论分析外,还要对系统的特性进行实验研究。应用经典控制理论与现代控制理论设计的系统是否可行?系统性能指标与参数是否达到预期的要求?它的经济性能如何?这些都需要在系统设计中给出明确的结论。对于那些在实际调试过程中存在很大风险或实验费用昂贵的系统,一般不允许对设计好的系统直接进行实验,然而没有经过实验研究是不能将设计好的系统直接放到生产实际中去的,因此就必须对其进行模拟实验研究。当然在有些情况下可以构造一套物理模拟装置来进行实验,但这种方法十分费时而且费用又高,而在有的情况下物理模拟几乎是不可能的。近年来随着计算机的迅速发展,采用计算机对控制系统进行数学仿真的方法已被人们采纳。所谓控制系统计算机仿真就是以控制系统的数学模型为基础,借助计算机对控制系统的动静态过程进行实验研究。这里讲的控制系统计算机仿真是指借助数字计算机实现对控制系统的仿真分析。这种实验研究的特点是:将实际系统的运动规律用数学表达式加以描述,它通常是一组常微分方程或差分方程,然后利用计算机来求解这一数学模型,以达到对系统进行分析研究的目的。

对控制系统进行计算机仿真的基本过程包括:首先建立系统的数学模型,因为数学模型是系统仿真的基本依据,所以数学模型极为重要,一般而言,数学模型不仅包括控制对象的模型而且还包括控制器以及组成系统其他部分的数学模型;然后根据系统的数学模型建立相应的仿真模型,一般需要通过一定的算法或数值积分方法对原系统的数学模型进行离散化处理,从而建立起相应的仿真模型,这是进行控制系统仿真分析的关键步骤;最后根据系统的仿真模型编制相应的仿真程序,在计算机上进行仿真实验研究并对仿真结果加以分析。

控制系统计算机辅助设计(CS-CAD)就是根据给定的系统性能指标的要求借助计算机进行控制系统的分析设计。显然控制系统计算机仿真和控制系统计算机辅助设计之间有着密不可分的关系,在系统设计阶段所进行的计算机仿真实际就是计算机辅助设计工作的一部分,在这一阶段以设计好的精确模型为验证对象,检验系统的设计效果。当然也可采用系统的直接仿真设计,如参数寻优设计法等。

控制系统计算机仿真和辅助设计的应用与发展已经过了近 40 年的历程,进入 20 世纪 80 年代以来,随着微型计算机技术以及软件技术的飞速发展与广泛应用,使得控制系统计算机仿真与辅助设计获得了实质性的发展,并使其走进广大的控制系统生产、设计、研究的第一线。目前在该领域应用最为广泛的软件包就是美国 Mathworks 公司开发的 MATLAB 语言软件。虽然它最初并非是为控制系统仿真与设计开发的,但是它的强大的矩阵运算功能与图形处理及绘制能力,以及在 MATLAB 平台上开发出来的与控制相关的工具箱,和面向结构图的

SIMULINK 系统分析环境,为控制系统计算机仿真和辅助设计提供了强有力的软件工具,从而为传统的控制系统计算机仿真与辅助设计开辟新的方法与途径提供了充分的条件。

在本书的后面章节中,将 MATLAB 的各种函数与程序运算功能充分运用到控制系统计算机仿真与辅助设计中,并将两者有机地结合到一起,使原来较为复杂的控制系统仿真与设计问题变得十分方便,这是本书在这方面的一种尝试。简化了传统控制系统仿真与辅助设计方法中的一些内容,充实了一些 MATLAB 的相关知识,并将重点放在了控制系统仿真与辅助设计的 MATLAB 实现。考虑到部分读者不具备 MATLAB 基础知识,因此,在照顾到控制系统仿真与辅助设计主干知识系统的同时,还简要介绍了进行控制系统仿真与辅助设计所必需的 MATLAB 语言基础知识。

