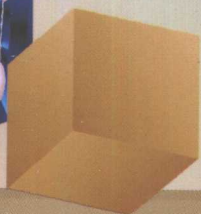
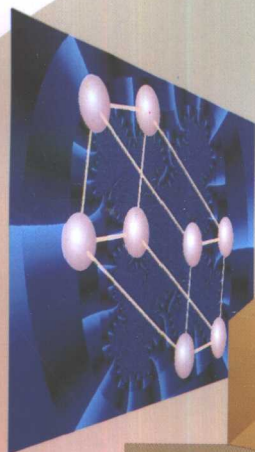


初中学习百例丛书



初中数学 疑难辨析 百例

浙江少年儿童出版社

初中数学疑难辨析百例

方炼 张国强 编著

浙江少年儿童出版社

责任编辑：饶虹飞

美术编辑：孙达明

封面设计：王大川

责任出版：崔志鹏

图书在版编目 (CIP) 数据

初中数学疑难辨析百例/方炼等编. —杭州:浙江少年儿童出版社, 2000. 8 (2001. 2 重印)

ISBN 7-5342-2212-5

I. 初… II. 方… III. 数学课-初中-教学参考资料
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 28075 号

初中数学疑难辨析百例

方炼 张国强 编著

浙江少年儿童出版社出版发行

(杭州体育场路 347 号)

杭新印务有限公司印刷 全国各地新华书店经销

开本 850×1168 1/32 印张 4.25 字数 80000 印数 6351—10385

2000 年 8 月第 1 版 2001 年 2 月第 2 次印刷

ISBN 7-5342-2212-5/G · 1241 定价: 5.70 元

写在前面

数学是一门基础性学科。它既为其他学科的学习提供基础知识和思想方法,又对学生智力的发展和健康个性的形成起着促进作用。学生在学习数学的过程中,可以不断提高逻辑思维能力、运算能力、空间想象能力和解决实际问题的能力,逐步学会观察、分析、综合、抽象、概括、归纳、演绎、类比等各种思维方法。但是,由于数学学科本身的特点,学生在学习的过程中,难免会产生一些疑惑和困难。其中,学生产生这些疑惑的一个重要原因是学生对某些概念和基本的运算方法未能正确地加以理解和区分,从而在解题的过程中,出现概念混淆、题意偏解、运算方法使用不当等一系列错误。如果不及时纠正这些错误,不但会影响以后的学习,还会挫伤学习的积极性。针对这一现象,我们编写了《初中数学疑难辨析百例》,供教师参考和学生自我检查用。

本书依据九年义务教育初中数学教学大纲的要求编写,在总结长期教学、教研实践经验的基础上,分章节筛选出学生最容易出错的问题,有针对性地进行了详尽的辨析与分析,帮助学生及时发现错误并及时改正。每章节配有相应的练习供教师和学生选用,书末附参考答案。

本书由中学高级教师方炼、张国强编写,由特级教师叶天碧审稿。

目 录

代数部分

一	有理数	1
二	整式的运算	7
三	一元一次方程与二元一次方程组	16
四	一元一次不等式与一元一次不等式组	22
五	因式分解	28
六	分式	34
七	数的开方与二次根式	39
八	一元二次方程	46
九	函数及其图象	57
十	统计初步	67

几何部分

一	线段与角	71
二	三角形	79
三	四边形	93
四	圆	103
五	初步空间图形	111
六	解三角形	116
练习题参考答案与提示		120

代数部分

一 有理数

有理数的概念和运算分别是数学中最基本的概念和最基本的运算. 它们不但在现实生活中有着广泛的应用, 而且是今后学习数学的重要基础. 在引出字母表示数和一次式的概念后, 有理数的概念和运算也由此抽象到式的概念和运算. 有理数的运算律是多项式的运算、解方程、解不等式的基础. 有关有理数的内容在从小学数学到中学数学、从数到式的过渡中起着承上启下的重要作用.

学习有理数过程中的疑难主要表现在: 相反意义的量的概念; 绝对值的概念和几何意义; 有理数的加减法和去(添)括号; 指数和幂的概念; 用代数式表示实际问题等.

