

高等学校教材

机构精确度

叶琪根 朱逢时 黄家贤 编

西北电讯工程学院出版社

1986

内 容 简 介

本书共七章。第一章介绍误差理论基础；第二章介绍机构精度的基本计算方法；第三~六章分别介绍齿轮机构、轴系、螺旋机构和导轨副等典型机构的精度分析方法；第七章介绍总体精度分析方法及其应用举例。在每章后均附有思考题及习题。

本书取材丰富，兼顾理论与应用两个方面，实用性较强。此书在叙述问题时，深入浅出，言简意明，便于读者自学。

本书为高等学校工科专业教材。对从事电子机械、精密仪器及其它机械工作的科技人员同样有使用价值。

高等学校教材

机 构 精 确 度

叶琪根 朱逢时 黄家贤 编

责任编辑 夏大平

西北电讯工程学院出版社出版

西北电讯工程学院印刷厂印刷

陕西省新华书店发行 各地新华书店经售

开本 787×1092 1/16 印张 12 8/16 字数 302 千字

1986 年 12 月第一版 1986 年 12 月第一次印刷 印数 1—4,000

统一书号：15322·65

定价：2.20 元

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校工科电子类专业课教材的编审、出版的组织工作。从一九七七年底到一九八二年初，由于各有关院校，特别是参与编审工作的广大教师的努力和有关出版社的紧密配合，共编审出版了教材 159 种。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应社会主义现代化建设培养人才的需要，反映国内外电子科学技术水平，达到“打好基础、精选内容、逐步更新、利于教学”的要求，在总结第一轮教材编审出版工作经验的基础上，电子工业部于一九八二年先后成立了高等学校《无线电技术与信息系统》、《电磁场与微波技术》、《电子材料与固体器件》、《电子物理与器件》、《电子机械》、《计算机与自动控制》，中等专业学校《电子类专业》、《电子机械类专业》共八个教材编审委员会，作为教材工作方面的一个经常性的业务指导机构，并制定了一九八二~一九八五年教材编审出版规划，列入规划的教材、教学参考书、实验指导书等共 217 种选题。在努力提高教材质量，适当增加教材品种的思想指导下，这一批教材的编审工作由编审委员会直接组织进行。

这一批教材的书稿，主要是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中评选择优和从第一轮较好的教材中修编产生出来的。广大编审者，各编审委员会和有关出版社都为保证和提高教材质量作出了努力。

这一批教材，分别由电子工业出版社、国防工业出版社、上海科学技术出版社、西北电讯工程学院出版社、湖南科学技术出版社、江苏科学技术出版社、黑龙江科学技术出版社和天津科学技术出版社承担出版工作。

限于水平和经验，这一批教材的编审出版工作肯定还会有许多缺点和不足之处，希望使用教材的单位、广大教师和同学积极提出批评建议，共同为提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

目 录

绪论	1
第一章 误差理论基础	5
§ 1.1 误差的基本概念	5
§ 1.2 机构精度的评定指标	7
§ 1.3 随机误差	11
§ 1.4 系统误差	26
§ 1.5 误差合成	31
思考题及习题	39
第二章 机构精度的计算方法	41
§ 2.1 概述	41
§ 2.2 微分法	43
§ 2.3 转换机构法	48
§ 2.4 作用线增量法	53
§ 2.5 其它方法	61
§ 2.6 机构精确度与尺寸链的关系	64
思考题及习题	68
第三章 齿轮机构的精度分析	70
§ 3.1 传动误差和空程误差的概念	70
§ 3.2 渐开线圆柱齿轮机构传动误差的分析与计算	71
§ 3.3 渐开线圆柱齿轮机构空程误差的分析与计算	77
附表	97
思考题及习题	102
第四章 轴系精度分析	103
§ 4.1 概述	103
§ 4.2 轴系回转精度的基本概念	103
§ 4.3 轴系回转精度的评定指标	106
§ 4.4 影响轴系精度的因素	108
§ 4.5 典型轴系的精度分析	120
§ 4.6 联轴节精度分析	123
思考题及习题	128
第五章 螺旋机构传动精度分析	129
§ 5.1 概述	129
§ 5.2 螺旋机构原始误差的分析	129
§ 5.3 螺旋机构误差的综合	141
§ 5.4 滚珠螺旋副精度分析	149

