

声学理论基础

何祚镛 赵玉芳 编

国防工业出版社

内 容 简 介

本书内容包括声学的一般原理和某些技术应用的基础理论。

全书共分八章，主要内容包括：振动和振动系统的理论基础；连续介质中声传播的基本定律和波动方程；声波在界面或介质层上的反射、折射或透射以及波在波导中的传播；声波的辐射、典型辐射器的声场和声辐射的自辐射阻抗和互辐射阻抗；声波的衍射与障板对声辐射和接收的影响。还有介质对声波的吸收作用和吸声材料的概念和原理；非线性声学基础，参量阵的基本原理和应用，以及空化现象和空化噪声。

本书可作水声、声学专业大学生的教科书，亦可供水声及其它声学专业教学和科技人员参考。

声学理论基础

何祚瑞 赵玉芳 编

*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092¹/₁₆ 印张 29¹/₄ 682千字

1981年8月第一版 1981年8月第一次印刷 印数：0,001—3,500册

统一书号：15034·2200 定价：3.00元

前　　言

一九七八年一月全国高等院校造船专业统编教材座谈会上议定由哈尔滨船舶工程学院编写水声工程专业用声学基础一书。一九七八年五月造船专业教材大纲审定会议确定“根据当前各方面的需要，将该书改变为适合于一般水声专业通用的教材，而不仅仅限于水声工程专业”，并重新审定了教学大纲。本书就是根据此大纲编写的。

本书考虑到水声各专业的需要，在选材上除共同理论基础外，还包括结合不同专业的特殊理论问题及实际问题的理论分析，以供教师和读者根据需要取舍；还考虑到作为教材的特点，内容上保持自身的系统完整性、由浅入深，各章包括基本概念、原理和处理方法。

全书共分八章。第一～三章内容包括：集中参数振动系统和弹性物体振动的基本理论；声音在弹性介质中传播的基本定律；声音在无限或有界液体和固体中以及波导中传播的基本理论。它们是学习后面各章的基础，也是换能器原理和设计、水声传播原理的理论基础。第四～六章包括声波衍射、发射和接收等问题的基本理论。它们是进一步研究目标声反射以及声辐射器和声基阵设计的基础。以上六章，对一般声学专业学习都适用。部分章节可作为电声专业理论学习参考。第七、八章包括声学某些特殊问题。非线性声学基本原理和空化是研究水下噪声的基础；参量阵基本原理是研究、设计参量阵的理论根据；超声空化、空化噪声是水下大功率辐射的重要问题，对工程设计有实际指导意义。吸声材料和结构是水声工程、水下声系统设计和声学测量必备的理论基础。这两章中的某些章节也适用于超声工程理论学习和研究工作参考。

