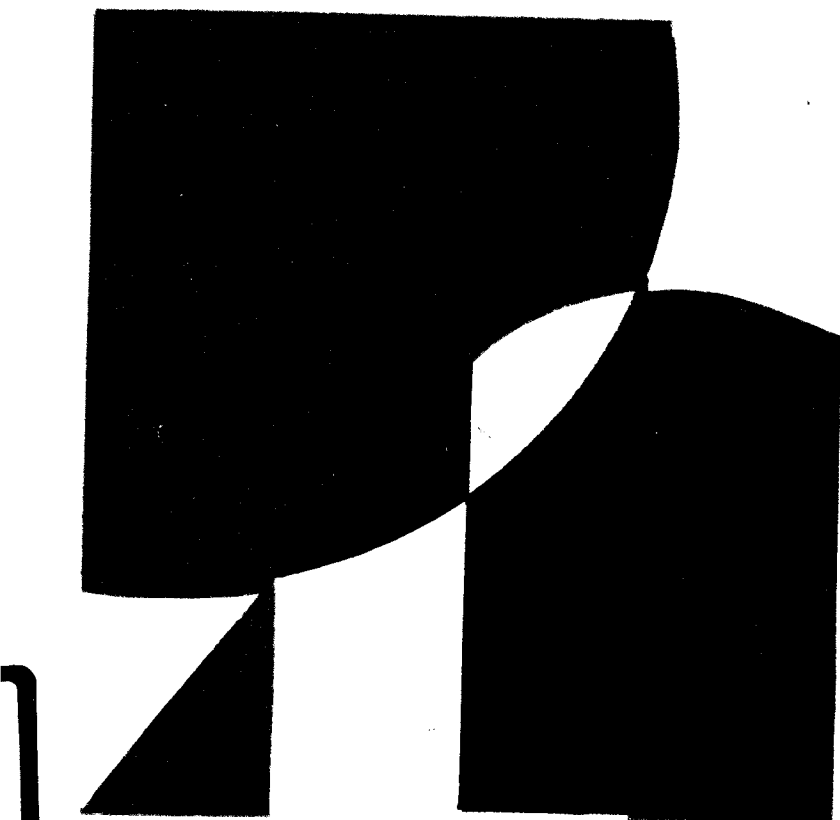


管理数学基础

物资管理职工教育丛书 张文杰 金若楠 杨瑾卿 张可明 等编



中国铁道出版社

内 容 提 要

本书在系统阐述管理数学的产生及其重要意义的基础上,主要介绍了集合论基础、微积分学概要、线性代数、概率论基础、数理统计、模糊数学方法以及常用管理数学模型等内容。书中结合管理及经济内容选择了有实用意义的运算公式和方法,并引用了管理实例作为例题进行讲述。

本书可作为物资工作者和企业管理干部的自学读物或培训教材,也可作为大、中专物资管理专业教学参考书。

编写分工:张文杰 第一、二、三、五、八章;金若楠 第五、八章;杨瑾卿 第四、五章;张可明 第三、八章;王冬梅 第六章;屈晓婷 第七章。

全书由李德玲进行审核,插图由刘文英绘制。

物资管理职工教育丛书

管理数学基础

张文杰 金若楠 等编
杨瑾卿 张可明

*

中国铁道出版社出版、发行

(北京市东单三条14号)

责任编辑 潘茂林 封面设计 刘景山

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本: 787×1092毫米 $\frac{1}{32}$ 印张: 16.625 字数: 383千

1990年7月 第1版 第1次印刷

印数: 0001—1200册

ISBN7-113-00717-1/O·28 定价: 8.05元

登记证号: (京) 063号

序

应铁路物资部门广大职工学习专业理论和科学技术的要求，铁道部物资局根据1984年3月由铁道学会物资管理委员会和铁道物资企业管理协会（以下简称“两会”）召开的智力开发座谈会的咨询建议，确定由《物资科学管理》编辑部牵头，组织编写一套“物资管理职工教育丛书”。