例 1 判断下列说法是否正确.

- (1) 如果 $+150\text{ m}$ 表示上升 150 m , 那么 -100 m 表示下降了 100 m ;
- (2) 身高增加 3 cm 表示身高减少 -3 cm ;
- (3) 向西走了 10 千米和向东走了 5 千米是两个相反意义的量;
- (4) 存款增加 1000 元与存款减少 1000 元的意义相同;
- (5) 体重增加 3 千克与身高减少 3 厘米是两个相反意义的量.

辨析 初中数学一开始就引入“相反意义的量”这个概念并出现了“ $+$ ”号和“ $-$ ”号, 而在此前学的数不区别量的相反意义, 也不

带有符号,因此,初学时容易产生疑惑.

为了表示具有相反意义的量,我们把一种意义量规定为“+(正)”的,同时把与它相反意义的量规定为“- (负)”的.

解 (1) 对.

(2) 对. 如果 3 cm 表示身高增加 3 cm,那么身高减少 3 cm 可表示为 -3 cm,而减少 -3 cm 也即为增加 3 cm,这里含有相反再相反的意思.

(3) 对. 向东和向西是具有相反意义的,而相反意义的“量”并不要求量的大小相同,所以“10”和“5”这两个数不相同也没有关系.

(4) 错. 存款增加 1000 元与存款减少 1000 元是两个相同的量,但是这两个量的意义是不同的,一个表示增加,另一个表示减少.

(5) 错. 虽然增加与减少是具有相反意义,但本题中说的不是同一件事,一个指的是体重,另一个指的是身高,这是无法比较的两件事. 在对相反意义的量的规定中应注意“与它相反”一词,本题中体重增加的相反意义是体重减少.

注意 相反意义的量是指同一事件中并具有相反意义的量,且与这件事的量的大小无关.

例 2 判断下列说法是否正确.

- (1) 一个数的相反数一定是负数;
- (2) 一个数的绝对值一定不是负数;
- (3) 零是最小的有理数;
- (4) 正数和负数互为相反数;
- (5) 有理数 0 就是数轴上的原点.

辨析 (1) 错. 一个数的相反数不一定是负数,如 -3 的相反数是 $+3$ (正数), 0 的相反数是 0 (非负数).

(2) 对. 实数可分为正数、负数和零. “不是负数”意即“非负

数”，应为正数或零. 根据绝对值的意义：正数的绝对值是它自己；负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零. 所以一个数的绝对值一定是正数或零，即一定不是负数.

(3) 错. 在小学学过的数中，零是最小的. 但在有理数范围内，负数都比零小，所以零不是最小的有理数，也没有最小的有理数.

(4) 错. 除了零之外，互为相反数的两个数必须符合两个条件，符号相反且绝对值相同，所以正数和负数不一定互为相反数，如 5 和 -5 是互为相反数，但 5 和 -4 就不是互为相反数.

(5) 错. 有理数是“数”，而数轴是图形，两者有对应关系但没有等同关系. 正确的说法是：数轴上的原点表示有理数 0.

例 3 判断下列各题的解题过程的对错，并把错的纠正.

$$(1) (+8)+(-5)-(-1)=8-5-1=2;$$

$$(2) 17-20-15+21=17-5+21=17-26=-9;$$

$$\begin{aligned}(3) & -78.12+603+41\frac{17}{21}-\left(21.88-55\frac{4}{21}\right) \\&=524.88+41\frac{17}{21}-\left(21.88-55\frac{4}{21}\right) \\&=565\frac{887}{525}-\left(-33\frac{163}{525}\right)=565\frac{887}{525}+33\frac{163}{525}=600;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) & \left(-7\frac{2}{5}\right)\div 7+\left(-2\frac{3}{5}\right)\div 7+\left(-232\frac{1}{8}\right)\div 7+32\frac{1}{8}\div 7 \\&=-\frac{37}{35}+\left(-\frac{13}{35}\right)+\left(-\frac{1857}{56}\right)+\frac{257}{56} \\&=-\frac{24}{35}-\frac{1600}{56}=-\frac{24}{35}-\frac{200}{7}=-\frac{1024}{35};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) & 3^2-(-3)^3\times(-1)^{117}-0.06\div(-2)\div(-2) \\&=6-9\times(-117)-0.06\div(+1) \\&=6-(-1053)-0.06=1058.94.\end{aligned}$$

辨析 正确而熟练地进行有理数的运算是学习代数的基本要求. 学生在进行有理数的减法、求代数式和、去括号、混合运算等过程中比较容易产生差错.