本书稿承北京大学杜连耀教授和李贵斌等同志审阅并提出宝贵意见，在编写过程中得到我院教材办公室、制图室等各方面同志的支持，借此，向他们表示感谢。

由于时间紧，篇幅所限，同时又要照顾各专业不同对象的需要，编写确也存在困难。书中定有不当或错误之处，热忱欢迎读者提出批评指正。

编　　者

1982.3.4

目 录

绪论	1	1-5-5 多自由度系统振动的概念	42	
第一章 机械振动系统的振动				
§ 1-1 单自由度机械振动系统的自由振动	5	§ 1-6 电声类比	43	
1-1-1 运动方程和解	6	1-6-1 类比电路元件	43	
1-1-2 振动速度、加速度和振动能量	7	1-6-2 声、电和机械三类系统 基本元件的类比	45	
1-1-3 阻尼振动	8	1-6-3 赫姆霍茨谐振器与声学 滤波器	47	
1-1-4 阻尼振动系统的能量	10	第二章 理想流体介质中声场的基本规律		
§ 1-2 单自由度机械振动系统的强迫振动	12	§ 2-1 声音在介质中传播的基本概念	49	
1-2-1 运动方程式和振动位移的解	12	§ 2-2 声学量——声压、质点振速、压缩量	50	
1-2-2 机械阻抗和机械谐振	15	§ 2-3 理想流体介质中小振幅波传播的基本规律	51	
1-2-3 位移振幅的频率特性	18	2-3-1 几点假设	51	
1-2-4 机械系统强迫振动的过渡过程	20	2-3-2 连续性方程	51	
§ 1-3 任意时间函数的力对机械振动系统的作用	21	2-3-3 状态方程式	53	
1-3-1 任意的周期力对机械振动系统的作用	22	2-3-4 运动方程	55	
1-3-2 任意时间函数(非周期)的力对机械振动系统的作用	25	2-3-5 理想流体介质中小振幅波传播的波动方程	56	
§ 1-4 机电类比	29	2-3-6 速度势函数	58	
1-4-1 机械系统和电路的元件	30	§ 2-4 声场中的能量关系	59	
1-4-2 单自由度机械系统和单电回路的运动方程式	30	2-4-1 声能密度	59	
1-4-3 谐和振动稳态解各量之间关系的类比	31	2-4-2 能流密度和声波强度	59	
1-4-4 力作用于弹簧一端与并联回路的类比	31	§ 2-5 平面声波在流体介质中的传播	61	
§ 1-5 两个自由度耦合系统的自由振动	34	2-5-1 平面声波在均匀无限介质中的传播	61	
1-5-1 运动方程式	34	2-5-2 谐和律振动的波	62	
1-5-2 简正振动	35	2-5-3 平面波在两种不同均匀介质分界面上的反射和折射	67	
1-5-3 两个自由度系统自由振动的举例	37	2-5-4 平面波在介质层上的反射和透射	76	
1-5-4 两个自由度耦合系统的强迫振动	39	§ 2-6 各向均匀的球面波	85	
		2-6-1 波动方程及传播特性	85	

2-6-2 谐和律振动球面波	86	3-3-4 均匀细棒和电波传输线的类比、比 输入阻抗	165
2-6-3 谐和球面扩散波	87	§ 3-4 分布参数机械系统的等效参量和 等效集中参数系统的机电类比	167
2-6-4 球面波在两种介质分界面上的 反射和折射	91	3-4-1 分布参数系统和集中参数系统 的特点	167
§ 2-7 柱面波	96	3-4-2 等效参数	167
2-7-1 轴对称且沿轴均匀分布的 柱面波	96	3-4-3 分布参数系统的类比电路	169
2-7-2 柱坐标系中波动方程的通解	102	3-4-4 均匀细棒纵振动固有频率的 修正	170
§ 2-8 一般球面波	105	§ 3-5 弹性体振动问题之二：棒的弯 曲振动	172
2-8-1 球函数(球面上波幅分布函数)	106	3-5-1 运动的微分方程	172
2-8-2 球面柱函数(半径方向的 分布函数)	109	3-5-2 棒作弯曲振动的波动性质	175
§ 2-9 声波在波导中的传播	112	3-5-3 谐和律的弯曲振动	175
2-9-1 声波在流体平面层波导中的 传播	113	§ 3-6 弹性体振动问题之三：圆形薄板 的振动	179
2-9-2 声波在硬壁圆管中的传播	122	3-6-1 振动位移的微分方程	179
2-9-3 变截面管中的声传播	130	3-6-2 圆形薄板边缘固定情况的自由 振动	184
第三章 完全弹性固体介质 中弹性波传播规律		3-6-3 板面受均匀分布力作用的强迫 振动	188
§ 3-1 固体弹性介质的基本特性	135	§ 3-7 非均匀棒的振动	191
3-1-1 固体弹性介质中的内应力，应 力分量	135	第四章 声波的辐射	
3-1-2 固体弹性介质的形变，应变分量	138	§ 4-1 声波的辐射现象	194
3-1-3 应力和应变之间的关系，广义虎克 定律	140	4-1-1 电声换能器的类比电路和等效 电路	194
§ 3-2 固体中的弹性波	143	4-1-2 声场对辐射器的作用	196
3-2-1 固体弹性介质中的波动方程	143	4-1-3 辐射阻抗，辐射声功率和辐射 效率	197
3-2-2 固体中的纵波和横波(各向同性 介质中的压缩波和切变波)	145	§ 4-2 球形声源的辐射	200
3-2-3 固体中纵波与横波的位移势 函数	146	4-2-1 简单球形声源(均匀脉动球面) 的声辐射	200
3-2-4 平面波在液体-固体分界面上的 反射和折射	148	4-2-2 声偶极子及摆动球的辐射	202
3-2-5 表面波	155	4-2-3 球面辐射的一般关系	208
§ 3-3 弹性体振动问题之一：均匀棒 的纵振动	158	4-2-4 球面上点源的辐射	214
3-3-1 均匀细棒纵振动近似理论的一般 关系	159	§ 4-3 柱形声源的辐射	218
3-3-2 [例一]两端自由的细棒的自由 振动	161	4-3-1 无限长均匀脉动柱面的声辐射	218
3-3-3 [例二]一端固定，另端在谐和力作 用下棒的稳态振动	163	4-3-2 摆动柱的辐射	221
		4-3-3 细柱低频辐射情况	223
		4-3-4 柱面上条形声源的辐射	224
		§ 4-4 赫姆霍茨公式及其应用	231