思考题及习题156

第六章 导轨副精度分析158

 § 6.1 概述158

 § 6.2 影响导轨副精度的因素159

 § 6.3 导轨副的精度分析及其误差合成164

 思考题及习题174

第七章 总体精度分析175

 § 7.1 概述175

 § 7.2 分析步骤和提高精度的途径176

 § 7.3 总体精度分析举例182

 思考题及习题191

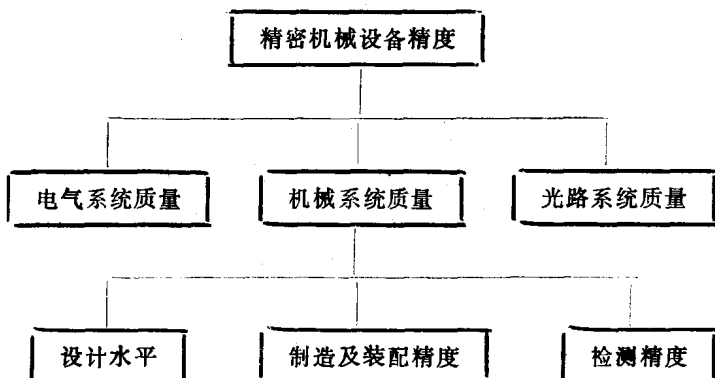
附录192

绪 论

一、研究机构精度的重要意义

随着科学技术特别是电子技术和空间技术的发展,对产品的加工精度以及产品加工设备精度的要求越来越高。例如半导体集成电路向大规模和超大规模集成电路迅猛发展,电路图形日趋复杂,线条宽度越来越细,从几微米逐步缩小到 $0.1\sim 0.2$ 微米。这样对集成电路工艺设备以及测试设备的精度要求亦越来越高,使之成为当今世界上最为精细的加工行业。精密机械是各种现代科学技术最为密集领域之一,这是由于许多学科向精密机械领域渗透的结果。因此研究各类精密机械设备精度问题时,不能片面强调某一学科单独作用,而应作全面分析,从各个方面采取措施。一般地讲,若不考虑加工工艺及环境对设备的影响,则这类现代精密机械设备的质量乃是机、电、光等诸系统质量的总和。而设备中机械系统的质量又是机械设计、机械制造和测量技术等诸质量的总和(见表0-1)。

表 0-1 机、电、光系统质量与设备精度的关系



在特定的设备中,机、电、光等系统所起的作用不同,其中机械是基础。众所周知,机床的传动精度首先取决于传动链各零件的制造和装配精度,如果机械本身的精度不高,则任何先进检测和控制系統也很难发挥其应有作用。正如美国学者韦恩·R·穆尔所说:“机床精度在于几何精度”,最近苏联学者勃·姆·巴兹洛夫在其专著中,也特别强调对机器几何精度的研究。

此外据报导,1978年美国国防部组织的由122位专家组成的“机床任务调查组”,在经过30个月调查研究后所作的调查报告中也曾指出:“通晓机床精度学的人数较少,需要更多的单位和人员了解机床误差是如何使被加工零件超差的,如何对已知的,反复出现的误差加以防止和补偿等。”可见研究机构精度有其重要意义。

欲提高机构(机械)精度,首先应提高机械设计水平,因为在研制机构和机械设备过程中,起主导作用的是机械设计。设计水平的高低,不仅直接影响机构和设备精度,而且将影响制造工艺及测量技术的方法、难度和成本等各个方面。

设计机械时,一般只研究能实现最佳运动规律的理想机构。至于其构件误差(主要是制

造和装配误差等)对机构精度的影响以及分析设计方案及其图纸能否达到规定精度要求等问题,乃是机构精确度所要研究的任务。精度分析是精密机械设计中的必要环节,也是保证机构及设备之精度的重要技术措施之一。

机构精确度的基本概念、基本理论及基本方法,同样适用于电路系统、光学元件及其光路等方面的精度分析。精度分析已成为一种通用技术,将在综合精度分析中发挥重要作用。

二、机构精确度的发展历史

众所周知,多数机构的基本目的在于使其构件实现给定的运动规律,并保持一定的位置精度。可是一般机械原理所研究的是理想机构,即假设机构构件为绝对刚体,其尺寸和外形均绝对精确。这种理想机构实际上是不存在的,因为机构中难免有这种或那种误差存在。例如运动副中有了间隙,构件便不可能按给定规律作准确的运动。这历来是生产上特别在精密机械中迫切需要解决的重大问题。

机构精确度就是根据生产需要并依靠科学技术进步而建立起来的一门新学科,已成为机械学中的重要分支之一。其任务是研究实际机构,分析计算构件误差对机构精确度的影响,探讨机构误差的传递规律及其理论。

机构精确度的发展历史不长,仅40年左右时间。虽然早在1937年发表的“自动机机构的设计方法”论文中,提及了机构误差的一般问题,但当时还没有确定问题的实质,只局限于对某些机构的不精确度作了个别的启示。到了四十年代初期才开始研究机构精确度理论。从此之后,对渐开线齿轮的精确度进行过有意义的研究,提出了“转换机构和微小位移图”的概念,发表过“画线机构的误差”和“关于机构误差的基本理论”等论文。与此同时,还探讨过机构的速度与加速度误差和动态误差,以及低副平面机构中由于构件尺寸不精确和铰链中有间隙所引起的误差等问题。直到四十年代末期及五十年代初期,外国学者先后出版了《机构精确度》和《机械制造精确度及其定律》等几本不同学派的专著,才奠定了机构精确度的理论基础,形成了一门新兴学科。

众所周知,早在六十年代国外就曾先后发表过《度量衡学基础与仪器机构精确度》、《精密齿轮传动装置——理论与实践》等专著和有关论文,对推动本学科的发展及其应用曾起过积极的作用。

到了七十年代,著名学者勃鲁耶维奇的论文“确定机构速度和加速度误差的方法”的发表及其专著《装置精确度和可靠性的非线性理论基础》的出版,标志着机构精确度的研究又深入了一步。在此期间,还发表过《度量衡学基础和测量装置精确度理论》等很多与本学科有关的论文和专著。

