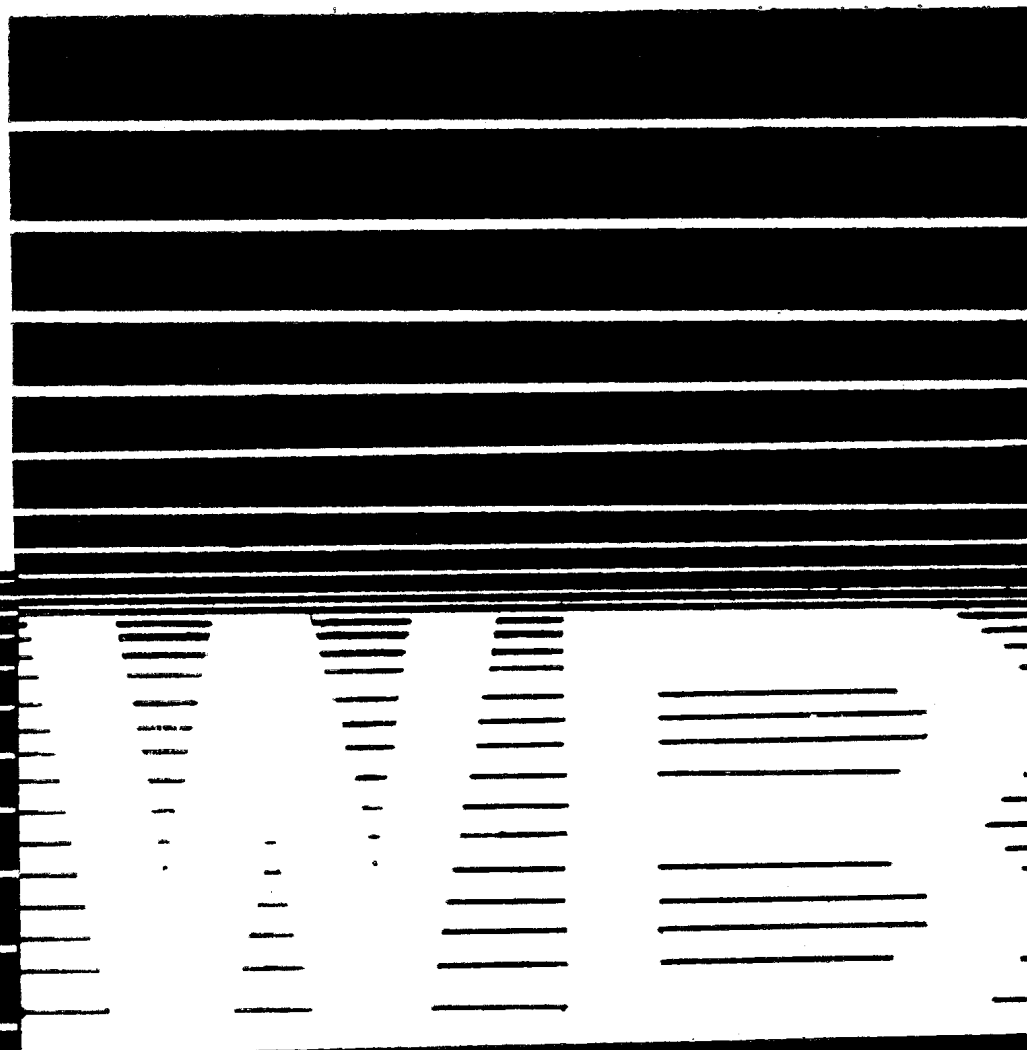


高等院校教材

微波天线基础

张德齐 编著



内 容 简 介

本书是在讲述天线的基本原理和参数、接收天线理论以及口径面天线绕射理论和对远区场方向性分析的基础上,系统地讨论了对称振子、缝隙天线、耦合振子和地面影响、阵列天线的分析和综合、喇叭天线、抛物反射面天线以及卡塞格伦天线等方面的理论和实际应用。本书还对几种常用的宽频带天线、新近发展起来的微带天线和实用价值较大的单脉冲天线进行了简明扼要的介绍。

本书可作为工科电子类微波技术专业本科生的教材,并可作为电子工程和无线电技术等专业的本科生和研究生的参考书。此外,本书也可供无线电研究人员和工程技术人员阅读。

本书由宋丽川教授主审,经兵器工业部第一教材编审委员会微波技术编审小组于八四年六月召开的全体会议审定,同意作为教材出版。

责任编辑 阎润卿

微 波 天 线 基 础

张德齐 编著

*

北京工业学院出版社出版
新华书店北京发行所发行
北京工业学院印刷厂印装

*

开本: 787×1092 1/16 印张: 25 插页: 1 字数: 580 千字

1985年8月第一版 1985年8月第一次印刷 印数: 0001—7000册

统一书号: 7434·12 定价: 4.85元

前 言

本书是根据编者多年来在北京工业学院讲授《微波天线》课的讲义，并参照全国工科电子类微波技术专业《天线原理》课的编写大纲及要求，重新改编而成。

本书由兵器工业部教材编辑室第一教材编审委员会聘请北京航空学院宋丽川教授担任主审。宋教授审阅了本书的全稿，提出了修改意见，并经该委员会微波技术编审小组审定后推荐出版。