(1) 错. 有理数的减法法则是减去一个数等于加上它的相反数, 所以 $(-5) - (-1)$ 应等于 $-5 + 1$.

(2) 错. 求代数和时一般先把同号的数相加, 题中可先把 17 与 21 相加, (-20) 与 (-15) 相加. 错解中把 -20 的“ $-$ ”号与 20 分离了, 变为 $20 - 15 = 5$ 后再加上“ $-$ ”号成 -5 , 实际上 $-20 - 15 = -35$, 后面一步也犯了同样的错误.

(3) 答案是对的, 但解法不恰当. 本题应利用加法交换律获得简便运算.

(4) 错. 除法可以变为乘法来进行, 即除以一个数等于乘以这个数的倒数, 再逆用乘法分配律进行计算.

(5) 错. 解的过程中有两个错误: 一是把乘法与乘方混淆, 如 3^2 不是 3×2 而是两个 3 相乘, 即 3×3 , 同样 $(-3)^3$ 是 3 个 (-3) 相乘等; 二是违反了运算顺序的规定, 即同级运算按照从左到右的顺序进行, 但错解中先计算了 $(-2) \div (-2)$, 从而造成错误.

正解 (1) $(+8) + (-5) - (-1) = 8 - 5 + 1 = 4$;

(2) $17 - 20 - 15 + 21 = 17 + 21 - 20 - 15 = 38 - 35 = 3$;

(3) $-78.12 + 603 + 41\frac{17}{21} - \left(21.88 - 55\frac{4}{21}\right)$

$$= 78.12 + 603 + 41\frac{17}{21} - 21.88 + 55\frac{4}{21}$$

$$= (-78.12 - 21.88) + \left(41\frac{17}{21} + 55\frac{4}{21}\right) + 603$$

$$= -100 + 97 + 603 = 600;$$

(4) $\left(-7\frac{2}{5}\right) \div 7 + \left(-2\frac{3}{5}\right) \div 7 + \left(-232\frac{1}{8}\right) \div 7 + 32\frac{1}{8} \div 7$

$$= \left(-7\frac{2}{5}\right) \times \frac{1}{7} + \left(-2\frac{3}{5}\right) \times \frac{1}{7} + \left(-232\frac{1}{8}\right) \times \frac{1}{7} +$$

$$32\frac{1}{8} \times \frac{1}{7}$$

$$= \left[\left(-7\frac{2}{5}\right) + \left(-2\frac{3}{5}\right) + \left(-232\frac{1}{8}\right) + 32\frac{1}{8}\right] \times \frac{1}{7}$$

$$=(-10-200) \times \frac{1}{7} = (-210) \times \frac{1}{7} = -30;$$

$$\begin{aligned} (5) \quad & 3^2 - (-3)^3 \times (-1)^{117} - 0.06 \div (-2) \div (-2) \\ &= 9 + 27 \times (-1) - (-0.03) \div (-2) \\ &= 9 - 27 - 0.015 = -18.015. \end{aligned}$$

例 4 用代数式表示.

(1) 甲、乙两人分别以每时 a 千米和 b 千米 ($a > b$) 的速度, 从相距 s 千米的两地同时出发. 若他们相向而行, 要多少时相遇? 若他们同向而行且乙在前, 则甲追上乙需多少时?

(2) 某车间要制造 a 个零件, 原计划每天制造 b 个, 问: 需几天完成? 如果每天比原计划多制造 c 个, 那么可提前几天完成?

(3) 某船顺流航行的速度为 m 千米/时, 逆流航行的速度为 n 千米/时, 甲、乙两码头相距 20 千米. 问: 该船往返一次需几时? 往返一次的平均速度是多少? 该船的静水速度是多少?