进入八十年代以来,又有“分析计算机床精度的总和法”、“机械装置精确度的通用计算方法”、《机构的运动学、动力学和精确度》以及《电子计算机辅助计算机器精确度》等很多论文和专著相继问世。从中可以明显看出,有关学者和科技工作人员正在探索一种通用的机构精确度计算方法以及计算机在研究机构精确度中的应用。这是一个值得重视的发展动向。

迄今为止,机构动态精度的分析计算与实际应用还有一段距离,需要继续研究。而机构静态精度的分析计算已有较大的发展。在典型机构精度分析方面,不仅其研究深度在不断深化,而且研究范围也在逐步扩大。例如,对影响滚珠螺旋副综合导程精度因素的分析研究,近年来由于生产发展和技术进步等需要,已引起国内外有关单位的重视。

在精度分配方面, 由于优化技术的发展和电子计算机的广泛应用, 已有较大的进步。

在机构精度计算方法方面, 新的计算方法及不同学派也时有出现。众所周知, 矢量代数法在分析空间误差, 特别在分析棱镜等光学系统的精度方面, 得到了成功的应用。间隙对机构精度的影响历来为人们所重视, 已有不同学派在从事这方面的研究。

我国在机构精度研究及其应用方面也做了大量工作, 发表过很多论文和著作。但是在中期曾一度出现停滞不前的现象, 经历了一段曲折的道路。近年来由于我国四化建设的需要, 又出现了回升的势头。表 0-2 所示为我国这方面的一部分研究项目。

必须指出, 机构静态精度的分析计算虽有其重要意义, 但毕竟有较大的局限性。因此, 它只适用于那些轻而小, 加速度低, 又无较大惯性力的精密机械设备及仪器。例如钟表机构、解算装置、测量仪器、雷达中的伺服机械系统、精密工作台以及精密机床等等。因为这些机构和设备所要保证的精度主要是位置精度。

表 0-2 关于机构精度分析及精度分配的部分研究项目

机 床 类	1. 坐标镗床精度分析及主要零件的精度分配研究
	2. 高精度蜗杆及滚刀磨床的精度分析及零部件精度分配的研究
	3. 丝杆磨床的精度分析及零件精度分配的研究
	4. 齿轮磨床精度分析及传动链精度的研究
	5. 数控机床传动链精度和动态精度的研究
量 仪 类	6. 三坐标测量机精度分析与精度分配的研究
	7. 长度测量仪器的机构精度及机构误差理论的研究
	8. 小模数万能渐开线检查仪的精度分析
其 他 精 密 机 械	9. 小模数齿轮传动链精度分析与计算的研究
	10. 雷达中的伺服机械系统的精度分析
	11. 天文望远镜传动精度的研究
	12. 光栅长度刻划机的精度分析
通 用 机 构	13. 多层十字簧片式等几种弹性联轴器精度的研究
	14. 谐波齿轮传动机构的精度分析
	15. 轴系的精度分析
一 般 问 题	16. 关于精度最佳分配问题的理论研究
	17. 精度分析经济效果的研究
	18. 精度软件的研制
	19. 通用教材《误差理论及精度分析》、《机构精确度》和《计算机辅助计算机器精确度》的编、译和出版

三、机构精确度的基本任务

机构精确度的基本任务可以分为精度分析和精度分配两个方面。

(一) 精度分析

精度分析是根据机构设计图纸及有关技术条件, 先分别计算其零件原始误差引起的局部位置误差, 再进行误差合成, 求出该机构可能达到的总精度。

通过精度分析，可以在设计阶段进行多方案比较，从中选出精度最佳的设计方案。

通过精度分析，还可以算出构件中每一个原始误差所引起的机构局部位置误差及其在机构总误差中所占的比例，从而发现其中的关键和薄弱环节，明确提高机构精度的方向和重点，并为改善设计质量及提高设计水平提供资料和依据。

这种方法不仅能分析非周期性误差，而且能分析周期性误差。这种方法对每一个原始误差的影响都能分析出来，其详细程度是目前其他分析方法(如频谱分析法)无法相比的。其缺点是计算结果与实测数据往往有出入。这是尚待进一步研究和完善的问题。

(二) 精度分配(又称精度设计)

精度分配是精度分析的逆运算，就是根据机构总的精度要求，合理地确定其零部件的公差配合等技术条件。

用经验设计法设计机构时，零部件的技术条件通常是用“类比法”确定的，因此常常造成不必要的返工和浪费。这在生产上特别在精密机械设计中是急待解决的问题，也是机械设计由经验设计向理论设计过渡中需要解决的问题之一。

精度分配要比精度分析复杂得多。目前对于结构不太复杂，要求又不很高的机构进行精度分配问题不大。如果要求较高，如既要满足精度要求又要考虑制造成本，则要求制造工厂积累有关统计资料。但是要做到这一点目前还有困难，而且精度分配理论本身也需要进一步研究和完善，因此本课程的重点放在精度分析方面。

四、课程目的及基本要求

本课程的基本目的是：通过机构精度方面的基本概念、基本理论、基本方法以及典型机构精度分析的学习，培养学员分析和解决机构精确度方面问题的能力。为此在学习本课程时，应着重注意以下四点。