## 1.2 MATLAB 语言基础

MATLAB 语言是美国 Mathworks 公司研制开发的大型计算软件,自 1985 年问世以来,特别是 1993 年 4.x Windows 版本的出现,使得 MATLAB 语言的使用获得了巨大的发展。它的强大的矩阵处理与运算功能、丰富的图形绘制能力深受用户的青睐。控制领域的研究者与工程技术人员对此给予了极大关注,国际上众多的知名学者在此基础上先后开发出一系列的相关工具箱(toolbox),如控制系统工具箱(Control System Toolbox)、神经网络工具箱(Neural Network Toolbox)、系统辨识工具箱(System Identification Toolbox)、最优化工具箱(Optimization Toolbox)、鲁棒控制工具箱(Robust Control Toolbox)等,以及集成在 MATLAB 上的面向结构图的系统分析平台 Simulink。从而使得 MATLAB 的功能得到了全面提高,几乎覆盖了控制领域各个研究分支,成为国际控制领域最为重要与流行的对控制系统进行分析研究的软件工具。本节将简要介绍一些 MATLAB 的最基本知识,为没有接触过 MATLAB 语言的控制领域的人员提供一定的基础知识。对于更加详细的内容请读者参阅相关的文献书籍与在线帮助。值得说明的是在本书后面各章节中提到的 MATLAB 是广义上的 MATLAB 含义,它将包括相关的工具箱等方面的知识与内容。

### 1.2.1 变量与表达式

在 MATLAB 中变量名与 C 语言一样,要求以字母开头的字符串可以是字母、数字或下画线。例如, namestring, string\_12 等都是合法的变量名。变量名的长度以不超过 25 个字符为限。在 MATLAB 中对变量名是区分大小写字母的,即同一个字母不同的大小写代表着不同的变量。当用户在 MATLAB 工作空间输入一个新变量后, MATLAB 将自动分配给该变量相应的内存,不需要在输入变量时加以声明。变量是 MATLAB 的基本运算单元,是其进行运算和编写程序的基础,由变量构成的基本语句就是赋值语句,其典型格式为

变量名 = 表达式

下述示例给出了最简单的赋值语句,在 MATLAB 的命令窗口中输入

```
name_1 = 4
```

则定义了一个变量 name\_1,并实现了对它的赋值,这可以通过在命令窗口上键入该变量名来检查变量是否已经被定义和赋值。得到结果为

```
name_1 =
```

```
4
```

上例证实了变量 name\_1 已经建立并且已被赋值。在 MATLAB 的变量中有一类变量允许作



用在多个函数中,这类变量就是全局变量。对于全局变量是需要声明的,即在该变量名前冠以关键字“global”,如在命令窗口键入

```
global HE
HE = 0.124;
```

则这样 HE 就变成了全局变量。

如果需要求解一个表达式并将运算结果存于某一变量,可由下述语句实现

```
A = 3 * 16 + 10 - 27/3
```

运行上述语句可得到

```
A =
49
```

若直接输入表达式,而没有将运算结果赋值给变量, MATLAB 将自动将结果存于内部“ans”中并加以显示,例如输入

```
3 * 16 + 10 - 27/3
```

运行得到

```
ans =
49
```

如果在表达式的最后应用“;”结束,虽然不会影响对变量赋值的结果,但运算结果将不在屏幕上显示。

另外 MATLAB 自身具有一些内部常数或准内部变量(函数),允许用户直接加以使用,如表 1-1 所示。

表 1-1 内部常数与变量

内部常数(函数)名	功 能	内部常数(函数)名	功 能
i	虚数单位	flops	计算浮点运算次数
j	虚数单位	clock	时间
pi	圆周率	date	日期
inf	无穷大	tic, toc	时间间隔
nan	不定值	etime	时间间隔

### 1.2.2 基本运算符

MATLAB 语言具有强大的运算功能,它能够为用户提供所需计算的各种算术与逻辑运算。表 1-2 给出了 MATLAB 的主要算术与逻辑关系运算符及其相应的功能解释。

表 1-2 算术与逻辑运算符

运算符	功能解释	运算符	功能解释
+	加	==	等于
-	减	~=	不等于
*	(矩阵)乘	>	大于
.*	数组乘	<	小于
^	(矩阵)乘方	>=	大于等于
.^	数组乘方	<=	小于等于

续表

运算符	功能解释	运算符	功能解释
\	(矩阵)左除	&	逻辑与
.\	数组左除		逻辑或
/	(矩阵)右除	~	逻辑非
./	数组右除		

### 1.2.3 M 文件

所谓 M 文件就是用 MATLAB 语言编写的磁盘文件,该文件均以“.m”作为文件的扩展名,它们都是 ASCII 码的文件格式,因此可以采用任何能够生成 ASCII 码文件格式的编辑器加以编辑。M 文件分为脚本(script)文件与函数(function)文件两大类。