(4) a 千克盐和 b 千克水混合成的盐水的盐的质量分数是多少? 若再加入盐的质量分数为 30% 的盐水 c 千克后, 新的盐水中含盐多少千克?

辨析 解此类问题的关键是先搞清楚数量关系, 再结合题中所给的条件进行分析. 数量关系如: ①路程 = 速度 $\times$ 时间, 平均速度 = 总路程 / 总时间; ②工作总量 = 工作效率 $\times$ 工作时间; ③盐水的质量 = 盐的质量 + 水的质量, 盐的质量分数 = 盐的质量 / 盐水质量, 水的质量分数 = 1 - 盐的质量分数; ④本金 $\times$ 利率 = 利息, 本金 + 利息 = 本息.

解 由以上数量关系可得:

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{s}{a+b}, \frac{s}{a-b}; \quad (2) \quad \frac{a}{b}, \frac{a}{b} - \frac{a}{b+c}; \quad (3) \quad \frac{20}{m} + \frac{20}{n}, \frac{40}{\frac{20}{m} + \frac{20}{n}}, \\ & \frac{m+n}{2}; \quad (4) \quad \frac{a}{a+b} \times 100\%, a+c \times 30\%. \end{aligned}$$

练习一

1. 填空.

(1) 如果一个物体向东运动 50 m 记作 50 m, 那么 -20 m 表示_____.

(2) 一潜水艇所在的高度是 -80 m, 如果它再下潜 20 m, 所在的高度表示为_____.

2. 判断(对的打“√”, 错的打“×”).

(1) 数轴上到原点的距离是 5 的点只有一个. ()

(2) $-|a|$ 一定是非正数. ()

(3) 数轴上左边的数表示负数, 右边的数表示正数. ()

3. 计算.

$$(1) \left(-2\frac{1}{2}\right) \div (-5) \times \left(-3\frac{1}{3}\right).$$

$$(2) \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{13} - \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{13}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right).$$

$$(3) \left\{4\frac{1}{6} + \left[-(-5)^2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 - \frac{1}{3}\right]\right\} \div 5\frac{2}{3}.$$

$$(4) [-23^8 - (-1)^7 + (-23)^8] \\ \times \left[-1\frac{3}{4} \div 3\frac{1}{2} \times \left(-10\frac{1}{2}\right) - 5^3\right].$$

4. 用代数式表示.

(1) x 的一半与 y 的 2 倍的和.

(2) 长是 m , 宽是 n 的矩形的周长.

(3) 一个三位数, 它的百位数字是 a , 十位数字是 b , 个位数字是 a 与 b 的积, 这个三位数是多少?

(4) 中间一个数是 $2n+1$ 的三个连续奇数的和.

(5) A, B 两地相距 m 千米, 甲每时走 a 千米, 乙每时比甲多走 b 千米. 问: 乙从 A 地走到 B 地需要多少分?

5. 用代数式表示下列应用题的解.

- (1) 甲、乙两地相距 s 千米, 汽车以每时 a 千米的速度从甲地开往乙地, 求 $t \left(t \leq \frac{s}{a} \right)$ 时后汽车所在的位置与乙地间的距离.
- (2) 含糖 20% 的 m 克糖水中再加入 n 克糖, 求这时糖水的浓度.
- (3) 两台抽水机, 甲每时能抽水 a 立方米, 乙每时能抽水 b 立方米, 两台抽水机共同抽水 p 立方米, 需要多少时?
- (4) 完成某项工程, 甲独做要 a 时完成, 乙独做所需时间比甲独做多 2 时. 若甲、乙合做 x 时后, 乙又做了 y 时, 求两人共同完成的工作量.
- (5) A, B 两地相距 s 千米, 一轮船从 A 地到 B 地的速度是每时 a 千米, 返回的速度比去时的速度每时快 2 千米. 这艘船在 A, B 两地往返一次, 共需多少时?