- (1) 学会全面分析误差来源，并能找出其中重点；
- (2) 掌握误差传递理论及其计算方法；
- (3) 能按误差性质及其分布规律，进行误差合成；
- (4) 能通过精度分析，指出提高机构精度的方向和重点。

第一章 误差理论基础

§ 1.1 误差的基本概念

一、误差的定义

误差就是错误值(含有误差的值)与正确值之差,即

$$\text{误差} = \text{错误值} - \text{正确值}$$

上式为误差的逻辑方程式。对于具体的误差公式,可以根据具体情况按逻辑方程式的形式来确定。例如在长度计量中,测量某一尺寸的绝对误差公式为

$$\text{绝对误差} = \text{测得值} - \text{真实值}$$

又如机构的位置误差也可按上述误差逻辑方程式来确定,即

$$\text{位置误差} = \text{实际位置尺寸} - \text{理论位置尺寸}$$

二、误差分类

(一) 按设备误差源分类

误差按设备误差源分类可分为设计误差、制造误差和使用误差。

1. 设计误差(原理误差) 设计误差是设计设备或机构时,由于采用简化机构或近似理论,使实际机构与理论机构产生一定差距而造成的原理性误差。

2. 制造误差 制造误差是设备或构件在加工制造及装配过程中所造成的构件尺寸、形状以及相互位置等误差。

3. 使用误差(又称运行误差) 使用误差是设备或构件在使用过程中,受力变形、摩擦、磨损以及工作环境偏离标准状态等诸因素所造成的误差。

(二) 按误差出现的规律及数学特征分类

1. 系统误差 系统误差是服从一定规律的误差,它是由一个或几个确定的因素按一定的函数关系作用的结果。系统误差又可按下列方法分。

(1) 按对误差掌握的程度分为:

①已定系统误差。误差的大小和方向为已知。

②未定系统误差。误差的大小及方向为未知,但通常可估计出其误差的范围。

(2) 按误差出现规律分为:

①不变系统误差。即误差大小和方向固定不变。

②变化系统误差。即误差大小和方向按一定规律(线性规律,周期性规律,复杂的规律)变化。

2. 随机误差(又称偶然误差) 其误差的大小和变化方向没有规律性,但它们的分布服从统计规律。

(三) 按误差的本身因次(单位)分类

1. 绝对误差 它是某机构位置的测得值和真实值之差, 其表达式为

$$\Delta = X - L_0$$

式中 Δ ——绝对误差;

X ——测得值;

L_0 ——真值。

误差可能是正值或负值。若以绝对值表示其大小, 则真值为

$$L_0 = X \pm |\Delta|$$

在一般情况下, 真值 L_0 并不知道, 即使求得, 也只是一个近似值。因此就产生了最大绝对误差值的概念。例如用一个毫米钢尺测某一工件长度, 钢尺可准确到 0.5mm, 如测得尺寸为 25mm, 可知该工件的实际长度必在 24.5mm 和 25.5mm 之间。也就是工件的实际长度与测得的近似值之差不会超过 0.5mm, 这就是最大绝对误差, 通常简称为绝对误差。

绝对误差只能用以判断对同一尺寸(同一量程)的精度, 如果对不同尺寸的测量, 就难判断其精确的程度。例如: 对 1m 长的工件和 100mm 长的工件而言, 若其误差均为 1 μ m, 则显然前者的精度比后者的高得多。为了解决这个问题, 而引入了相对误差的概念。

2. 相对误差 相对误差 r 是绝对误差 Δ 与被测量真值即机构运动真实值 L_0 的比值。由于真值不知, 为方便起见, 一般采用测得值 X 来代替真值。故

$$r = \frac{\Delta}{L_0} \approx \frac{\Delta}{X}$$

r 是一个比值, 无因次, 通常以百分数(%) 来表示。相对误差在通常情况下即指最大相对误差。

仍对前面例子进行计算, 其相对误差为

对于 1m 工件

$$r_1 = \frac{1(\mu\text{m})}{1000 \times 10^3(\mu\text{m})} = \frac{1}{1000000} \times 100\%$$

对于 100mm 工件

$$r_2 = \frac{1(\mu\text{m})}{100 \times 10^3(\mu\text{m})} = \frac{1}{100000} \times 100\%$$

显然 $r_2 > r_1$ ($r_2 = 10r_1$), 说明 1m 长的工件精度高。

(四) 按各误差之间是否独立分类

1. 独立误差 各原始误差之间是独立的, 互不相关。在计算总误差时, 可应用误差独立作用原理, 不必考虑相关系数(即相关系数为零)。

2. 非独立误差(又称相关误差) 各原始误差之间互不独立, 相关系数不为零, 介于 -1 和 +1 之间。在计算总误差时, 要考虑相关系数的影响。

(五) 按误差的时间特性分类

1. 静态误差 不随时间变化的机构各位置误差称为静态误差。静态误差可以看作随机变量。

2. 动态误差 是时间的函数的机构位置误差称为动态误差。动态误差应看作一个随机过程。通常要用随机过程的理论来解决。

此外还有其它分类方法, 不再赘述。

§ 1.2 机构精度的评定指标

精度的高低是用误差来衡量的。误差大说明精度低，误差小，则精度高。所以精度是误差的反义词。既然精度是用误差来衡量的，而误差性质可分为系统误差和随机误差两种，因此机构精度也相应地划分为如下几种，作为评定机构精度的指标。