编写出版这套丛书，是铁路物资部门广大职工长期所盼望的，铁道部物资局有关领导和部门也曾经进行过多次酝酿，但由于种种原因，一直未能如愿。党的十一届三中全会打开了对外开放的渠道，使我们看到了当今世界科技日新月异的发展趋势，深切感到，要实现四化大业，迎接技术革命挑战，建设具有中国特色的社会主义，铁道物资部门同全国各行各业一样，迫切需要大批掌握现代化科学技术和知识的人才。广大在职职工也强烈要求继续学习，以提高业务技术水平。因此，编写这套丛书已成了当务之急。

由铁道部物资局一些老同志倡议，成立了这套丛书的编委会，由“两会”副主任殷隆高任编委主任，《物资科学管理》编辑部梅德富和郭兆清具体组织编写事宜。

这套丛书分为两类：一类是属于管理科学的，如《物资消耗定额》、《铁路物资企业管理》、《铁路物资会计》等；一类是属于材料科学的，如《金属材料》、《非金属材料》等。

这套丛书的主要作者都是铁路物资部门从事物资管理科学、材料科学理论研究和实践活动的专家。他们有深广的学术理论知识，也有较丰富的实践经验。可以说这套丛书是他们在各自领域内进行长期辛勤劳动的结晶。

根据胡乔木同志1983年1月在全国科技出版工作会议上提出的科技出版要面向基层、面向科学技术的要求，我们编写这套丛书的指导思想是：一求新、二求实。所谓“新”，就是在取材方面，要有些新内容，既要总结铁道部物资部门三十多年的实践经验，并把这些实践经验系统化，又要收集一些近代科技成果、现代化管理理论和方法，为铁路物资体制改革提供借鉴。所谓“实”，就是针对实际工作中的关键问题、疑难问题讲明写透，以求提高现职人员的实际工作能力。这套丛书主要是为具有高中及以上文化程度的在职职工编写的。在内容深广度方面，力求适当统一；在文字表达方面，力求通俗易懂。使之既可作为自学读物，也可作为职工培训教材，又可供中等专业学校和高等专业学校教学参考。

总之，我们希望即将出版的这套丛书是一套科学性、针对性、实用性较强，适用面也较广的教育丛书。当然，由于种种因素，要达到上述要求也绝非易事，一定会有许多不足之处。因此我们还希望广大读者对这套丛书提出宝贵意见。

最后，我们受丛书编委会的委托，特向丛书的作者、编审和密切与我们合作的有关出版社表示衷心的感谢！愿这套丛书的出版，能使物资部门的广大科技人员和管理人员增长知识，提高工作效率和管理技能，以适应四化建设的需要而发挥积极作用。

铁道部物资管理局局长 张承柔
中国铁道物资企业管理协会理事长 王庭槐

1986年4月

目 录

第一章 绪 论	1
第一节 管理与数学	1
第二节 管理数学的准备知识	6
第二章 集合论基础	13
第一节 集合论的概念	13
第二节 集合的运算	18
第三节 集合在管理中的应用	22
第三章 高等数学概要	31
第一节 函数与极限	31
第二节 导数与微分	65
第三节 不定积分的概念	101
第四节 定积分的概念	110
第五节 多元函数微分法简介	134
第四章 概率论基础	153
第一节 预备知识	153
第二节 随机事件及其概率	163
第三节 随机变量及其分布函数	180
第四节 随机变量的数字特征	206
第五章 数理统计	223
第一节 样本及其分布	223
第二节 参数估计	237
第三节 假设检验	254
第四节 回归分析	273

第六章 线性代数	295
第一节 行列式与线性方程组	295
第二节 向量的概念	323
第三节 矩阵及其运算	330
第四节 矩阵的秩和线性方程组	350
第七章 模糊数学方法及其应用	366
第一节 模糊数学的产生	366
第二节 模糊集合及有关运算	368
第三节 模糊数学常用的方法	375
第四节 模糊数学应用举例	384
第八章 数学模型及其在管理中的应用	396
第一节 数学模型概述	396
第二节 线性规划模型	400
第三节 投入产出模型	428
第四节 决策分析模型	442
第五节 库存模型	471
第六节 盈亏平衡分析模型	511

第一章 绪 论

第一节 管 理 与 数 学

一、管理数学的产生及其重要意义

管理数学是运用有关数学方法和计算技术研究管理活动中所蕴含的数量、数量关系及其变化规律性的学问，作为数学的一部分，它属于应用数学范畴。它的主要任务是通过揭示管理过程数量变化的客观规律，提供解决各种管理实际问题的数学方法和模型技术，为提高管理效率、管理水平和管理的经济效益实现管理现代化而服务。