使用本书所需的参考教学时数为 80 学时。本书从内容上讲可概括为五个部分：（一）第一章是天线的基础知识，即用场的观点对天线进行分析和计算；其中，电磁场基础和辐射问题中关于电磁场的解等内容属于复习性质。这一章的重点是以线天线为例，对天线远区辐射场进行分析和计算以及对天线电参数的定义进行讲述。（二）第七章和第八章是讲述面天线绕射场的分析方法、口径面天线的远区辐射场和面天线电参数的计算方法，以及口径面上场源的幅度和相位在不同分布情况下对天线辐射性能的影响。（三）第二章至第五章系统地讲述了对称振子、缝隙天线、耦合振子和阵列天线的辐射性能，以及它们的输入阻抗的分析和计算方法。此外，还讲述了常用的阵列天线综合方法、对称振子及阵列天线的馈电方法，并用互易原理分析了接收天线的等效电路及电参数。（四）第九章至第十一章讲述了微波频段常用的喇叭天线、抛物形单反射面天线及卡塞格伦双反射面天线的分析方法，并概述了它们在实用中的一些问题，以及具有特种波束的反射面天线。（五）第六章和第十二章概述了几种常用的宽频带天线、新近发展起来的微带天线及实用价值较大的单脉冲天线。

本书比较侧重于天线的基本概念、基本原理及基本特性的叙述。在数学推导上力求准确，但不过分追求数学上的严密性，有些地方从实际应用出发，采用了近似计算方法。另外，对常用的宽频带天线及具有特种波束的反射面天线只作了知识性的介绍，目的是使读者能对它们有个基本认识。书末附有一定数量的习题，它有助于初学者加深理解所学的内容。

最后再说明如下几点。参加本书审阅工作的还有北京航空学院的吕善伟副教授、华东工程学院的陈忠嘉副教授和方大纲同志。他们都提出了许多宝贵意见。本书在编写过程中，北京工业学院的刘静贞副教授、刘瑞祥和康行健同志也提出了许多宝贵意见。此外，还得到北京工业学院微波技术教研室同志们们的热情支持。在此特向他们表示衷心的感谢。由于编者水平有限、编写时间短促，书中难免存在一些缺点和错误，殷切希望广大读者批评指正。

编 者

1985 年 1 月

目 录

绪 论.....	1
----------	---

第一章 天线的基本原理和参数

§ 1-1 引言.....	5
§ 1-2 电磁场问题的基础.....	5
§ 1-3 辐射问题中麦克斯韦方程的解.....	9
§ 1-4 电偶极子.....	13
§ 1-5 天线的远区辐射场和远区条件.....	16
§ 1-6 线性天线的辐射场.....	20
§ 1-7 天线的方向性函数.....	23
§ 1-8 天线的波瓣图和它的参数.....	28
§ 1-9 天线的方向性系数和增益.....	31
§ 1-10 天线的阻抗和效率.....	35
§ 1-11 天线的极化.....	36

第二章 对称振子和缝隙天线

§ 2-1 引言.....	39
§ 2-2 对称振子上的电流分布.....	39
§ 2-3 对称振子的远区辐射场和波瓣图.....	42
§ 2-4 对称振子的阻抗.....	45
§ 2-5 线振子的馈电和对称转换设备.....	51
§ 2-6 磁偶极子和电流环的辐射场.....	58
§ 2-7 对偶性原理和巴俾涅原理.....	64
§ 2-8 缝隙天线.....	67
§ 2-9 波导缝隙天线.....	70
§ 2-10 波导缝隙天线的等效导纳.....	71

第三章 接收天线的理论

§ 3-1 引言.....	79
§ 3-2 互易原理及其在天线中的应用.....	80
§ 3-3 接收天线的电参量.....	84

§ 3-4 天线噪声	88
------------------	----

第四章 耦合振子和地面影响

§ 4-1 引言	89
§ 4-2 两个无方向性辐射元的辐射场	91
§ 4-3 两耦合振子的辐射场和方向性乘积定理	93
§ 4-4 耦合振子阻抗的分析	95
§ 4-5 用感应电动势法求相互辐射阻抗	98
§ 4-6 折合振子	102
§ 4-7 八木天线	106
§ 4-8 镜象原理	109
§ 4-9 单极天线	111
§ 4-10 地面对天线方向性的影响	111
§ 4-11 实际地面对天线方向性的影响	114

第五章 阵列天线的分析与综合

§ 5-1 引言	119
§ 5-2 均匀线阵的阵函数	120
§ 5-3 等幅同相激励线阵的阵函数分析	124
§ 5-4 等幅同相激励线阵的方向性参数	127
§ 5-5 相位线性渐变的线阵和线阵的波束偏移	134
§ 5-6 辐射元的元函数对均匀线阵的影响	140
§ 5-7 单元上电流幅度分布不均匀对线性天线阵方向性的影响	142
§ 5-8 契比雪夫多项式及其特征	143
§ 5-9 单元电流幅度渐变的线性天线阵的阵函数	146
§ 5-10 最佳设计的线性天线阵	149
§ 5-11 非均匀间距天线阵简介	153
§ 5-12 波导缝隙天线阵	155
§ 5-13 单元为矩形间隔排列的平面天线阵	158
§ 5-14 平面天线阵中天线的辐射元的排列、阵面的形状和馈电	162
§ 5-15 电扫描天线简介	167

第六章 几种常用的微波天线

§ 6-1 引言	171
§ 6-2 行波天线	171
§ 6-3 圆柱形螺旋天线	174
§ 6-4 天线的带宽和宽频带天线	181

§ 6-5 等角螺旋天线·····	183
§ 6-6 对数周期天线·····	186
§ 6-7 对数周期振子天线·····	190
§ 6-8 微带天线·····	193

第七章 口径面天线的绕射理论

§ 7-1 引言·····	196
§ 7-2 惠更斯-夫累涅尔原理·····	197
§ 7-3 等效(性)原理·····	199
§ 7-4 惠更斯源·····	200
§ 7-5 平面口径上的场为任意分布时天线的远区辐射场·····	204
§ 7-6 用矢量位法求面天线的远区辐射场·····	208
§ 7-7 夫累涅尔绕射的基尔霍夫公式·····	216