一、机构准确度

机构准确度是指机构实际运动与理想运动的符合程度，即机构工作的准确程度。换句话说，机构准确度是任一定位点上，机构多次运动的实际平均位置与其理想位置之差。它是机构运动范围内位置误差的函数。对于一个具体机构而言，准确度反映了机构的系统误差。图 1-1 所示为一个机构的实际运动曲线与理想运动曲线。若在任意位置 X_i 处，其实际运动曲线 $Y_2(X)$ 与理想运动曲线 $Y_1(X)$ 不重合，则可把 X_i 处的理想运动曲线与实际运动曲线之间的机构位置误差定义为机构在 X_i 处位置的准确度，即

$$\Delta Y_i = Y_2(X_i) - Y_1(X_i)$$

图 1-1 机构准确度示意图

在机构不存在原理误差的情况下，影响机构准确度(机构位置误差)的主要因素有机构构件的制造误差等。机构准确度可以用分析计算方法求得，而且还可以通过调整、更换零件或加入修正量等办法加以改善。准确度是评定机构精度的最基本参数，其它参数是机构精度的进一步表示。

二、机构精密度

机构精密度表示机构多次重复运动的符合程度，即机构重复动作对其平均运动的分散程度，也就是机构运动的可靠程度(见图 1-2 所示的虚线)。

精密度反映机构在正常工作条件下的随机误差，其中包括机构中所有时刻变动着的因素。例如机构构件的配合间隙，作用力的变化，摩擦以及弹性变形等等。

造成机构重复动作对其平均运动分散的原因很多，非常复杂。因此目前对精密度主要靠试验方法来测定。同一类型机构的精密度基本上是固定不变值。

由于机构在整个运动中，其精密度通常为变动量，因此常用其最大值来表示机构精密度。

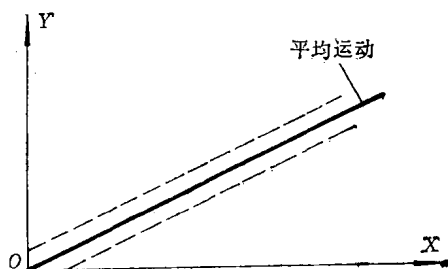


图 1-2 机构精密度示意图

三、机构精确度(或简称机构精度)

准确度与精密度的综合称机构精确度。精确度反映机构系统误差和随机误差综合影响的程度。其定量特征可用综合位置误差 Δ_s 来表示(具体计算方法后面将详细介绍)。

对于具体机构而言,精密度高,不能说其准确度也高;反之亦然,准确度高的,其精密度不一定就高。但精确度高,则其准确度和精密度都一定高。因此只有精密度与准确度的综合即精确度才能全面表示机构精度的特征。图 1-3 所示为几种打靶结果,即子弹落在靶子上