管理数学是管理和数学的有机结合，它的产生是适应管理实践和管理科学发展的客观要求，是应用数学发展的一个必然结果。

管理是社会生产发展的产物，是一个包括计划、组织、指导、控制等内涵极为广泛的活动过程。人们经过长期的管理实践，由管理现象中提炼概念，从概念的相互关系中形成理论，进而提出管理技术，使管理逐步减少对经验的单纯依赖，从而建立起管理科学。无论是管理科学的建立还是其成长壮大，总是密切地伴随着数学方法日臻完善的运用而发展的，人们对它的研究，无不经历了一个从定性到定量的认识深化过程。当管理和经济发展处在以外延类型为主的阶段时，人们常常只重视并研究生产各要素在数量上的扩大，因为其所含因素及关系形式比较简单，一般不需要特别复杂的数量分析，即可把握住客观事物的特性。当管理和经济发

展到以内含类型为主的较高阶段，人们就把主要注意力集中于生产各要素质量和功能的提高上，因为其所含各因素及相互关联形式瞬息万变，单凭试验和直观观察而不作深入的数量分析，就很难认识事物的本质。这一从定性的描述发展到定量的分析，除了主要取决于生产力发展的客观进程外，还需要完善和加强经济资料及数据的基础工作，即积极推广经济数学方法，建立实用的应用管理数学。

20世纪40年代以来，近代科学的发展，形成一般自然科学与社会科学相互渗透综合发展的强大潮流，其中尤以数学与其它科学的交融最为突出。管理科学在这股潮流中广泛汲取数学及其它学科的新成就，取得了卓有成效的进展。从最初运用初等数学及微积分等经典数学方法，依靠经验和概念性原则进行初步定量化的研究，发展到运用统计数学、运筹数学等现代数学方法，依靠电子计算机手段进行管理最优化的研究。由于管理科学广泛应用数学工具，大量引进数学概念及其范畴的内容，并运用数学方法作为管理科学的研究方法，从而大大提高了管理水平，进而促使管理向现代化方向进展，同时，使管理和数学得以有机结合而形成了一门崭新的学科，即管理数学。

管理数学实质上是一门应用于管理实践和经济活动中的数学。它只有服务于发展经济，改善管理，振兴管理科学，才能使其本身得到充实和提高。各种经济和管理活动是运用管理数学的实体内容，而管理数学则是解决这些内容合理与优化的手段及工具，将它应用到经济建设和管理活动实践中去，对于提高管理水平和经济效益，推动管理科学的发展，促进社会主义现代化建设都具有十分重要的意义。

在经济建设方面，理论研究和实际管理工作中运用的数学方法，是同加强数量分析、改进计划方法、革新管理技

术、提高管理水平的客观需要相符合的。管理分析数量化，管理决策科学化，提高管理水平，实现管理现代化，迫切要求广泛应用一系列管理数学方法。在管理过程中，对各种因素及其活动的分析，不仅需要用定性的方法从本质上回答是什么，怎么办的问题，还需要用定量的方法从量的方面进一步解决怎么办的问题。同时，研究各种经济管理的客观规律，不能只停留在正确的表述上，还应当进一步揭示对于客观规律起作用的条件和机制，测定这种作用的数量界限及其量化表现形式，使之在生产组织和管理中得以应用，提高经济效益。

管理作为一门科学，它的发展与其它科学的发展一样，无不要求对管理理论及管理活动的控制，在定性分析的基础上，加强定量分析，以便从数量关系的分析中，更深入地认识与利用有关经济规律，推动管理科学的发展。管理现象、规律及其活动过程，同其它任何经济范畴的现象一样，都客观地存在着质和量两个方面，二者是辩证统一的。一定的质规定了一定的量，一定的量也表现了一定的质。我们既要在质的基础上深入地研究量，又要在量变的过程中把握质的变化。而定量分析是定性分析的补充，是认识深化的标志，也是解决实际问题的必经步骤和十分关键的环节。借助于管理数学工具，通过定量分析，有助于具体认识管理现象的本质及其发展规律，丰富和发展管理科学理论。