§ 4-5 平面活塞式辐射器	237
4-5-1 具有无限幕的圆面活塞式辐射器的辐射	237
4-5-2 单面活塞辐射器的辐射阻抗	247
4-5-3 无幕活塞辐射器(无限介质中圆盘的振动)的辐射阻抗	247
4-5-4 边缘固定的圆形柔板低频辐射的辐射阻抗	248

§ 4-6 平面幕上振速不均匀分布辐射器的声辐射	250
4-6-1 具有无限幕的辐射器辐射声场的一般关系式	250
4-6-2 辐射面振速按 $u_0 \left(1 - \frac{\rho^2}{a^2}\right)^n$ 分布的辐射声场	252
4-6-3 圆形薄膜的辐射声场	255
4-6-4 圆形薄板的辐射声场	258
4-6-5 辐射面振幅按级数 $u_0 \sum_{n=0}^K \alpha_{2n} \left(\frac{\rho}{a}\right)^{2n}$ 分布的辐射声场	262
4-6-6 理想刚硬平面幕上弯曲圆盘辐射器所在平面上的声压分布	266
4-6-7 振幅非均匀分布辐射面的辐射阻抗的计算	272

§ 4-7 基阵的互辐射阻抗	278
4-7-1 声辐射器的相互作用, 互辐射阻抗及基阵总辐射阻抗	278
4-7-2 无限大平面障板上两圆面辐射器的互辐射阻抗	284
4-7-3 矩形面活塞式阵元的辐射阻抗和互辐射阻抗	289
4-7-4 球形理想刚硬幕上阵元的互辐射阻抗	304
4-7-5 柱面上阵元的互辐射阻抗	307

第五章 声波的散射

§ 5-1 平面声波在球面上的散射	315
5-1-1 刚硬不动球散射声场的声压	315
5-1-2 散射波强度和散射功率	318
5-1-3 刚硬不动微小粒子对平面波的散射	319
§ 5-2 刚硬圆柱的散射	322

5-2-1 散射波场的声压和声强	322
5-2-2 细柱的散射	324
§ 5-3 刚硬薄圆盘的声散射	326

第六章 声波的接收

§ 6-1 接收器表面的压力和接收面的振速, 接收信号的失真	329
6-1-1 接收器表面的压力和接收面的振速	329
6-1-2 接收信号的失真	342
§ 6-2 互易原理及其实际应用	343
6-2-1 声场中的互易原理	343
6-2-2 声场耦合的互易性(互辐射阻抗的互易性)	345
6-2-3 线性可逆收发系统的收、发方向特性的互易性	347
6-2-4 机电互易原理和电声互易原理	349
6-2-5 线性可逆电声换能器接收、发射响应的互易性	351

第七章 介质对声波的吸收和吸声材料

§ 7-1 均匀介质对声波的吸收作用	353
7-1-1 介质的粘滞性吸收	353
7-1-2 介质的热传导吸收	361
7-1-3 古典吸收和实验结果的分析	368
7-1-4 分子的热弛豫引起的声吸收	373
7-1-5 纯水的超吸收和结构弛豫引起的声吸收	378
7-1-6 海水的超吸收	380
§ 7-2 吸声材料和吸声结构	382
7-2-1 吸声材料的吸声系数和声阻抗	382
7-2-2 均匀弹性吸声材料	385
7-2-3 多孔性吸声材料	390
7-2-4 谐振腔式吸声结构	394
7-2-5 小气泡的散射和吸收	397
7-2-6 水声吸声结构	403