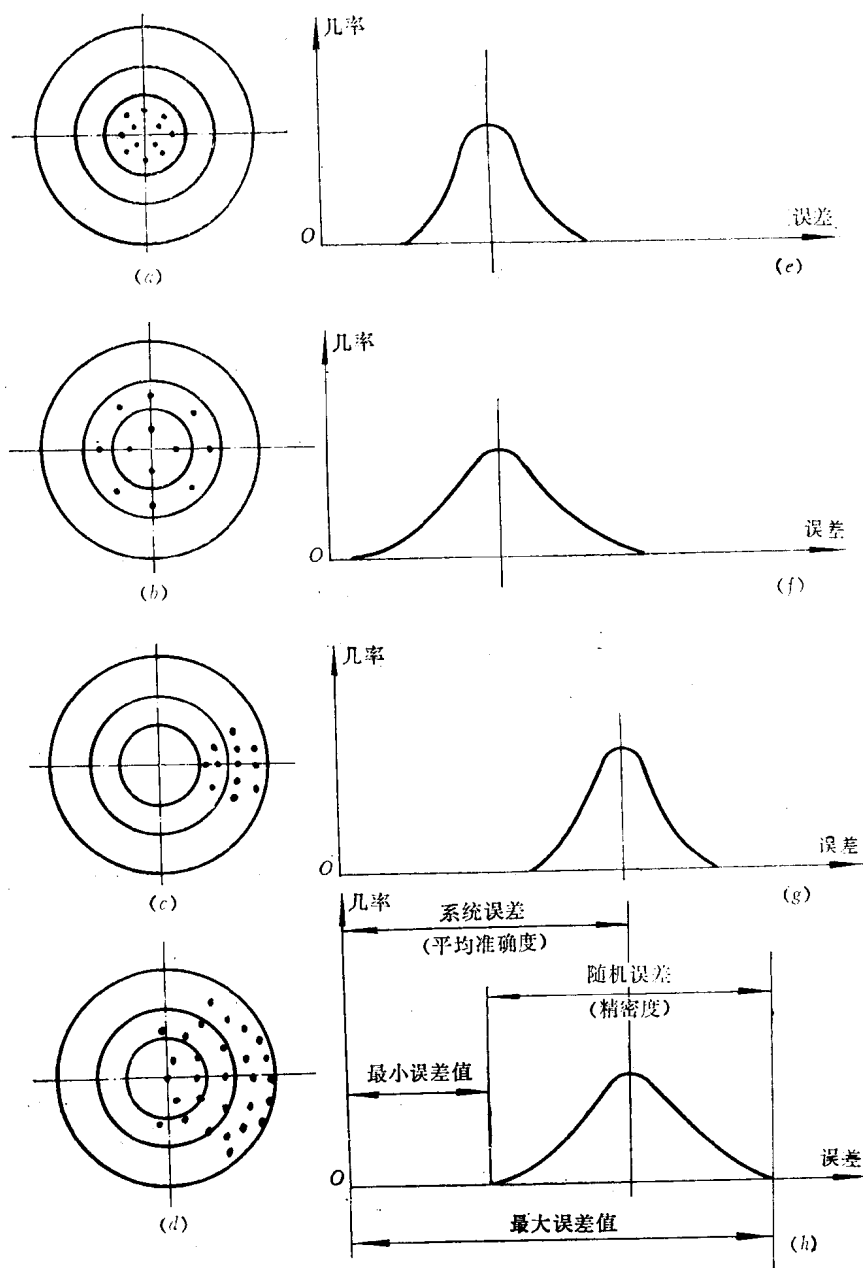


图 1-3 准确度、精密度与精确度之间的关系图

的几种情况(图(a)、(b)、(c)、(d))及其分布曲线(图(e)、(f)、(g)、(h))。从图中可形象地看出准确度、精密度及精确度的含义以及三者之间的关系。

图 1-3(a)及(c) 表示系统误差和随机误差均小, 即准确度和精密度都较高, 亦即其精确度高。

图 1-3(b)和(f)表示系统误差小而随机误差大, 即准确度高而精密度低。

图 1-3(c)和(g)表示系统误差大而随机误差小, 即准确度低而精密度高。

图 1-3(d)和(h) 表示系统误差及随机误差均大, 即准确度和精密度都低, 也就是说其精确度低。

由此可见, 为了机构能准确可靠地工作, 其精确度应高。如果达不到上述理想要求, 则应首先保证有较高的精密度, 以便机构能可靠地工作。这是因为系统误差还可以通过调整、更换零件或加入修正量等办法来减少或消除, 以达到提高机构精确度的目的。

四、局部的实际机构精确度指标

上面讲过, 只有精密度与准确度的综合即精确度才能全面表示机构精度的特征。这无疑是正确的。但是从理论上讲, 作为科学的评定指标还应符合下列三条基本要求, 即

- (1) 指标应能评定机构主动件在不同位置时的质量高低;
- (2) 指标应能评定实现同一运动规律的不同机构的质量高低;
- (3) 指标应能评定实现不同运动规律的各种机构的质量高低。

从上述要求看, 用绝对误差作为质量评定指标不太适宜。尽管绝对误差可以评定主动件在不同位置时的机构质量, 即绝对误差较小的位置也就是精度较高的位置。但是绝对误差不能评定不同机构的质量。例如有两个运动简图完全相同, 但其尺寸大小不等(相差数倍)的机构。虽然大机构的绝对误差比小机构的绝对误差大, 但大机构从动件位置变化范围较大。因此不能得出小机构质量比大机构质量高的简单结论。

相对误差也不宜作评定机构质量的指标。因为相对误差不仅决定于机构结构、原始误差及其主动件的位置, 而且还取决于计算点的位置。例如图 1-4 所示的正弦机构, 是以滑槽与

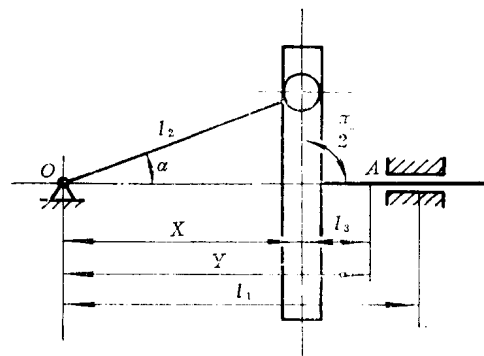


图 1-4 相对误差计算简图

曲柄回转轴线 O 之间的距离来描述机构位置变化规律 X 的, 即

$$X = l_2 \cos \alpha$$

如果改用滑槽的导杆上某一点 A 与曲柄回转轴线 O 之间的距离来计算, 则机构位置变化规律 Y 便为

$$Y = l_2 \cos \alpha + l_3$$

在上面两种情况中, 机构位置的绝对误差相同, 而相对误差不等。 l_3 值愈大, 则第二种情况的相对误差愈小。这一方面说明不能用相对误差来评定各种机构的质量; 另一方面证明, 当机构主动件在某一给定位置时, 由于选择计算点不同, 其相对误差亦不相等。因此相对误差亦不宜用于评定机构主动件在不同位置时的质量。