#### 1. M 脚本文件

M 脚本文件就是根据用户要求,使用 MATLAB 语言组成的具有一定功能的 MATLAB 指令集合。M 脚本文件运行后,所产生的变量驻留在 MATLAB 的工作空间中,只要用户不对其使用 clear 命令加以清除(或关闭 MATLAB 命令窗口),则这些变量将会一直保留在 MATLAB 的工作空间中。下述 MATLAB 语句如果以 .m 为扩展名存盘,就构成了 M 脚本文件。

```
num = 2 * [1, 2];
den = conv(conv([1, 0], [1, 3]), [1, 2, 2]);
G1 = tf(num, den);
G = ss(G1);
[a, b, c, d] = ssdata(G);
Ab = a - b * c
Bb = b
Cb = c
Db = 0
step(Ab, Bb, Cb, Db)
```

#### 2. M 函数文件

从结构上看 M 函数文件的第一行一定具有函数声明行,该行是以 function 作为该行的关键字,它是 M 函数文件必须具有的内容。在该行中,函数名与函数的相关变量均被加以定义;而 M 函数文件的另一关键内容是 M 函数体,这也是 M 函数文件不可缺少的一部分内容,由它实现该 M 函数文件的相应功能。在这两部分之间可以插入各种注释与说明,这些注释与说明的内容放在 % 后面,该部分内容不作为程序加以执行,而为在线帮助和阅读程序提供必要的信息。在 M 函数文件中所定义的变量都是内部变量,函数执行完毕后这些变量将随之消失,不会影响 MATLAB 的整个工作空间, M 函数文件就是建立一个函数,而这个函数可以同 MATLAB 的基本库函数一样加以使用,表 1-3 给出了 MATLAB 的常用基本数学函数。

表 1-3 基本数学函数

函数名	功能	函数名	功能
sin(x)	正弦函数	ln(x)	自然对数 $\ln(x)$
cos(x)	余弦函数	log10(x)	以 10 为底的对数函数

函数名	功 能	函数名	功 能
tan(x)	正切函数	abs(x)	模或绝对值
cot(x)	余切函数	angle(x)	复相角
sec(x)	正割函数	conj(x)	共轭复数
csc(x)	余割函数	imag(x)	复数虚部
asin(x)	反正弦函数	real(x)	复数实部
acos(x)	反余弦函数	fix(x)	近似 0 的整数
atan(x)	反正切函数	floor(x)	近似小于自身的最大整数
acot(x)	反余切函数	ceil(x)	近似大于自身的最小整数
asec(x)	反正割函数	round(x)	四舍五入
acsc(x)	反余割函数	rem(x,y)	x 除以 y 的余数
exp(x)	指数 $e^x$ 函数	sign(x)	符号函数

考查下述例子。

```
function y = mean(x) % This is a M function file
m = length(x);
y = sum(x)/m;
```

将上述程序存入 mean1.m 的磁盘文件,从而构造了一个 M 函数文件,该函数文件能够实现求平均数的求取。现在如果需要即可对其加以使用,在 MATLAB 命令窗口中键入

```
r = 1:99;
mean1(r)
```

运行得到

```
ans =
    50
```

该例就是直接使用了所建立的 M 函数文件,对数列 r 求出相应的平均数。

## 1.2.4 矩阵、数组与基本数值运算功能

矩阵与数组在形式上有相似之处,但概念是不同的。矩阵表示的是一种线性变换关系,它有着严格的线性代数运算规则,而数组运算则是由 MATLAB 软件定义的。

### 1.2.4.1 矩阵的建立

在 MATLAB 中一个矩阵不但可以表示为数学意义上的矩阵,也可表示为一个向量。对于一个向量可以认为是一个  $1 \times n$  或  $n \times 1$  的矩阵,显然标量就是向量的特殊形式。在 MATLAB 中矩阵的建立有多种方法,主要可以通过下述途径加以实现。

#### 1. 直接输入法

对于一个矩阵一般可以直接输入得到,如键入

```
A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]
```

会得到相应的矩阵为

```
A =
    1    2    3
    4    5    6
    7    8    9
```

```
4 5 6
7 8 9
```

对于较大的矩阵也可分行输入,如键入

```
A=[1.0,2.0,3.0,4.0
5.0,6.0,7.0,8.0
9.0,10,11,12
13,14,15,16]
```

得到相应的矩阵为

```
A =
    1     2     3     4
    5     6     7     8
    9    10    11    12
   13    14    15    16
```