第八章 非线性声学

§ 8-1 有限振幅波的非线性及其传播特性	408
8-1-1 有限振幅波基本关系式	409

8-1-2 有限振幅平面行波的信号速度和 波形畸变	411	8-3-1 液体的强度和空化核理论	437
8-1-3 弱激波和锯齿波的形成以及它们 形成的距离	416	8-3-2 超声空化的空化阈	440
8-1-4 有限振幅声波的介质吸收和传播 衰减	417	8-3-3 空泡核在声场中的动态	443
8-1-5 有限振幅波的波束宽度	419	8-3-4 空泡闭合时的激波强度	445
8-1-6 大振幅波声强度的饱和	419	8-3-5 空化噪声	449
§ 8-2 非线性声学的应用——参量阵	420	附录	453
8-2-1 非线性波动方程的推导	421	附表 1 不同材料的物理常数表	453
8-2-2 平面波非线性相互作用以及差频 波声场	423	附表 2 贝塞耳函数 $J_m(x)$ 和 纽曼函数 $N_m(x)$ 表	454
8-2-3 声参量阵端射指向性和转换 效率	426	附表 3 虚变量贝塞耳函数 $I_m(z) = i^{-m} J_m(iz)$ 表	455
8-2-4 参量放大接收	431	附表 4 球贝塞耳函数表	455
§ 8-3 空化现象和超声空化	436	附表 5 球坐标勒让德函数表	456
		附表 6 $\Delta_p(z)$ 函数表	457
		参考文献	457

绪 论

声学作为物理的一个分支是一门古老的学科，也是一门发展的学科。随着科学技术的发展，它已渗透到其它许多自然科学领域中，推动了许多边缘学科的新生和发展。

声学是研究声音的产生、传播、接收、作用和处理重现的学科。声音是一种机械扰动在气态、液态和固态物质中传播的现象。其频域宽广，范围为 $10^{-1} \sim 10^{10}$ 周/秒。声音在传播过程中还会引起物质的光学、电磁、力学、化学性质以及人类生理、心理等性质的变化，而它们反过来又将影响声音的传播。所以声学研究的范围很广，分支很多（见表 0-1）。

表0-1 声学分支与其他学科的关系

基础声学	声学分支	有关学科	
物理声学，理论声学（包括分子声学、微波声学，以及各种物质中振动和机械能辐射理论）	地震波 大气声	地球和大气物理	地学 工程技术 文化、教育、艺术 生命科学
	水声	海洋学	
	电声 超声	电子、电讯、化学	
	冲击与振动噪声	力学	
	建筑声	建筑	
	音乐声和乐器	文化艺术	
	语言声	音乐	
	心理声	语言	
	听觉	心理	
	生物声	生理	
		医药、医疗、仿生	

下面进一步说明它们的发展概况和相互关系。

物理声学和理论声学是声学各分支的理论基础。机械振动、机械能的传输和辐射是研究各种声源和声波收、发器件原理的理论基础。分子声学和微波声学主要是研究声与物质内部结构的关系，因此也属于基础声学。

音乐声学是声学中最古老的。从最早的金石、管、竹、丝、弦各种乐器制作与定音到音乐的音调音色的研究，其发展历经数千年。根据历史文献记载和出土文物证实，早在公元前四百多年我国战国时代已经采用十二乐音程系。出土文物中，乐器的品种也很多，如笛、箫、笙、琴、瑟、鼓等，特别是曾国墓出土的成套的编钟（钟组达六十五件）、编磬，提供了钟磬合律的证据。在我国，七音阶的采用也比古罗马七音阶研究（Tarentum 375BC）至少早六十年。古典声学理论的发展常和乐器振动的研究有关，早在十六世纪