二 整式的运算

单项式、多项式、整式、同类项、底数、指数、系数、幂等概念的出现及整式运算, 是将算术中的运算推广到整式中的运算, 它是认识上的一次飞跃.

学习整式的运算过程中的疑难主要表现在: 合并同类项; 同底数幂的乘除法、乘方、开方、积的乘方; 多项式与多项式的乘除; 化简含有绝对值符号的代数式; 整式运算的法则; 公式的逆向运用等. 如何运用换元法促进转化, 达到化难为易的目的也是学习数学的一种重要思想.

例 5 化简.

$$(1) 3x - (x - 2x + 3);$$

$$(2) -2(x-4)+(-3x+x+4).$$

错解 (1) $3x-(x-2x+3)=3x-x-2x+3=3;$

$$(2) -2(x-4)+(-3x+x+4)$$

$$=-2x-4-3x+x+4=-4x.$$

辨析 去括号法则是:当括号前是“+”号时,把括号和它前面的“+”号去掉,括号里的各项都不变;当括号前是“-”号时,把括号和它前面的“-”号去掉,括号里的各项都改变符号;当括号前面有数时,这个数与括号是相乘的关系,将此数与括号里的每一项都相乘. 错解(1)中,括号内只有一项变号,另两项没有变号,违反了括号前是“-”号的去括号法则. 错解(2)中, -2 只与括号内的第一项 x 相乘得 $-2x$,而漏了 -2 也应与 -4 相乘.

正解 (1) $3x-(x-2x+3)=3x-x+2x-3=4x-3;$

$$(2) -2(x-4)+(-3x+x+4)$$

$$=-2x+8-3x+x+4=-4x+12.$$

例 6 已知: $a>0, b<0$, 化简: $|4-b|-|b-a|-|3+a|$.

错解 $\because a>0, b<0,$

$$\therefore 4-b>0, b-a<0, 3+a<0,$$

$$\therefore |4-b|-|b-a|-|3+a|$$

$$=4-b+b-a-3+a=1.$$

辨析 对绝对值的意义的理解是解本题的关键:当 $a>0$ 时, $|a|=a$;当 $a=0$ 时, $|a|=0$;当 $a<0$ 时, $|a|=-a$. 这里的字母 a 具有广泛的意义,它可以是一个数、一个字母、一个式子等. 由 $a>0, b<0$ 可知 $4-b>0$, 则 $|4-b|=4-b$; $b-a<0$, 则 $|b-a|=-(b-a)$; $3+a>0$, 则 $|3+a|=3+a$. 这里的 $4-b, b-a, 3+a$ 都是一个整体,去掉绝对值符号时应添加括号.

正解 $\because a>0, b<0,$

$$\therefore 4-b>0, b-a<0, 3+a>0,$$

$$\therefore |4-b|-|b-a|-|3+a|$$

$$\begin{aligned}
 &= (4-b) - [-(b-a)] - (3+a) \\
 &= 4-b+b-a-3-a=1-2a.
 \end{aligned}$$

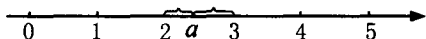
例 7 若 a 是有理数, 求 $|a-3|+|a-2|$ 的最小值.

错解 因为绝对值最小的有理数是零, 所以当 $a=0$ 时, $|a-3|+|a-2|$ 有最小值 5.

辨析 绝对值最小的有理数是零. $|a-3|$ 最小是零 (这时 $a=3$), 而 $|a-2|$ 最小也可以是零 (这时 $a=2$). 但 $|a-3|$ 和 $|a-2|$ 不可能同时为零. 另一方面 $a=0$ 时, $|a-3|+|a-2|=5$ 也不是最小. 事实上不妨用 $a=1$ 代入得 $|a-3|+|a-2|=3<5$.

正解 根据绝对值的意义: 从数轴上看, 一个数的绝对值就是表示这个数的点离开原点的距离. $|a-3|$ 就是表示 a 的点与表示 3 的点之间的距离, $|a-2|$ 就是表示 a 的点与表示 2 的点之间的距离, 则 $|a-3|+|a-2|$ 表示这两个距离的和.