第八章 口径面天线的远区场

§ 8-1 引言·····	220
§ 8-2 等幅同相矩形口径面天线的远区辐射场·····	221
§ 8-3 等幅同相圆形口径面天线的远区辐射场·····	225
§ 8-4 口径面上的场幅度为渐变分布时对方向性的影响·····	229
§ 8-5 平面口径天线的绕射场的增益与面积利用系数·····	233
§ 8-6 口径面上场的相位产生偏移时对天线辐射场的影响·····	236

第九章 喇叭天线

§ 9-1 引言·····	243
§ 9-2 波导口径面天线的辐射场·····	245
§ 9-3 喇叭内电磁场的分布·····	246
§ 9-4 喇叭口径面上的场分布·····	252
§ 9-5 喇叭天线的辐射特性·····	255
§ 9-6 喇叭天线的设计方法·····	265

第十章 抛物形反射面天线

§ 10-1 引言·····	268
§ 10-2 抛物面天线的 f/D 值的选定、空间衰减因子及截获效率·····	271
§ 10-3 馈源辐射场的一般表达式·····	275
§ 10-4 抛物面天线口径面上场分布的计算·····	279
§ 10-5 旋转抛物面天线的远区辐射场·····	283
§ 10-6 抛物面天线的增益·····	286

§ 10-7	喇叭馈源抛物面天线的远区辐射场	292
§ 10-8	喇叭馈源抛物面天线的电参数	298
§ 10-9	抛物面天线的馈源	303
§ 10-10	抛物面天线的反射场对馈源的影响	306
§ 10-11	抛物面天线的结构	309
§ 10-12	抛物面天线的机械公差	312

第十一章 卡塞格伦天线和特种波束天线

§ 11-1	引言	3-17
§ 11-2	卡塞格伦天线的工作原理	318
§ 11-3	卡塞格伦天线的分析方法	321
§ 11-4	空间衰减因子和遮挡效应	324
§ 11-5	卡塞格伦天线的增益和效率	328
§ 11-6	扇形波束的反射面天线	330
§ 11-7	余割平方波束的反射面天线	333

第十二章 单脉冲天线

§ 12-1	引言	337
§ 12-2	馈源横向偏焦抛物面天线口径面上的相位偏移	338
§ 12-3	圆锥扫描天线	340
§ 12-4	单脉冲天线的工作原理和其参数	345
§ 12-5	单脉冲天线的分析方法	349
§ 12-6	四喇叭单脉冲天线“和”波束特性的分析	350
§ 12-7	四喇叭单脉冲天线“差”波束特性的分析	354
§ 12-8	影响单脉冲天线精度的因素	357
§ 12-9	“和”及“差”的矛盾与解决的方法	359

习题

参考书目

附录

I.	矢量	370
II.	一些常用的数学公式	373
III.	Hallen 电流积分方程	376
IV.	耦合振子互阻抗计算图	378
V.	契比雪夫分布——在不同 n 值和 ξ 值情况下辐射元上的电流幅度分布	379
VI.	式(7-51)和式(7-52)的推导	381
VII.	格林定理和波动方程的通解	383
VIII.	式(10-94)的推导	388
IX.	式(10-112)的推导	390

绪 论

在很久以前的年代，人们在相距较远的两地间应用鼓、号角等作为传递信息的工具；后来，随着距离的增加，人们在白天利用烽火、旗语的方法，夜晚利用信号灯的方法来传递信息。但是，用这些方法传递信息的距离，都因人们听视能力的局限性而受到一定的限制。到了近代，当人们发现了电以后，便开始利用电磁波作为两地间的通信手段。若不同地点之间，借助于其间的传输线，并利用电信号来完成信息的传递，这种方法称为有线传输，习惯上简称“有线电”；若不同地点之间不借助任何传输线，而是依靠在自由空间内传播的电磁波来完成信息的传递，这种方法称为无线传输，习惯上简称“无线电”。根据无线电通信方法而制造出的全套装置称为无线电设备，而天线是各种无线电系统或设备中必不可少的重要组成部分。

凡能有效地辐射或接收空间电磁波的装置均称为天线。换言之，天线具有将传输线上的导行波转换为“自由空间”电磁波的功能，或与此相反的功能。这样，就可使不同地点之间，即使没有任何传输线，也仍能传递信息。

我们以雷达为例来阐明天线的功能。雷达是利用无线电波的反射现象来发现目标，以及测定目标在空间坐标中的位置的无线电设备。收发共用一个天线的脉冲制雷达系统的主要组成部分如图 1 所示。发射机在定时器的控制下产生一系列高功率

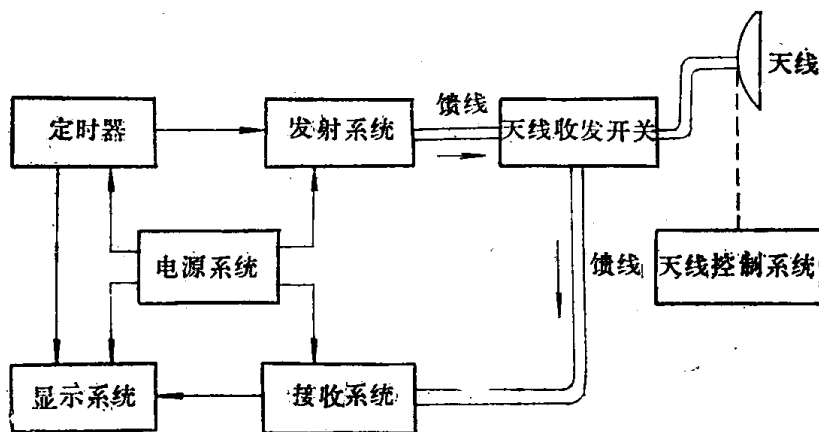


图 1 雷达主要组成部分的方框图

的高频脉冲，经馈线并通过收发开关送到天线。这时沿馈线传输的高频电磁能量经天线转换为向空间的指定空域内辐射的电磁波。辐射的电磁波在自由空间中传播着，当它碰到目标后，即产生散射，其中一小部分能量返回雷达站，并被天线所接收。这时，天线再把接收到的空间电磁波的能量转换为高频电流或导行的电磁波能量，经馈线和通过收发开关进入接收机，最后，由显示器把从目标返回的脉冲信号在萤光屏上显示出来，并把它与发射脉冲相比较，从而测得目标的距离和方位。因此，当把天线用作发射天线时，是将传输线上的导行波转换为向自由空间传播的电磁波；而当把它用作接收天线时，又将自由空间传播来的电磁波还原为沿馈线传输的高频电流或导行的电磁波能量。