Galileo(1564~1642)对弦振动规律的探索，以后许多数理学家对物体振动的研究，以及人们对音调的感受的研究都是和音乐有关的。

语言声学和生理声学是研究人类发声和语声，以及对声音感受的声学。早在十七世纪初，W. Balington(1629)作了观察声带运动的实验。G. S. Ohm(1787~1854)提出了音乐的声音是由许多频率的单谐振动合成的概念，并认识到乐音的音色是因为有一些“相称的”单调音组成的缘故。他还认为人耳能把任何一个复杂声音分解成一组简谐音调。这种频率分解的概念在数学上便是傅立叶分析的原理，(1822年傅立叶在分析热运动时出色地运用了这个原理)。傅立叶分析的理论，对声学的发展起了很大作用，至今在信号分析理论上仍是极为重要的数学工具。赫姆霍茨发展了 Ohm 的概念，并采用赫姆霍茨谐振腔对语言进行频率分析，从而奠定了语言声学的基础。他同时进行了人耳听觉的研究，开创了生理声学这一分支。虽然近代信息科学采用先进的分析处理系统，但语言是通讯系统的输入信息，听觉是对其输出信息的识别。所以，人和设备之间的关系还取决于人类的发声系统及语言的谱特征，以及听觉系统的生理、心理状态。近年来，城市和工业噪声对人们生理和心理作用的研究，进一步推动了近代生理声学和心理声学的发展。同时，由于仿生学的发展，人们开展了生物的发声和它们对声音的感觉的研究，从而开创了生物声学分支。这些方面的研究，促进了信息传递和检测理论的发展和通讯、广播、观测设备(包括水声设备)的发展。此外，对医治发声和听觉器官的疾病，和矫正生理上的缺陷以及心理上的病态是有直接作用的。

建筑声学发展也很早，它和古代宫殿、教堂和剧院的建筑有关。现代建筑声学包括剧场、大会堂的声学设计，而且发展到有关住宅区和厂房的声学设计，以及涉及到城市建设中声学问题的考虑。噪声控制不仅用于建筑工程，而且也是与城市噪声污染进行斗争的重要技术手段。由此，推动了噪声学的发展。

空气中的噪声和水下噪声有所不同。但是用于近代噪声的相关测量技术、喷气射流噪声机理的研究，以及噪声控制、减震、隔声、吸声等技术，对水下噪声的研究是可以借鉴的。

振动学是研究声源的理论基础。从加利莱奥(Galileo)的工作到虎克(1635~1703)定律的发现，都是振动学的实验研究。十八世纪数学的发展，推动了声学理论的发展。一七一三年泰勒(B. Taylor)第一次成功地把牛顿定律用于连续介质中微分元的运动，得出弦振动基频模的动力学解。而更为一般的解是在D. Bernoulli(1700~1782)、J. L. R. D'Alembert(1717~1783)和L. Euler(1707~1783)等人引入偏微分方程以后，才由振动弦的偏微分方程得出近代的严格解。因为只有应用偏微分方程才可能解决可压缩连续介质的运动问题。J. L. Lagrange(1736~1813)所著的《力学分析》一书中，把弦振动等效成 n 个自由度的质点耦合振动进行求解。这种方法作为多自由度系统振动的分析方法，现在仍然有用。在虎克对弹性体应力和应变关系研究的基础上，十八世纪的数理学家进一步研究了金属棒、弹性板和壳体的振动。这不仅为发展固体中波动研究建立了基础，而且为发展声源的研究创造了条件。一八七七年瑞利(L. Rayleigh)的著作《声学原理》是集古典声学的大成。其中振动学部分，包括弦、膜、棒、板等振动的数学分析，是一般稳态振动和典型弹性物体振动完整的、系统的理论总结。随机振动的研究开辟了近代声振动研究

的新方向。其发展和噪声源辐射的研究有关，又和随机过程理论研究有关。而后者又是随机声信号的统计分析、噪声干扰背影上信号检测以及波在随机不均匀介质中传播的理论基础。它们在水声传播和信号处理方面得到发展和应用。

非线性声学研究早在十九世纪中就已开展。早期 F. B. Riemann 和 S. Earnshaw 的关于非线性方程的解的研究，到瑞利关于有限振幅波传播的研究，这是激波的早期理论基础。现代激波理论与空气动力学发展有关。非线性声学以及非线性振动是二十世纪声学中非常活跃的课题。它涉及物质的基本力学性质，以及机械波和物质的相互作用。液体中空化现象和波与波相互作用的研究，推动了强声波作用下许多物理、化学效应的机理研究，并已在工程技术中得到了应用。在水声中发展了参量阵，它解决了用小尺寸辐射器形成低频高指向性声场的问题。

电声学的发展和近代通讯技术发展紧密相关。微音器的发明使人们能够利用电子设备把语言信息传到远处。电子学的发展促进了电声换能器件的研制与电声测量方法的发展。精巧的送话器、高音质的扬声器、各种自动化的电声测试仪表以及宽带高音质的录放设备，使广播、通讯、音乐和建筑等方面的声学理论研究、工程设计，以及高音质电声设备系统的近代化达到新的水平，满足了人们文化生活和工业技术上各方面的需要。