可以看出在建立矩阵时,元素之间空格和“,”的意义相同,“;”的意义是起换行符的作用。

## 2. 在 M 文件中构建矩阵

M 文件是一类含有 MATLAB 合法代码的文本文件。用户可以通过采用 M 文件构造所需要的矩阵。在 MATLAB 中建立下述 M 文件,并将其存盘,取 temp.m 作为该 M 文件名。

```
B=[1 2 3 4
4 3 2 1
5 6 7 8
8 7 6 5]
```

当在 MATLAB 的命令窗口中敲入

```
temp
```

将会得到运行结果为

```
temp
B =
    1     2     3     4
    4     3     2     1
    5     6     7     8
    8     7     6     5
```

## 3. 由 MATLAB 函数构造矩阵

在 MATLAB 中可以利用特殊函数构造相关矩阵。

zeros 函数——用以产生指定维数的全 0 元素矩阵。

ones 函数——用以产生指定维数的全 1 元素矩阵。

rand 函数——用以产生指定维数的随机元素矩阵。

eye 函数——用以产生指定维数的单位矩阵,往往与 size 函数结合使用。

diag(函数)——用以产生对角矩阵。

若在 MATLAB 命令窗口中键入

```
D=zeros(3,2)
```

得到

```
D =  
    0    0  
    0    0  
    1    0
```

输入

```
E = ones(2,3)
```

得到

```
E =  
    1    1    1  
    1    1    1
```

在 MATLAB 中运行

```
w = ones(3)  
q = size(w)  
eye(size(w))
```

得到

```
w =  
    1    1    1  
    1    1    1  
    1    1    1  
q =  
    3    3  
ans =  
    1    0    0  
    0    1    0  
    0    0    1
```

输入

```
R = rand(3,2)
```

得到

```
R =  
    0.0099    0.1987  
    0.1389    0.6038  
    0.2028    0.2722
```

$R$  为一个 3 行 2 列的随机矩阵, 当 rand 函数不带参数时将产生一个随机数。

#### 1.2.4.2 矩阵与数组的运算

##### 1. 基本运算

矩阵的算术运算是严格按照线性代数的法则定义的, 而数组运算则是按元素进行的。在 MATLAB 中, 算术运算允许采用运算符与运算函数两种形式加以进行。为了清晰地表示它们之间的区别, 在此以对照的方式加以介绍。这些基本运算可由下述相应指令加以实现。

(1)加、减运算。如果假设  $A$ 、 $B$  阵分别为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

则在 MATLAB 中进行下述运算

$$H = A + B \quad \text{或} \quad H = \text{plus}(A, B)$$

得到

$$H = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

若

$$H = A - B \quad \text{或} \quad H = \text{minus}(A, B)$$

得到

$$H = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(2)乘法运算。在乘法运算中,矩阵与数组的乘法格式是有区别的,分别给出在 MATLAB 中的格式为

$$\text{矩阵乘: } A * B \quad \text{或} \quad \text{mtimes}(A, B)$$

$$\text{数组乘: } A .* B \quad \text{或} \quad \text{times}(A, B)$$

若已知  $A$ 、 $B$  同前,则矩阵运算

$$H = A * B$$

得到

$$H = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 20 & 13 \end{bmatrix}$$

执行数组乘法运算

$$H = A .* B$$

得到运算结果为

$$H = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

由上述运算结果可以看出,矩阵乘法运算与线性代数的矩阵运算完全一致,而数组乘法运算是按照元素相乘的方法进行的。

(3)矩阵的求逆运算。如果已知矩阵  $A$  为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

则其相应逆阵为

$$IA = \text{inv}(A)$$

运算结果为

$$IA = \begin{matrix} -2.0000 & 1.0000 \\ 1.5000 & -0.5000 \end{matrix}$$

(4)矩阵的除法运算。矩阵左除在 MATLAB 中表示为  $H=A \setminus B$  或  $H=mldivide(A,B)$  如果  $A$  是  $n$  阶矩阵,  $B$  是  $n$  维向量或相应的矩阵, 则可以利用  $X=A \setminus B$  求取方程  $AX=B$  的解。如已知

$$AX = B$$

其中  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$$B = [1 \quad 1]'$$

运行

$$X = A \setminus B$$

得

$$X = \begin{matrix} -1 \\ 1 \end{matrix}$$

如果应用矩阵求逆的方法也可求解上述方程, 即

$$X = \text{inv}(A) * B$$

得

$$X = \begin{matrix} -1.0000 \\ 1.0000 \end{matrix}$$

与矩阵左除相类似的还有矩阵右除  $B/A$  或  $mrdivide(A,B)$ , 它基本相当于  $B * \text{inv}(A)$  的功能, 用以求取方程  $XA=B$  的解。另外在 MATLAB 中还可十分容易地应用  $\text{det}(A)$  函数求取行列式  $|A|$  的值, 在此不再详述。