如图, 从数轴上看, 当 $2 \leq a \leq 3$ 时, $|a-3|+|a-2|=1$ 最小.



注意 数形结合的解题方法是中学数学的基本方法之一.

例 8 计算.

- | | |
|-------------------------|-----------------------------------|
| (1) $a^n \cdot a^3$; | (2) $a^m \cdot a^n \cdot a$; |
| (3) $(a^{m+2})^{m-2}$; | (4) $[(a-b)^2]^3(b-a)^3$; |
| (5) $[-3(a^2b)^2]^3$; | (6) $[-2(a+b)^2]^3[4(a+b)^3]^2$. |

错解 (1) $a^n \cdot a^3 = a^{3n}$;

(2) $a^m \cdot a^n \cdot a = a^{m+n}$;

(3) $(a^{m+2})^{m-2} = a^{(m+2)(m-2)} = a^{2m}$;

(4) $[(a-b)^2]^3(b-a)^3 = (a-b)^6(b-a)^3 = (a-b)^9$;

(5) $[-3(a^2b)^2]^3 = (-3a^4b^2)^3 = -9a^{12}b^6$;

(6) $[-2(a+b)^2]^3[4(a+b)^3]^2$
 $= -8(a+b)^6(a+b)^6 = -8(a+b)^{12}.$

辨析 同底数幂相乘,底数不变,指数相加,而错解(1)中底数虽未变,但是把指数相乘了,产生错误.(2)中第三个因式 a 的指数是1,只是省略了,错解(2)中误认为 a 的指数是0.

幂的乘方,底数不变,指数相乘,运算中要注意符号,而错解(3)误用了同底数幂相乘的法则,把 $(m+2)+(m-2)=2m$ 当做幂的指数.(4)中符号处理失误,把 $(b-a)^3$ 等同于 $(a-b)^3$,产生 $(a-b)^6(b-a)^3=(a-b)^9$ 的错误结果.

积的乘方,等于把积的每一个因式分别乘方,再把所得的幂相乘.错解(5)中 -3 的乘方运算错了.错解(6)中遗漏了系数 (-2) 与 4 的乘方运算.

在进行幂的运算时要仔细判断类型并正确使用相应的公式和法则.当字母较多时更要防止疏漏.

正解 (1) $a^n \cdot a^3 = a^{3+n}$;

(2) $a^m \cdot a^n \cdot a = a^{m+n+1}$;

(3) $(a^{m+2})^{m-2} = a^{(m+2) \times (m-2)} = a^{m^2-4}$;

(4) $[(a-b)^2]^3(b-a)^3 = (a-b)^6(b-a)^3$
 $= (a-b)^6[-(a-b)]^3 = -(a-b)^9$;

(5) $[-3(a^2b)^2]^3 = (-3a^4b^2)^3 = -27a^{12}b^6$;

(6) $[-2(a+b)^2]^3[4(a+b)^3]^2$
 $= [-8(a+b)^6][16(a+b)^6] = -128(a+b)^{12}$.

例9 计算.

(1) $(2a^3)(4a^3)$; (2) $(-5x^{n+1}y)(-2x)$;

(3) $(-4x^2y)(-x^2y)(-0.5y^3)$;

(4) $(-3ab)(-a^3b^2)6ac^2$.

错解 (1) $(2a^3)(4a^3) = 8a^3$;

(2) $(-5x^{n+1}y)(-2x) = 10x^{n+1}y$;

(3) $(-4x^2y)(-x^2y)(-0.5y^3) = 2x^4y^5$;

(4) $(-3ab)(-a^3b^2)6ac^2 = 18a^5b^3$.

辨析 单项式相乘,用它们的系数的积作为积的系数;对于相同的字母,用它们的指数的和作为积里这个字母的指数;对于只在一个单项式里含有的字母,则连同它的指数作为积的一个因式. 错解(1)中字母 a 的指数没有相加;错解(2)中疏忽了第二个单项式 $-2x$ 中的指数是 1;错解(3)符号有误;错解(4)没有把第三个单项式中单独出现的字母 c 连同它的指数移到积里去.