超声及其应用是近代声学发展最迅速的新兴分支。十九世纪末，理论工作研究的频段已不限于音频范围，但由于没有高频声源，所以高频声的研究没能得到发展。一八八〇年 Curie 兄弟就已发现压电效应，但是直到电子管放大器发明以后，压电效应的电声换能才能用于工程上，压电换能器作为高频声源才变为现实。这也是水声探测设备迟至第一次世界大战末期才出现的原因。高频声源一旦出现，声学研究的领域马上扩展：一方面是超声波的产生、接收、传播以及在物质中的作用的研究；另方面是液体和固体中声波和超声波各种工业上应用的研究。各种电声换能材料的出现；超声、水声换能器以及强功率声聚焦系统、发射系统的研究成功，为声波、超声波研究提供极重要的手段。使水声学也得到发展。通过液体和固体介质中声传播、超声吸收、超声对物质的作用等研究，特别是物质弛豫吸收机理的研究，开创了利用声学研究物质分子结构的新原理和方法，创立了新分支——分子声学。超声在固体中传播的研究的另一成果是表面波器件和微波器件的出现。同时，利用声波和超声波在介质中传播时的物理、化学作用，以及对生物生态的影响，推广了它在各种工业技术上的应用。如无损探伤和测量、轻工业和化学工业加工、医药、医疗和诊断器具、地质勘探、水声定向定位，以及海洋开发……等等。

水声学是从利用超声观测水下目标发展起来的。从一八二六年 D. Colladon 和 C. Sturm 在 Genfer 湖测量水中声波速度开始到现在，水声工程已经应用到导航、渔业、海洋开发、海洋地貌和海底地质以及海洋物理研究等方面。但其主要方面发展还是和军用中反潜需要有关。十九世纪末，采用“声音阴影法”进行水下导航，但其使用未曾推广。第一次世界大战中（1914～1918），由于德国潜艇的偷袭，协约国的舰船损失了总吨位的三分之一。反潜武备的研究引起特别重视。起初，由于缺乏有效的声辐射器，所以只采用水下听音定向设备来探测潜艇活动。一九一六年 Langeven 和 Chilowsky 采用电容发射器和炭粒接收器作了水下目标的探测实验。一九一七年 Langeven 研究成功了超声压电换能器，并采用最先进的电子管放大器，于一九一八年成功地进行了水声回音定位的实验，收

到了 1500 米以外水下潜艇的反射声。由于压电超声换能器具有较高的电声换能效率和尖锐的声辐射指向性，从而可以对水下目标进行搜索和定向。电延时补偿器的应用，又使接收定向摆脱了水下基阵的机械旋转，并且定向精度显著提高。所以，电子技术和电声换能器的综合应用标志水声设备发展的重要阶段。到第二次世界大战，水声设备已逐步完备，在大战期间与潜艇对抗中起了重要作用。但由于人们对海中声传播规律了解甚少，感到探测距离随季节和“早、中、晚”变化莫测，水声设备的使用受到限制。因此，促进各海军国进行水声物理方面一系列的研究，得到了实验和理论的总结^[86]。其主要成就有：用射线理论分析海洋中声传播规律，阐明声速垂直梯度分布情况下，声线弯曲和影区形成以及对水声设备作用距离的影响；从实验和理论方面研究海洋中声传播衰减规律和声吸收的机理，以及它与频率的关系，从而指出远程声呐采用低频的发展方向；各种新型换能材料的研究和换能元件振动模式的研究，发展了用于各种设备的水声换能器，提高了发射效率和接收灵敏度，配上强功率的电子设备使辐射功率有了数量级的提高，作用距离增加到几千米；对于舰艇的噪声和混响的测量和分析，增加人们对水声干扰特征的了解和促进人们对水声干扰重要性的认识。此外，还有舰船等目标的反射能力、海面、海底反射特性以及航迹的反射等方面的研究。这些工作使水声形成了一门独立的学科。同时使人们有可能合理的选择水声设备的参数和有效地使用这些设备。水声设备的广泛使用和对新问题的解决，丰富了水声学理论，并发展了新的水声设备。第二次世界大战后，形成了以低频、大功率、综合信号处理为特征的新的一代声呐。低频、高指向性的要求，使水下部分发展成大型水声基阵，其直径达（4~5）米，重达几十吨；因此，基阵的空间多波束和波束扫描技术（相控技术）应运而生。现代水声设备的有效距离与二次大战相比，提高了数倍。当采用海底反射声和应用声道效应时，其作用距离提高了一个数量级。这是深海声道研究、大型基阵低频声辐射研究以及先进的电子技术的采用等的综合成果。新设备的设计和使用提出新的声学问题，如噪声场结构和统计特性；水下声系统的空间增益；声场的耦合作用；基阵、障板和导流罩等水下系统的声学设计；复杂的海洋声学条件下作用距离的预报……等等。脉冲数字技术和计算机的引入、近代信号检测与处理的理论和大型基阵的声学考虑相结合的最佳时空增益处理机的理论发展、信号处理的自适应技术与大规模集成电路的应用，酝酿着又一代水声设备的新生。此外声光器件的出现、光信息的处理，对未来水声发展也可能有所影响。尽管水声设备发展很重要，但是，作为传输水声信息的信道（海洋）性质的了解仍是极为重要（它包括涉及海洋中许多物理的、气象的随机特征的声学现象）。因此，关于水声传播信道随机特征的研究，无疑地仍然是水声研究的重要方面之一。