(5)数组除法。数组除法运算的基本指令与矩阵除法相类似, 分别为

$$A./B \quad \text{或} \quad rdivide(A,B) \quad \text{数组右除}$$

$$A.\ B \quad \text{或} \quad ldivide(A,B) \quad \text{数组左除}$$

数组除法与矩阵除法的根本区别在于: 数组除是  $A、B$  数组元素相除, 即数组右除就是  $A(i,j)/B(i,j)$ ; 而数组左除就是  $B(i,j) \setminus A(i,j)$ 。

## 2. 方次运算

矩阵的方次运算的基本运算格式为

$$A^k$$

这里  $k$  为正整数时, 矩阵自乘  $k$  次;  $k$  为负整数时, 则先求逆, 然后矩阵再自乘  $k$  次。

若已知矩阵  $A$  同前, 当

$$U = A^2$$

运算得到

$$U = \begin{matrix} 7 & 10 \end{matrix}$$

数组方次运算的基本运算格式为

$$A.^B$$

数组的乘方就是  $A$ 、 $B$  对应元素的乘方,即进行  $A(i,j)$  的  $B(i,j)$  次方。如果  $B$  为标量,则对应  $A(i,j)$  的  $B$  次方运算。

对于二次开方运算,在 MATLAB 中特别提供了专门的函数。如果已知矩阵  $A$  为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

可以应用 `sqrtm` 函数对其进行开平方运算。

运行 `sqrtm(A)`

得到

```
ans =
    0.5537 + 0.4644i    0.8070 - 0.2124i
    1.2104 - 0.3186i    1.7641 + 0.1458i
```

### 3. 矩阵的转置运算

在 MATLAB 中矩阵的转置运算可按下述形式进行。

已知矩阵  $A$  同前,则当

$$T = A'$$

得到

```
T =
     1     3
     2     4
```

### 4. 矩阵的其他翻转变换

1)  $T = \text{fliplr}(A)$  进行  $A$  阵关于垂直轴沿左右方向翻,得到

```
T =
     2     1
     4     3
```

2)  $T = \text{flipud}(A)$  进行  $A$  阵关于水平轴沿上下方向翻转,得到

```
T =
     3     4
     1     2
```

3)  $T = \text{rot90}(A)$  矩阵  $A$  逆时针方向旋转  $90^\circ$ ,得到

```
T =
     2     4
     1     3
```

#### 1.2.4.3 矩阵的特征值与特征向量

在 MATLAB 中, `eig` 函数用以计算矩阵的特征值与特征向量。其基本格式如下。

1)  $D = \text{eig}(x)$  返回变量为  $D$ , 是方阵  $x$  的特征值,在此  $x$  必须是方阵。

2)  $[V, D] = \text{eig}(x)$  同时返回特征值  $D$  和特征向量  $V$ 。其中  $D$  为对角阵,矩阵  $V$  的每一



列代表一个特征向量,与相应的特征值对应。即存在  $x * V = V * D$  关系。

例 1-1 已知矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

试求取矩阵  $A$  的特征值与特征向量。

解:应用 eig 函数进行求取,即

$$[V, D] = \text{eig}(A)$$

得到

$$V = \begin{bmatrix} -0.8246 & -0.4160 \\ 0.5658 & -0.9094 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -0.3723 & 0 \\ 0 & 5.3723 \end{bmatrix}$$

如果只求特征值,则可以运行

$$L = \text{eig}(A)$$

得到特征值为

$$L = \begin{bmatrix} -0.3723 \\ 5.3723 \end{bmatrix}$$

#### 1.2.4.4 向量与下标

##### 1. 向量的生成

(1)利用“:”可以生成向量。其基本格式为

$$A = n:i:m$$

当  $n < m$ 、 $i > 0$  时,将得到递增向量,其增量为  $i$ ;当  $n > m$ 、 $i < 0$  时,将得到递减向量,其增量为  $i$ 。

如输入

$$A = 1:0.2:2$$

得到向量

$$A = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.2000 & 1.4000 & 1.6000 & 1.8000 & 2.0000 \end{bmatrix}$$

又如输入

$$A = 8:-2:0$$

得到向量

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 6 & 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$i = 1$  时,增量  $i$  可略去。例如输入

$$A = 0:5$$

得到增向量