将现代化经济建设推向前进的一项重要措施就是要学习和掌握现代科学技术知识和现代管理技能，加强经济科学和管理科学中数学方法的研究及其应用，不断提高国民经济的计划、管理水平和企、事业的经营管理水平。现代化经济建设需要管理数学，而管理数学必须为提高管理经济效益，实现管理现代化服务。为此，我们应该立足于我国经济建设中

管理数量关系变化的社会实践，创立有自己特色的管理数学学科，培养一批懂管理、懂经济的数学工作者以及懂数学、懂应用的管理干部。

二、管理数学的主要内容

管理数学是专门为研究管理数量关系及其变化规律应用的数学，是为解决管理问题所运用的有关数学理论和方法的统称。

管理数学和纯数学既有密切的联系又有显著的区别。它们都是从量的方面来研究客观事物，都具有方法论和工具的性质。但是，纯数学把客观世界中的数量关系抽象出来进行研究，总结出一整套在数量之间进行推导和演算的普遍方法，以供其它各门科学去研究各个领域中的数量关系。管理数学则以纯数学为理论基础，为研究管理过程中的数量关系服务，它运用了纯数学的某些理论和方法，针对管理量进行具体的分析，研究和总结出一套具体的管理数学模型，以指导其它管理学科去研究各个管理领域内的数量关系。因此，管理数学比纯数学更具有实践性。

管理数学和纯数学是相互作用和影响的。纯数学为管理数学提供数量分析的一般方法，管理数学的研究则要求纯数学适应管理领域特殊问题的需要，从而反过来推动了纯数学的发展。一般说来，管理数学能够吸收的数学方法是非常广泛的。但是，由于管理活动中数量关系的特殊性及管理数学的研究还不够发展，使得某些数学分支在管理数量分析中大有作为，有些分支却用不上或暂时用不上。目前，在管理数量分析中使用最多的数学，除了作为常量数学的初等数学和变量数学的高等数学所提供的理论与方法以外，主要是矩阵（线性）代数、概率论和数理统计等数学分支以及一些现代

数学如集合论、运筹学、模糊数学等。

高等数学的核心微积分方法，可用来研究经济活动中连续、平滑的变化过程；导数是经济和管理数量分析中最常使用的工具，经济和管理领域中重要的“边际”分析、“弹性”分析概念，几乎是导数在经济理论中的化身。而微积分的极值理论，在经济和管理领域的最优经济效果分析中，对于求最大利润和最小费用问题，很早就有广泛的应用。

线性代数是研究线性函数的线性空间及线性变换的。多数经济及管理数量关系可以用多元一次方程表示，即便是非线性方程大部分也可以变换为线性方程来处理，从而可以用矩阵方法进行求解。而且，运用矩阵理论可以对经济管理各部门相互依存错综复杂的数量关系进行分析，即构成著名的投入产出分析。

概率论从数量的角度研究客观世界的随机现象，把数学的应用由必然现象领域扩大到偶然现象领域。这对于经济管理部门来说，特别在决策分析和经营分析中，得到令人振奋的有效应用。

数理统计以概率论为基础，运用统计方法研究随机现象中母体（总体）与子体（局部）之间各有关因素相互联系的规律性。研究管理数量关系时，一方面要注意它们之间的确定性关系，以揭示其本质联系的变化规律；另一方面也要注意它们之间的不确定性关系，考虑随机因素的作用和影响，特别用样本来推论总体以及进行参数估计是离不开数理统计方法的。

模糊数学是研究和处理现实世界中模糊现象的现代数学。在管理系统中，存在着大量的模糊现象，用精确的经典数学方法处理往往是无能为力的。而模糊数学在确定模糊现象隶属函数的基础上，只确定某个元素对它的隶属程度，把

数学从二值逻辑转向连续值逻辑，因而能够用精确的数学语言描述具有模糊性的经济管理现象，并获得非常有用的结果。同时，为管理系统中实现电子计算机人工智能模拟创造了条件，为经济决策的进一步研究和发展提供了有力的工具。