我国声学方面的发展工作，自建国以来，随着国民经济的发展，以及各方面声学工作者的努力，取得了很大成绩，填补了不少空白。然而近代声学技术和理论的发展甚为迅速，世界水平日益提高，尚有待我们努力赶超。

由于声学和许多学科和工业技术互相渗透，并在国民经济和国防事业中具有重要地位。因此声学的发展和我国实现四个现代化建设息息相关。祖国的繁荣昌盛是中国人民世代的愿望，我们相信社会主义的“四化”目标必将实现，声学工作者将在实现“四化”事业中作出应有的贡献。

第一章 机械振动系统的振动

§ 1-1 单自由度机械振动系统的自由振动

机械振动是指质点围绕其平衡位置进行的往返运动。机械振动系统是一机械装置，它包含弹性元件和质量元件，利用某种方法激发可产生机械振动。见图 1-1(a)。

弹簧下挂一钢球，弹簧是弹性元件，钢球是质量元件，组成弹簧振子。将钢球沿 x 方向位移后，钢球便在 x 方向作机械振动。

图 1-1(b) 是接收-发射器机械系统简化图剖面， A 为固壳， m 为刚硬圆面活塞， D 为活塞周围与固壳固定的弹性膜。在机械推动力 F 作用下即产生机械振动。发射时 F 为发射器中的推动力（例如它是电路中引起的电磁吸引力），接收时 F 为声场作用在接收面上的压力。

机械振动系统分两类：集中参数系统和分布参数系统。无论棒、板或其他物体，都有惯性、弹性等属性，但在考虑问题时，为了简便（对问题分析没有影响情况下）可把此物体视作只有质量或只有弹性的元件，这样的系统称之为集中参数系统，如上述图 1-1(a) 中的弹簧振子。其钢球的质量远大于弹簧本身的质量，而钢球的硬度比弹簧大得多，所以弹簧本身的质量和钢球的形变对系统振动的影响均可忽略不计，这时弹簧可视作弹性元件，钢球视作质量元件。实际上，常有另外一些振动系统，其中每一部分都具有惯性、弹性和消耗能量的性质，这样的系统称作分布参数系统。如振动着的鼓膜，膜的每一部分都有质量，同时又有弹性，它不能分为单独的质量、弹性等元件来讨论，这样的系统即为分布参数系统。又如一根细棒，在端面沿轴方向敲击一下，也会引起棒的振动，棒中每一小段都有质量，同时棒会产生轴向形变，因此也有弹性，因此它也是分布参数系统，只是其任一部分中的惯性、弹性和消耗能量的属性都分别相同，故称它为具有均匀分布参数的系统。按系统参数的特点进行分类的方法，在电工学中已是习见。如电振荡系统中，各个元件可分别用电感、电容、电阻来表示，此系统即是集中参数系统，而像传输线一类的设备则是分布参数系统，这是因为传输线的每一段都同时具有电感、电容、电阻的性能，它们在讨论问题都不能忽略。