对于雷达来说，不仅要求天线具有能量转换的功能，而且还要求它能把辐射的能量集中到一定的方向上，使该方向上的辐射最强，以形成定向辐射；这样，才能使雷达确定目标的

位置。另外，对于担负着不同战术任务的雷达来说，由天线辐射出去的电磁波能量的集中情况也不完全相同。例如，要求远程警戒雷达天线辐射出的电磁波能量在方位方向上比较集中，而在俯仰方向上却比较分散些，以期形成一种扁形波束。但对于炮瞄跟踪雷达而言，因它的主要任务是把搜索到的目标位置参量（如距离、方位角、俯仰角）迅速地、精确地测量出来，然后，再把这些数据送到指挥系统，并使该系统自动地跟踪目标。这就要求它的天线辐射出的电磁波能量尽可能集中在一个较小的立体角内，以形成针状波束。

综上所述，天线除具有将无线电设备中馈线上的导行电磁波能量转换为在自由空间内传播的电磁波的能量功能（或与此相反的功能）外，它还应具有按无线电设备的用途和要求能在指定的空域内辐射（或接收）电磁波能量的功能。完成上述功能，就必然会对天线提出一系列的要求，例如，能量的转换效率要高，应在指定的空域内辐射；而且，对使用的工作频段和带宽也要提出相应的要求，等等。表述这些要求的电指标，称为天线的参数，并根据这些参数来评价和设计天线。

从理论上讲，载有任何频率的时变电流的导线，都有向空间辐射电磁波的功能。但实际上，当频率很低时，这种导线的辐射功能很弱；而只有当频率甚高时才能有效地辐射电磁波。因此，用作“无线电波”的频率如表一所示：

表一 无线电频段

3KHz	30KHz	300KHz	3MHz	30MHz	300MHz	3GHz	30GHz	300GHz
VLF	LF	MF	HF	VHF	UHF			
100Km	10Km	1Km	100m	10m	1m	10cm	1cm	1mm
超长波		长波	中波	短波	米波	分米波	厘米波	毫米波
					超短波		微波	

上述的无线电波的频谱是人类的重要资源之一，而天线则是开发这种资源的有力“助手”之一。天线技术的发展和简史如下。

天线技术的发展和无线电电子学技术的发展同时并进的，而且在很大程度上取决于无线电电子学技术的研究成果及其应用范围。从麦克斯韦于1873年发表了严密的电磁理论之后，就奠定了天线的理论基础。赫芝于1887~1889年用实验方法证实了麦克斯韦的电磁理论（即关于电磁波的产生和其传播的论断），并提出了赫芝偶极子天线。1895年波波夫展出了他制作的接收无线电波的装置；而后，于1897年他又首先在第一个无线电系统中使用了接地天线，并用它将电信号从离岸三哩的舰船上传播到岸上。与此同时，马可尼也在研究商业用的无线电设备，并于1901年建造了第一个使电磁波能穿越大西洋以完成无线电通信用的发射天线，这是一个接地天线。在此期间，由于受火花式发射机的频率和功率的限制，无线电通信的波长都是应用长波，而且天线的发展也是缓慢的。约在1920年，当三极电子管发明以后，应用电子管产生的连续波的振荡频率可达1MHz，无线电通信和广播使用的波长已达到中波波带，这时，各种谐振长度的天线才得到了进一步的发展。1925年前后，当发现了短波波段的电磁波经过电离层的反射可以作为远距离通信之后，在天线技术中又出现了一系列的新型定向短

波天线，如半波振子的天线阵、菱形天线、V形天线等。二十世纪三十年代以后，随着电视、调频制广播的出现，要求天线有较宽的频带及无线电波的波长向更短的方向发展，此时，在无线电设备中开始使用了超短波波段，同时也就出现了特殊结构的天线，如蝙蝠翼式天线等；同时，超短波的定向天线也相继问世。三十年代中期，由于速调管和磁控管振荡器的发明，以及二次世界大战中雷达的出现，各种新型的微波天线，如喇叭天线、抛物面天线、透镜天线等开始发展起来。微波波段的电磁波具有似光特性，这就对射电天文学、航天无线电技术、卫星通信、定位、导航等方面的研究和应用提供了广阔的前途。因此，当无线电技术的使用频段扩展到微波波段后，无线电技术的应用范围日益广泛。这样一来，在微波天线领域中，不但出现了许多新式样的天线，如螺旋天线、对数周期天线、微带天线等，同时还出现了许多具有特殊功能的天线系统，如单脉冲天线、电扫描天线、多波束天线、综合孔径天线、以及自适应天线等。微波天线也就逐渐形成了天线中的一个重要分支。