第二节 管理数学的准备知识

一、管理数学中的常用数学符号

数学运算所表述的逻辑内容以及一些专用的数学词语，都可以用符号或英文字母及希腊字母表示出来，具有简明、严格、易被接受的优点。

(一) 外文符号

数学运算中将遇到许多外文符号，其中大多是英文和希腊文。具体符号和使用规则可参阅有关书籍。

(二) 其它数学符号

其它数学符号，有的是经常使用的，有的虽比较少见，但很有用，列于表 1—1 中。

表 1—1

符 号	意义或用法	符 号	意义或用法
$\equiv$	恒等于	$\min$	最小或极小
$\approx$	近似等于	$\in$	表示属于
$\nlessgtr$	不大于	$\notin$ 或 $\notin$	表示不属于
$\propto$	成正比例	$\supset$	表示包含
$\perp$	表示垂直	$\subset$	表示包含于
$\parallel$	表示平行	$\cup$	表示并集
$\sim$	表示相似	$\cap$	表示交
$\cong$	图形全等		
$\max$	最大或极大		

二、和式与连乘

1. 和式的概念及性质

在数学计算中，当有若干个数字相加时，为了使文字表达简洁，运算方便，常采用和式记号“ Σ ”。它只是一种表达的记号，计算仍是加法。例如，

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n$$

把两个和式记号连写起来称为双重和式。例如 $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij}$

表示变量 a_{ij} 先按右边和式 $\sum_{j=1}^n$ 的足标 j 由 1 到 n 求和，然

后再按左边和式 $\sum_{i=1}^m$ 的足标 i 从 1 到 m 求和，即

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} &= \sum_{i=1}^m (a_{i1} + a_{i2} + \cdots + a_{in}) \\ &= a_{11} + a_{21} + \cdots + a_{m1} + a_{21} + a_{22} + \cdots \\ &\quad + a_{m2} + \cdots + a_{1n} + a_{2n} + \cdots + a_{mn} \end{aligned}$$

和式具有如下的性质：

$$(1) \quad \sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i$$

$$(2) \quad \sum_{i=1}^n C = nC \quad (C \text{ 为常数})$$

$$(3) \quad \sum_{i=1}^n k a_i = k \sum_{i=1}^n a_i \quad (k \text{ 为常数})$$

(4) $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m a_{ij}$ (求和顺序可以交换)

(5) $\sum_{i=1}^m a_i \sum_{j=1}^n b_j = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_i b_j$ (和式变量可向内移)

运用和式可使表达及计算简捷。

【例 1】某材料厂有三个仓库，它们各季度的供应额为 a_{ij} ($i = 1, 2, 3$, 表示仓库; $j = 1, 2, 3, 4$, 表示季度)，现将每个仓库的年供应额，每个季度全厂的供应额以及该厂全年的供应额列于表 1—2。

表 1—2

季度 (j)	仓 库 (i)			
	1	2	3	合 计
一	a_{11}	a_{21}	a_{31}	$\sum_{i=1}^3 a_{i1}$
二	a_{12}	a_{22}	a_{32}	$\sum_{i=1}^3 a_{i2}$
三	a_{13}	a_{23}	a_{33}	$\sum_{i=1}^3 a_{i3}$
四	a_{14}	a_{24}	a_{34}	$\sum_{i=1}^3 a_{i4}$
合 计	$\sum_{j=1}^4 a_{1j}$	$\sum_{j=1}^4 a_{2j}$	$\sum_{j=1}^4 a_{3j}$	$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 a_{ij}$

2. 连乘的概念及性质

当运算中有若干个数字接连相乘时，数学上常采用连乘记号“ $\prod$ ”。

如有 n 个数接连相乘, 即 $x_1 \cdot x_2 \cdot \cdots \cdot x_n$, 记作 $\prod_{i=1}^n x_i$,

它们经常用于排列、组合、二项式定理、概率统计及级数等。连乘具有如下性质:

$$\prod_{i=1}^n kx_i = k^n \prod_{i=1}^n x_i \quad (k \text{ 为常数})$$

$$\prod_{i=1}^n (x_i)^k = \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^k \quad (k \text{ 为自然数})$$

$$\prod_{i=1}^n (a_i b_i) = \prod_{i=1}^n a_i \prod_{i=1}^n b_i$$

$$\prod_{i=1}^n \frac{a_i}{b_i} = \frac{\prod_{i=1}^n a_i}{\prod_{i=1}^n b_i}$$

当连乘的几个数字为从1开始连续的自然数时称为阶乘, 用“!”表示。如 $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$, 记作 $n!$ 称为 n 阶乘。