为了弥补上述缺陷，可采用一种叫局部的实际机构精确度指标 ξ 来计算，其表达式为

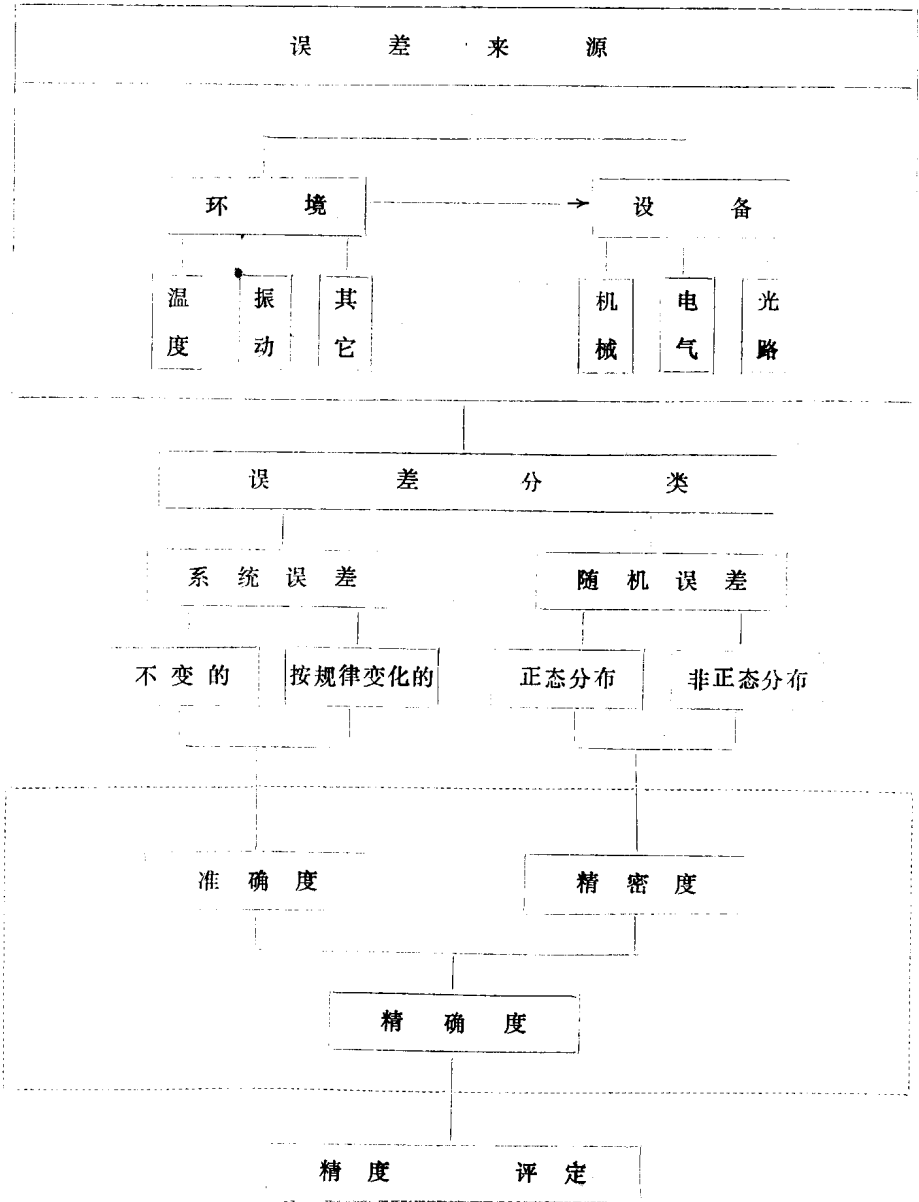
$$\xi = \frac{\Delta_{\Sigma}}{\phi}$$

式中 Δ_{Σ} ——机构主动件在给定位置时的机构从动件位置误差的最大可能值，或称综合位置误差；

ϕ ——机构从动件的整个行程。

ξ 值大小虽取决于机构结构、位置及其原始误差，但与计算点的位置无关。由上式知， ξ 值与 Δ_{Σ} 成正比，而与 ϕ 成反比，故如果增大机构尺寸，并使从动件整个行程 ϕ 的增加速度比综合位置误差 Δ_{Σ} 的增大速度要快，那么，机构精确度将随尺寸的增大而提高。

表 1-1 误差来源、分类及其评定



此外,当机构主动件位置给定时,这个指标还可评定各种机构实现给定变化规律时的质量。机构的 ξ 值愈小,则说明该机构的质量愈高。

五、机构精确度的实际指标

局部的实际机构精确度指标不足之处在于只能评定主动件在某一位置上的质量。为了克服这个缺点,又采用了一种新的指标即机构精确度的实际指标 W ,其表达式为

$$W = \frac{\int_0^\phi \xi d\varphi}{\phi}$$

由于式中分子是指标 ξ 在从动件整个位移内的积分,因此 W 所评定的已经不仅是主动件在某一位置时的质量,而是整个机构的质量。机构的 W 值愈小,则说明该机构的精确度愈高。

以上所述只是理论上的分析,实际上评定精密机械设备精度时,目前国内外常用的还是准确度和精密度两项指标的绝对误差。例如对于集成电路专用机械设备精度的评定,目前国内外都采用位置精度(准确度)和重复位置精度(精密度)两项指标的绝对误差来表示。