从天线在无线电设备中使用的地位来看，天线基本上可分为发射天线及接收天线两类。从无线电技术的发展史来看，一些人又把天线按工作频段划分为超长波、长波、中波、短波、超短波和微波天线。也可以按使用的目的将天线划分为通信天线、广播天线、电视天线、雷达天线等；也可以按天线的外形对天线进行分类，如对称和不对称的偶极子天线、T形天线、菱形天线、环形天线、螺旋天线、喇叭天线、反射面天线、以及透镜天线等。我们也可以按天线的结构形状将天线划分为线天线和面天线。由于天线的分析方法与它的结构形状有很大的关系，因此，若将天线的分类按结构形状和分析方法来划分，对学习天线的基本原理会有更大的方便。

线天线是指由导线构成的天线（如偶极子、对称和不对称振子、环状天线、螺旋天线、折合振子、八木天线、缝隙天线以及由它们所组成的天线阵等）。前者分析方法的特点是，可以较精确地假设导线上的电流分布，并从其上的电流分布计算空间的辐射场和阻抗特性；同时，这一类天线除可在超短波和微波频段使用外，还广泛用于其它频段的各种无线电设备中。变形的线天线（如缝隙天线），其分析方法的特点是，应用对偶性原理，并以等效源（如偶极子）代替实际的变形天线来计算远区辐射场，这种天线主要应用于超短波中的高频段和微波波段的无线电设备中。

面天线一般是指由金属曲面或含有特殊形状的介质体构成的天线，如喇叭天线、反射面天线、透镜天线、表面波天线等。这一类天线通常都具有一个辐射口径面，口径面的几何尺寸较工作波长长得多；从结构型式看，它们有许多相似之处，一般都是由弱方向性的小天线和能把电磁波聚焦成为强方向性辐射的装置所组成。这一类天线主要用于微波频段。较精确地估算这一类天线导体上的电流，并根据这些电流分布计算空间辐射场，会有很大的困难。由于微波波段的电磁波具有似光特性，因此，这一类天线分析的方法特点是，应用惠更斯——夫累涅尔原理和等效性原理，将真实的场源用等效的场源来代替，同时，在某些情况下，还可将几何光学中成熟的理论引进到天线分析中来。

天线的理论基础是麦克斯韦方程所描述的经典电磁场理论。随着天线技术的发展，天线理论就从一般的经典理论中分离了出来，并形成了单独的理论；概括地讲，即根据天线上的特定边界条件来求电磁场的解。早期的求解方法，是采用较为严格的求解方法。这种方法是

把天线上的源和空间的电磁场视为一个整体,然后按电磁场边值问题来求严格解,即根据指定空域内天线边界上所规定的边界条件来严格求解该区域内的电磁场。这种方法的优点是求得的结果精确可靠,并能从天线几何参量的变化看出它对所求结果的影响;缺点是,这种方法只是对极少数几何形状简单的天线才适用。但是,用这种方法求出的解可作为其它非严格解的比较标准。最常用的求解法是近似解析法。近似解析法中较简便的处理方法,是把天线上的场源分布与在天线周围建立的电磁场区分为两个独立无关的问题,先用近似的方法确定天线上的场源分布,然后再根据已求得的场源分布去求解天线周围的电磁场。本书主要采用这种处理方法。我们也可以根据天线的边界条件建立严格的数学模型,此时可应用变分法、微扰法、迭代法等近似方法,也可以采用几何光学法、几何绕射法来处理问题。这些方法的特点是,能够解决一些严格法不能解决的问题。但这些方法在使用中都有较强的针对性。近期由于高速大容量电子计算机的不断发展和广泛应用,从而使利用数值法来求解已成为可能。应用适于解数理方程的矩量法、有限元法,可把微分方程或积分方程化为线性代数方程组,这样,就可将上面所建立的具有连续函数的数学模型化为离散函数的模型,以便利用计算机进行计算。这种方法有可能解决几何形状较复杂的问题,并能得到所要求的精确数值。

本书将采用正交曲线坐标系,如直角坐标、圆柱坐标或球坐标。其中任一坐标的三个单位矢量都是相互正交的。用 r 表示坐标原点至观测点的距离,用 R 表示场源点至观测点的距离,用 r' 表示坐标原点至场源点的距离。

第一章 天线的基本原理和参数

§ 1—1 引言

天线是辐射或接收自由空间电磁波的装置。讨论天线辐射问题是我们学习天线的重要任务之一。研究天线辐射问题的重点，是讨论天线在其周围空间产生的电磁场。

天线的理论基础是麦克斯韦所总结的经典电磁场理论。严格求解天线周围的电磁场的方法，是将天线上的源和其周围的电磁场视为一个整体，根据天线边界上所规定的边界条件，作为电磁场的边值问题来求解。但这种方法只限于求解少数几何形状极为简单的周围的场。

这里，我们将不按边值问题直接由麦克斯韦方程求解天线周围的电磁场，而是借助于辅助函数，通过求解辅助函数来求解电磁场。这种方法就是我们所熟知的经典解法。常用的辅助函数有矢量位、标量位和赫芝矢量。这些辅助函数一般是一个积分方程，它是指被积函数内含有未知量的一种方程，例如，矢量位

$$\vec{A} = \int_v \frac{\delta}{4\pi r} e^{-ikr} dv$$

中的 δ 是一未知量。我们可以用变分法、逼近法或其它方法来求解这个积分方程。但在实用中，较简便的方法是用近似方法（如长线理论法、几何光学法、物理光学法等）来确定该未知量，这样，就能较容易地解出该积分方程。因此，我们就把求解天线周围的电磁场的过程区分为两个独立无关的问题：一是确定天线上电流的幅度和相位分布或含有场源体的表面上电磁场的幅度和相位分布；另一是根据已知场源分布来确定天线在其周围空间产生的电磁场。前者将在本书其它有关章节中讨论；后者则是本章讨论的重点之一。