另外, 规定 $0! = 1$ 。

三、充分必要条件

充分必要条件又称为充要条件, 在数学上经常使用, 它可以分为充分性条件和必要性条件。

在数学上, 解决一个问题, 特别是重要结论或定理的成立, 都要具备一定的条件。一般表述为: 若 A 则 B 。

(一) 必要条件

例如，一个四边形成为正方形，其四个角必须都是直角，作为条件，这是必不可少的。换言之，没有“四个角都是直角”这个条件，四边形就不可能成为正方形。因此“四个角都是直角”则成为正方形的必要条件。一般说来，若 A 则 B 成立，将 B 视为条件，将 A 视为结论，如果要成立结论 A ，一定有条件 B ；或者也可以这样认为，如果没有条件 B ，结论 A 一定不成立。那么， B 这个条件就叫作 A 成立的必要条件。

（二）充分条件

例如，四个角是直角且每边长为 10cm 的条件具备时，那么所考虑的四边形一定是一个正方形。因此，我们把这个条件作为一个四边形成为正方形的充分条件。与前面的条件相比较，我们会进一步看出，“四个角都是直角”只是一个四边形成为正方形的必要条件而并不充分。因为这样的条件成立时，所考虑的四边形还可能是一个长方形。另一方面，我们也会进一步看出，四个角是直角且每边长为 10cm ，只是一个四边形成为正方形的充分条件而并非必要，因为要将它换成“四个角是直角且每边长 15cm ”，则所考虑的四边形仍旧是一个正方形。因此，一般说来，若 A 则 B ，将 A 视为条件， B 视为结论成立的话，或者说如果有了条件 A ，则结论 B 一定成立，那么， A 就称为 B 成立的充分条件。

（三）充分必要条件

结合以上两方面的讨论，我们容易知道，“四个角是直角且四条边相等”这是一个四边形成为正方形的既充分又必要的条件，即充要条件。因为只要具备了 this 条件，四边形一定是正方形，并且只要是正方形一定具备这个条件。一般说来，若 A 则 B 成立，而同时若 B 则 A 也成立的话，那么就把条件 A 叫作结论 B 的充要条件。反过来，视 B 为 A 成立的

条件的话，也可以把 B 叫作 A 的充要条件。一般记为 $A \iff B$ 。

充要条件有时也可以表述为“当且仅当”。例如，两个三角形，当且仅当三条边对应相等时，为两个全等三角形。这就是说，“两个三角形三条边对应相等”是“两个三角形全等”的充要条件。

四、数学归纳法

由特殊到一般，又由一般到特殊，是一般客观事物的认识过程。归纳法是从个别事实中概括出一般原理的一种思维方法。它在管理数量分析中对于整理、归纳大量资料，从中找出因果联系，是非常有用的。

数学归纳法是数学上证明与自然数有关的数学命题时，经常使用的一种重要方法。推理证明的大致步骤是：

(1) 证明当 n 取第一个值 n_0 (例如 $n_0 = 1$ 或 2) 时，结论正确；

(2) 假设当 $n = k$ ($k \in N$ 且 $k \geq n_0$) 时结论正确，只要证明了当 $n = k + 1$ 时结论也正确，就可以断定命题对于从 n_0 开始的所有自然数 n 都正确。

以上第一步是递推的基础，第二步是递推的依据，两者缺一不可。

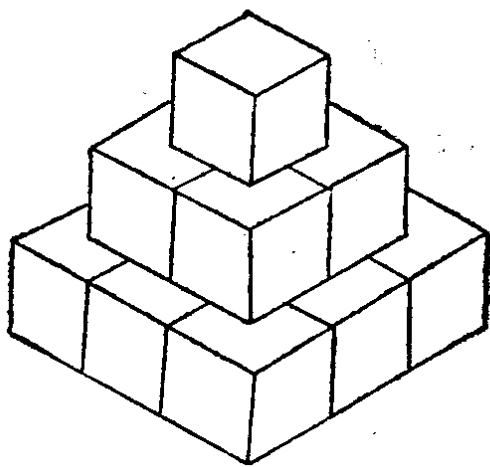


图 1—1

【例 2】某堆货物的堆码如图 1—1 所示，试用数学归纳法证明该堆货物总数的计算公式为：