正解 (1) $(2a^3)(4a^3)=8a^6$;

(2) $(-5x^{n+1}y)(-2x)=10x^{n+2}y$;

(3) $(-4x^2y)(-x^2y)(-0.5y^3)=-2x^4y^5$;

(4) $(-3ab)(-a^3b^2)6ac^2=18a^5b^3c^2$.

例 10 若 $(2x^5-4x^4-3x^3+7x^2-x-6)(3x^7-2x^5-5x^4+2x^3+x^2-2x-1)$ 的结果为 s . (1) 求 s 中含 x^9 项的系数; (2) 如果把 s 按 x 的降幂排列,求其前四项.

辨析 多项式与多项式相乘,先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项,再把所得的积相加. 当求某一项的系数时,不必每一项都乘出来,只要求对应项的系数的乘积. 如第(1)题,欲求 x^9 的项的系数,只要把被乘式中含 x^5, x^4, x^2 的项的系数分别与乘式中的含 x^4, x^5, x^7 的项的系数相乘,然后求其和即可.

解 (1) s 中含 x^9 的项的系数为:

$$2 \times (-5) + (-4) \times (-2) + 7 \times 3 = 19.$$

(2) 设 s 的前四项分别为 $a_1x^{12}, a_2x^{11}, a_3x^{10}, a_4x^9$, 则有:

$$a_1 = 2 \times 3 = 6; \quad a_2 = (-4) \times 3 = -12;$$

$$a_3 = 2 \times (-2) + (-3) \times 3 = -13; \quad a_4 = 19.$$

所以 s 的前四项分别为 $6x^{12}, -12x^{11}, -13x^{10}, 19x^9$.

例 11 计算.

(1) $(3a+2)(3b-2)$; (2) $(2b+5)(2b-5)$;

(3) $\left(3x^2y + \frac{1}{2}y^2\right)\left(\frac{1}{2}y^2 - 3x^2y\right)$;

$$(4) (-4a-bc)(4a-bc).$$

错解 (1) $(3a+2)(3b-2)=9ab-4$;

(2) $(2b+5)(2b-5)=4b^2-5$;

$$(3) \left(3x^2y + \frac{1}{2}y^2\right) \left(\frac{1}{2}y^2 - 3x^2y\right) \\ = (3x^2y)^2 - \left(\frac{1}{2}y^2\right)^2 = 9x^4y^2 - \frac{1}{4}y^4;$$

(4) $(-4a-bc)(4a-bc)=(4a)^2-(bc)^2=16a^2-b^2c^2$.

解析 本题是根据平方差公式的条件,合理运用平方差公式进行计算.平方差公式是:两个数的和与这两个数的差的积等于这两个数的平方差.错解(1)中, $3a$ 与 $3b$ 不是同一个数,不符合运用平方差公式的条件,应按一般的多项式乘多项式的方法计算;错解(2)中的 5 没有平方;错解(3)和(4)虽符合应用平方差公式的条件,但是没有认清公式中的“两数”在题中是对应哪两个数,导致计算错误.

正解 (1) $(3a+2)(3b-2)=9ab+6b-6a-4$;

(2) $(2b+5)(2b-5)=4b^2-25$;

$$(3) \left(3x^2y + \frac{1}{2}y^2\right) \left(\frac{1}{2}y^2 - 3x^2y\right) \\ = \left(\frac{1}{2}y^2\right)^2 - (3x^2y)^2 = \frac{1}{4}y^4 - 9x^4y^2;$$

(4) $(-4a-bc)(4a-bc)=(-bc)^2-(4a)^2=b^2c^2-16a^2$.

例 12 计算.

(1) $(a+2b)^2$; (2) $(3x-y)^2$;

(3) $(3x-4y)^2$; (4) $(-x-5y)^2$.

错解 (1) $(a+2b)^2=a^2+4b^2$;

(2) $(3x-y)^2=6x^2-2xy+y^2$;

(3) $(3x-4y)^2=9x^2-12xy+16y^2$;

$$(4) (-x-5y)^2 = (-x)^2 - 2(-x)(-5y) + (-5y)^2 \\ = x^2 - 10xy + 25y^2.$$