制定科学的机构精度评定指标是一件非常重要的工作,这一工作非常复杂,需要进一步研究和完善,这里只作简要介绍。表1-1所示是误差来源、误差分类及精度评定的概括。

§ 1.3 随机误差

一、随机误差的基本概念

(一) 随机误差的特点

随机误差是纯粹的随机量,它的出现没有一定的规律,即前一个误差出现后,不能预定下一个误差的大小和方向,也就是说误差的大小和正负都无法预测,误差具有随机性。但是对大量重复试验的数据进行分析后,发现随机误差却存在着统计学上的规律性,其所出现的数值大小是在某一定的范围内,并且有一定的概率分布规律,大多数随机误差是服从正态分布的。随机误差不能通过实验的方法来消除。

(二) 随机误差的产生原因

随机误差(偶然误差)主要由以下几方面因素引起,即

1. 机构装置方面的因素 由于零部件配合的不稳定,零部件的应力引起的弹性变形,传动件的配合间隙,配合表面油膜不均匀,摩擦力的变动以及因零件的材质不均匀而引起的各种微小的变形等。

2. 环境方面的因素 这方面的因素有:温度的微小波动,湿度与气压的微量变化,光照强度的变化,外界无规则的振动,灰尘以及电磁场的变化,电源电压的波动,零点的飘移,等等。

3. 人员方面的因素 这方面的因素有:瞄准、读数的不稳定,人员在室内走动引起的振动,数据计算中的舍入误差等等。

二、随机误差统计直方图(又称频率直方图)

绝大部分误差都是随机的。严格地说,从设计的角度来看,即使是系统误差,由于制造

的条件不固定,带有一定的随机性,将来出现的数值也具有随机性。随机变量数值的大小只能用统计学的规律来研究。

正确地进行误差合成需要掌握各个误差分量的概率分布规律,从理论上来确定分布密度函数 $f(X)$,进而根据概率论的公式求出平均值 μ 和方差 $D(X)$,即

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} X f(X) dX$$

$$D(X) = \sigma^2 = E((X - \mu)^2) = \int_{-\infty}^{\infty} (X - \mu)^2 f(X) dX$$

式中 $f(X)$ 为误差分布密度函数。

但是用这样的理论方法求分布密度函数,找分布规律有时很困难,只有正态分布和一些典型的非正态分布才可以解决。可是误差的实际概率分布往往偏离正态分布,因此,常常需要用实验的方法,由实验观测或其它方法收集一批资料,经过整理和归纳找出其误差的概率分布规律。

在实际工作中,只能进行有限次数的实验。由子样近似地找出母体的分布密度函数及其数字特征,用统计直方图(实际分布曲线)近似代替分布密度曲线(理论分布曲线)。这就是实验估算方法。

所谓母体,就是指某一次统计分析工作中所要研究的对象的全体,也就是随机变量 X 所取的一切可能值的全体。所研究的全体对象中的每一个可能值称为个体。

在实际工作中,常抽取母体中的一部分个体,这些被抽取出来的个体的集合体称为子样。

观测数据的列表和制图是进行数理统计工作、研究误差分布的重要步骤。下面举例说明统计直方图(即经验分布图)的制作过程。

例如作一次实验:测量某一个钢球的直径,重复测量次数 $n = 150$ 次,每次得到的观测值为 $X_i (i = 1 \sim 150)$ 。为了便于进行数据处理,首先将所有测得值 X_i ,按大小分为若干组,取每组间隔 $\Delta X = 0.01\text{mm}$;然后统计测得值 X_i 在每组间隔内出现的次数 m_i (频数),并计算出其相应的频率 $f_i (f_i = m_i/n)$,即出现的次数 m_i 同总测量次数 n 之比值(相对频数);最后列出频数及频率分布表,见表 1-2。

根据频数表中的数据,就可按以下步骤作出统计直方图:

(1) 以分组尺寸为横坐标,以出现的次数 m_i 或频率 f_i 为纵坐标。

(2) 在横坐标上划分出等分的子区间。本例中子区间的数目为 11,各子区间的中心值(即为分组平均值) $\bar{X}_i$ 作为各分组的观测值。各子区间的边界值取决于各子区间的间距。已知本例中的间距 $\Delta X = 0.01\text{mm}$,由表 1-2 可知 $\bar{X}_2 = 7.32\text{mm}$ 的频率为 2% 的含义是:观测值落入 2 号子区间的间隔内(自 7.315mm 至 7.325mm)的频率为 2% (或频数为 3)。

(3) 画出各子区间上的直方柱,直方柱的底边宽度为该组子区间的间隔范围 ΔX_i ,高度为该组数据的频率或频数。直柱的中心与该子区间的中心值对应。显然,统计频率直方图的总面积应为 1。

(4) 把各直方柱上部的中点用直线连起来,则得到一条由许多小直线连起来的折线图,这种曲线就是用实验方法由子样得到的分布密度曲线。该图即为经验分布图。

显然,当观测次数 $n \rightarrow \infty$,即误差间隔区域划分得很小($\Delta X_i \rightarrow 0$)时,那么带折线的经验分布曲线就趋于光滑的理论分布曲线了。从本例中曲线的形状可以看出它是对称曲线,服从