天线周围空间的电磁场分布，与天线使用的工作频率与带宽、天线的几何尺寸和形状，以及天线上的场源分布等因素有密切关系。这样，由于天线的几何形状和尺寸的不同，天线的辐射性能也有差别。因此，为了评价不同几何形状和尺寸天线的辐射性能和为了天线设计上的需要而引进天线的电指标。天线的电指标是一组描述其辐射性能的电参数。本章将以电流为均匀分布的线天线为例来介绍这些电参数，例如，与方向性函数有关的主瓣宽度、旁瓣电平、方向性系数、增益以及天线的极化等。

§ 1—2 电磁场问题的基础

人类对电磁运动形态的认识，是在实践中由现象到本质、由特殊到一般逐渐加深的。当

人们最初观察到带电体之间以及通有电流的导体之间存在着作用力时，就引入了电场和磁场的概念，但由于当时认识上的局限性，仅用它们作为描述作用力存在的一种手段。后来，人们又逐渐认识到电磁场可以脱离电流和电荷而单独存在，而且同其它物质一样，按一定的规律运动，并具有能量和动量等物质的基本属性，还能与带电体相互作用。这就进一步揭示了电磁场是客观存在的一种物质形态，而不是描写手段。

在各向同性的理想媒质中，电磁场的基本方程为

$$\nabla \times \dot{\vec{E}} = -\frac{\partial \dot{\vec{B}}}{\partial t} \quad (1-1)$$

$$\nabla \times \dot{\vec{H}} = \dot{\vec{\delta}} + \frac{\partial \dot{\vec{D}}}{\partial t} \quad (1-2)$$

$$\nabla \cdot \dot{\vec{D}} = \rho \quad (1-3)$$

$$\nabla \cdot \dot{\vec{B}} = 0 \quad (1-4)$$

$$\nabla \cdot \dot{\vec{\delta}} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1-5)$$

前四个微分方程，一般称为麦克斯韦方程组；而后一个微分方程表示电荷守恒的连续方程。用旋度方程和连续方程与用旋度方程和散度方程相当。在时变场的问题中，用旋度方程和连续方程有时更方便些。以上每一微分方程都有与其相应的积分形式的方程。

若电流和电荷是产生空间电磁场或电磁波的源，则把它们称为场源或波源。因此，当场源或波源的电流密度为 $\dot{\vec{\delta}}$ 及电荷密度为 ρ 时，式(1-1)或式(1-4)就是各点的场强与场源之间的关系式。

若场源的电荷密度 ρ 和电流密度 $\dot{\vec{\delta}}$ 随时间以角频率 ω 作正弦型变化，则场也将作正弦型变化，并称它们为正弦时变电磁场或时谐场。若引入复相量 $\vec{E}$ 、 $\vec{H}$ 、 $\vec{D}$ 、 $\vec{B}$ 、 ρ 和 $\vec{\delta}$ ，则可使基本电磁方程以及它们的解的表达式更为简便。复相量仅为空间座标的复数函数，在这里采用有效值作为复相量的模，这样，正弦时变电磁场就可写为

$$\dot{\vec{E}} = \sqrt{2} \operatorname{Re}(\vec{E} e^{j\omega t}) \quad (1-6)$$

$$\dot{\vec{H}} = \sqrt{2} \operatorname{Re}(\vec{H} e^{j\omega t})$$

.....

把含有复相量的式(1-6)代入式(1-1)至式(1-5)中，并将方程两边出现的 $e^{j\omega t}$ 因子消去，则得

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad (1-7)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{\delta} + j\omega \vec{D} \quad (1-8)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (1-9)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1-10)$$

$$\nabla \cdot \delta = -j\omega\rho \quad (1-11)$$

这样,可以看出:出现在式(1-1)至式(1-5)各方程中所有的时间偏导 $\frac{\partial}{\partial t}$,在相应的式(1-7)至式(1-11)各方程中,已被因子 $j\omega$ 所替代,而对应方程中的时变电磁量则用相应的复相量来替代。这一处理方法类似于求解网络方程时,把随时间变化的微分方程作拉普拉斯变换,并用 $j\omega$ (或 S)代替微分方程中的时间导数一样。因为式(1-7)至式(1-10)仅适用于随时间作正弦型变化的场,因此,常把它们称为时谐形式的麦克斯韦方程组。

在线性各向同性媒质的情况下, $\bar{D}$ 和 $\bar{E}$ 、 $\bar{B}$ 和 $\bar{H}$ 以及 δ 和 $\bar{E}$ 之间的关系,可用下列组成方程来说明:

$$\bar{D} = \epsilon \bar{E} \quad (1-12)$$

$$\bar{B} = \mu \bar{H} \quad (1-13)$$

$$\delta = \sigma \bar{E} \quad (1-14)$$

式中的 ϵ 、 μ 和 σ 是表征媒质电磁特性的物理量。在有些情况下,它们是坐标的函数,但在均匀媒质中,它们都是常数。值得注意的是:在现今的天线理论和应用中,比过去更多地涉及到各向异性媒质的问题,如铁氧体物质和等离子区。当媒质为各向异性时,上述的关系将不再是简单的比例关系。将上述关系代入式(1-7)至式(1-11)得

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu \bar{H} \quad (1-15)$$

$$\nabla \times \bar{H} = \delta + j\omega\epsilon \bar{E} \quad (1-16)$$

$$\nabla \cdot \bar{E} = \rho/\epsilon \quad (1-17)$$

$$\nabla \cdot \bar{H} = 0 \quad (1-18)$$

$$\nabla \cdot \delta = -j\omega\rho \quad (1-19)$$

除了时变的电流和电荷外,人们还引入了虚拟的时变磁流和磁荷,它们也可以作为时变电磁场的场源或波源。虽然人们目前还未证实有单独存在的磁流和磁荷,但与磁流和磁荷的作用相等效的场却是存在的。例如,某一表面上电场强度的切向分量可用磁流密度 δ_m 来等效。当引入了时变的磁流和磁荷之后,就能比较容易地解决某些天线的辐射问题。例如,在讨论口径天线的绕射问题时,利用磁流来等效该口径面上电场强度的切向分量,对问题的求解会有极大的帮助。当场源同时存在着电流、电荷、磁流和磁荷时,空间各点场强与场源之间的关系式将是如下的对偶形式:

$$\nabla \times \bar{E} = -\delta_m - j\omega\mu \bar{H} \quad (1-20)$$

$$\nabla \times \bar{H} = \delta + j\omega\epsilon \bar{E} \quad (1-21)$$

$$\nabla \cdot \bar{E} = \rho/\epsilon \quad (1-22)$$

$$\nabla \cdot \bar{H} = \rho_m/\mu \quad (1-23)$$

$$\nabla \cdot \delta + j\omega\rho = 0 \quad (1-24)$$

$$\nabla \cdot \bar{J}_m + j\omega \rho_m = 0 \quad (1-25)$$

上述微分形式的麦克斯韦方程组，表示在连续媒质中任一点上矢量场之间必须遵循的关系。但在实际问题中，还常会遇到空间媒质性质出现突变的情况。当媒质的性质有突变时，在两种媒质分界面上的电磁场也会出现突变。由于微分形式的麦克斯韦方程组中含有对空间坐标求导数的项，如果将它应用于媒质分界面上的各点，它就失去意义，因此，必须考虑适用于媒质分界面上的麦克斯韦方程组，它们就是下述的从积分形式的麦克斯韦方程组求得的边界条件。

如图 1-1 所示，若分界面 S 的两边分别为两种均匀的媒质 1 及媒质 2，它们的参量分别为 $\epsilon_1, \mu_1, \sigma_1$ 和 $\epsilon_2, \mu_2, \sigma_2$ ；分界面上的面电流密度和面磁流密度分别为 $\bar{J}$ 和 $\bar{J}_m$ ；在分界面上单位法线矢量 $\hat{n}$ 的取向为由媒质 1 指向媒质 2。则一组充分的边界条件为

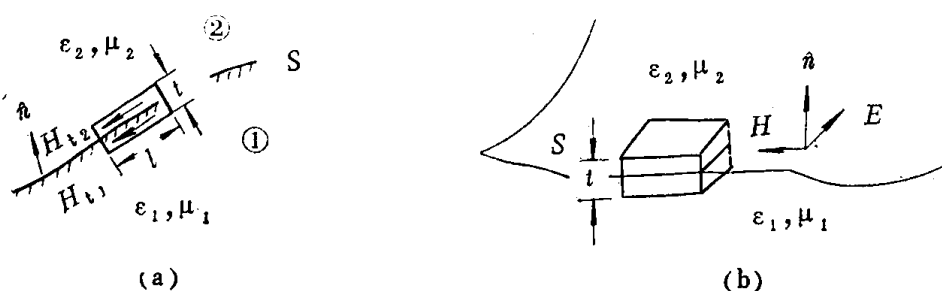


图 1-1 边界条件

$$\hat{n} \times (\bar{H}_2 - \bar{H}_1) = \bar{J} \quad (1-26)$$

$$(\bar{E}_2 - \bar{E}_1) \times \hat{n} = \bar{J}_m \quad (1-27)$$

$$\hat{n} \cdot (\bar{D}_2 - \bar{D}_1) = \rho \quad (1-28)$$

$$\hat{n} \cdot (\bar{B}_2 - \bar{B}_1) = \rho_m \quad (1-29)$$

电磁场与单位法线矢量 $\hat{n}$ 的叉积形成分界面上的切向分量，它们的方程可写为

$$H_{t2} = H_{t1} + J \quad (1-30)$$

$$E_{t2} = E_{t1} - J_m \quad (1-31)$$

当媒质之一为理想导体时，边界条件将变为

$$H_t = J \quad (\text{或} \quad \hat{n} \times \bar{H} = \bar{J}) \quad (1-32)$$

$$E_t = 0 \quad (\text{或} \quad \hat{n} \times \bar{E} = 0) \quad (1-33)$$

因为时变电磁场可以脱离电流和电荷而单独存在，并依一定规律运动，并具有能量的基本属性，所以，电磁能量的传递率与空间各点电磁场之间的关系，可由时变电磁场的能量守恒定理来求得。设被封闭面 S 所包围的空间体积 v 内是各向同性的均匀媒质，则可从麦克斯韦的旋度方程和矢量恒等式中导出瞬间电磁场的能量守恒关系为

$$\nabla \cdot (\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \mu H^2 + \frac{1}{2} \epsilon E^2 \right) - \sigma E^2 \quad (1-34)$$

上式表明：单位体积内散发出的功率，等于单位体积内磁场储能和电场储能的减少量以及单位体积内的热功率损耗。若将式(1-34)对体积 v 进行积分，就可得出体积 v 内散发出的功率为

$$\int_v \nabla \cdot (\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}) dv = -\frac{\partial}{\partial t} \int_v \frac{1}{2} (\mu H^2 + \epsilon E^2) dv - \int_v \sigma E^2 dv \quad (1-35)$$

根据散度定理可求得式左边的面积分为

$$\oint_s (\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}) \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_v \frac{1}{2} (\mu H^2 + \epsilon E^2) dv - \int_v \sigma E^2 dv \quad (1-36)$$

式中， $d\vec{s} = \hat{n} ds$ ， $\hat{n}$ 为由体积 v 内部指向封闭面外部的单位法线矢量。这样，上式的左边表示从包围体积 v 的封闭面内散发出来的总功率。因此，若包围体积 v 的封闭面内有辐射电磁能量的天线时，它就是天线的辐射功率。封闭面 S 上任一点的 $\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}$ 是在单位时间内穿过该点单位面积散发出来的电磁能量。现将该矢量积写为

$$\dot{\vec{p}} = \dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}} \quad (1-37)$$

并将它称为坡印廷矢量，单位为瓦/米²。该矢量的方向垂直于 $\dot{\vec{E}}$ 和 $\dot{\vec{H}}$ ，并符合右手定则。这一概念，对于求从包围发射天线的封闭面内向外辐射的功率是很重要的。

在正弦时变场的情况下，可用复相场矢量导出与式(1-36)相似的表示式，即

$$\oint_s (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{s} = -j\omega \int_v (\mu H^2 + \epsilon E^2) dv - \int_v \sigma E^2 dv \quad (1-36a)$$

式中 $\vec{H}^*$ 表示 $\vec{H}$ 的共轭复相量。

从上式还可得到穿过单位面积的复数功率为

$$\vec{p} = \vec{E} \times \vec{H}^* \quad (1-37a)$$

它的实部表示穿过单位面积的平均功率，可写为：

$$\vec{p}_{av} = \text{Re}(\vec{p}) = \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) \quad (1-37b)$$

§ 1—3 辐射问题中麦克斯韦方程的解

用辅助函数法求给定场源的空间电磁场。从式(1-16)及式(1-18)可以看出，矢量场 $\vec{H}$ 的散度为零，而仅有旋度。由于矢量场 $\vec{H}$ 仅具有旋度，因此，它就可以用另一矢量函数 $\vec{A}$

的旋度来表示, 即

$$\mathbf{H} = \nabla \times \bar{\mathbf{A}} \quad (1-38)$$

因为任意矢量的旋度的散度恒等于零, 即 $\nabla \cdot \nabla \times \bar{\mathbf{A}} \equiv 0$, 所以, $\nabla \cdot \mathbf{H} = \nabla \cdot \nabla \times \bar{\mathbf{A}} \equiv 0$, 它符合式(1-18)所表示的磁场的基本性质, 这样, 式(1-38)可以成立, 并称 $\bar{\mathbf{A}}$ 为矢量磁位。

将式(1-38)代入式(1-15), 得

$$\nabla \times (\bar{\mathbf{E}} + j\omega\mu\bar{\mathbf{A}}) = 0 \quad (1-39)$$

这说明合成矢量 $\bar{\mathbf{E}} + j\omega\mu\bar{\mathbf{A}}$ 的旋度为零, 它具有无旋场的性质, 即具有静电场的性质。因此, 该合成矢量可用一标量位 φ 的梯度来表示, 即

$$\bar{\mathbf{E}} + j\omega\mu\bar{\mathbf{A}} = -\nabla\varphi \quad (1-40)$$

并称 φ 为标量电位。由矢量恒等式 $\nabla \times \nabla\varphi \equiv 0$ 可知, 上面的表示式满足式(1-39)。

由式(1-40)可得出用标量电位和矢量磁位所表示的电场强度为

$$\bar{\mathbf{E}} = -\nabla\varphi - j\omega\mu\bar{\mathbf{A}} \quad (1-41)$$

因为式(1-38)只规定了 $\bar{\mathbf{A}}$ 的旋度, 而未规定 $\bar{\mathbf{A}}$ 的散度, 因此, $\bar{\mathbf{A}}$ 的散度仍可自由选择。为了确定 $\nabla \cdot \bar{\mathbf{A}}$, 可将式(1-38)和式(1-41)代入式(1-16), 并加以整理, 可得出

$$\nabla \times \nabla \times \bar{\mathbf{A}} - \omega^2\mu\varepsilon\bar{\mathbf{A}} = \delta - j\omega\varepsilon\nabla\varphi$$

再利用矢量恒等式 $\nabla \times \nabla \times \bar{\mathbf{A}} \equiv \nabla(\nabla \cdot \bar{\mathbf{A}}) - \nabla^2\bar{\mathbf{A}}$, 则可将上式化为

$$\nabla(\nabla \cdot \bar{\mathbf{A}}) - \nabla^2\bar{\mathbf{A}} - \omega^2\mu\varepsilon\bar{\mathbf{A}} = \delta - j\omega\varepsilon\nabla\varphi \quad (1-42)$$

$$\text{若选择} \quad \nabla \cdot \bar{\mathbf{A}} = -j\omega\varepsilon\varphi \quad (1-43)$$

则可使式(1-42)极大地简化。式(1-43)称为洛伦兹条件。

将式(1-43)代入式(1-41), 则得到用矢量磁位表示的电磁场强度为

$$\bar{\mathbf{E}} = -j\omega\mu\bar{\mathbf{A}} + \frac{1}{j\omega\varepsilon}\nabla(\nabla \cdot \bar{\mathbf{A}}) \quad (1-44)$$

$$\mathbf{H} = \nabla \times \bar{\mathbf{A}} \quad (1-45)$$

当场源仅含有磁流时, 我们将引入矢量电位 $\bar{\mathbf{F}}$ 。矢量电位 $\bar{\mathbf{F}}$ 是一个与磁流有关的函数。用矢量电位表示的电磁场强度为

$$\bar{\mathbf{E}} = -\nabla \times \bar{\mathbf{F}} \quad (1-46)$$

$$\mathbf{H} = -j\omega\varepsilon\bar{\mathbf{F}} + \frac{1}{j\omega\mu}\nabla(\nabla \cdot \bar{\mathbf{F}}) \quad (1-47)$$

在场源同时含有电流和磁流的情况下, 只要将它们线性迭加, 就可求得用矢量磁位 $\bar{\mathbf{A}}$ 和矢量电位 $\bar{\mathbf{F}}$ 所表示的空间任意点的电磁场方程式为