描述集中参数系统振动过程所用的独立变量称为自由度，此变量决定系统中任意点在任何瞬时的几何位置。如钟摆的摆动始终在一弧线内，为了描述某一时刻摆所在的位置，只要用摆离开平衡位置的距离 x 表示即可。只需用一个独立变量 (x) 就可描述整个系统振动的过程，称这个系统为单自由度系统。又如一细线上端固定，下端悬挂一小球，这时

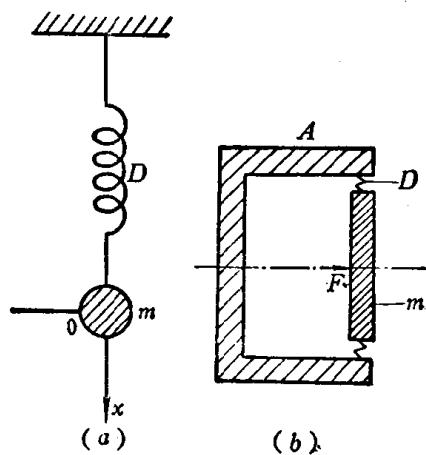


图 1-1 单自由度机械振动系统

如无其他条件限制，则小球的运动轨迹是在以线长为半径的球面上，因此决定小球某一瞬时的位置就需要两个坐标，故称该系统为两个自由度系统。在实际工作中，常见的机械系统可能是具有更多个自由度的振动系统。单自由度系统是最简单的机械振动系统，但它也是研究一切其他振动系统的基础，通过对它的分析，可了解任意振动系统的某些基本特性，特别是集中参数系统的某些共同特性。

1-1-1 运动方程和解

首先推导质点 m 的运动方程式，然后解出其振动位移。图 1-1(a) 的系统虽不受外力作用，但 m 开始运动后，要拉伸或压缩弹簧，引起内部的弹性力。根据虎克定律：弹簧形变不大时，弹性力与弹簧两端的相对位移大小成正比，而力的方向与位移的方向相反。在这里，弹簧一端固定，因此其两端的相对位移（以后简称为弹簧的位移）和 m 的位移 (x) 相等。所以弹性力的大小与 x 成正比，它作用在质点 m 上而方向与位移 (x) 的方向相反。因此弹性力实质上是要使质点 m 恢复到平衡位置的“恢复力”。弹性力表成

$$f_y = -Dx \quad (1-1-1)$$

这里，比例常数 D 称为弹性系数。它在数量上等于弹簧产生单位长度变化所需作用力的大小。负号表示弹性力和运动位移方向相反。取 D 的倒数

$$C_M = -\frac{1}{D}$$

称为柔顺系数。它表示弹簧在单位力作用下能产生位移的大小。

根据牛顿第二定律，列出 m 运动的微分方程

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -Dx \quad \text{或} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1-1-2)$$

式中 $\omega_0 = \sqrt{D/m}$ ——只决定于系统参数 (m 和 D) 的特征常数。方程 (1-1-2) 的普遍形式解为

$$x = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t \quad (1-1-3)$$

式中 C_1, C_2 ——积分常数。用 A, φ 代换 C_1, C_2 ，且使 $C_1 = A \cos \varphi$, $C_2 = A \sin \varphi$ ，代入到式 (1-1-3)，得

$$x = A \cos(\omega_0 t - \varphi) \quad (1-1-4)$$

可见，质点 m 的位移随时间变化规律是简单的谐和律振动（见图 1-2），其振幅等于 A ；振动的初相位角等于 φ ，此两值均由初始条件决定。 $\omega_0 = \sqrt{D/m}$, $\omega_0 = 2\pi f_0$, f_0 即为振动频率。所以系统作自由振动的频率是由系统本身的参数 m 和 D 决定的常数。 f_0 又称为系统的固有频率。不同参数的系统具有不同的固有频率。

常数 C_1, C_2 的数值由 m 的初始激发条件决定。一般情况下，开始时 ($t = 0$) m 被引离其平衡位置，给以初始位移 x_0 ；同时给以冲击作用即给以初始速度 v_0 ，则

$$x(t)|_{t=0} = x_0, \quad \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = v_0 \quad (1-1-5)$$

代入式 (1-1-3) 中得

$$C_1 = x_0, \quad C_2 = v_0 / \omega_0$$

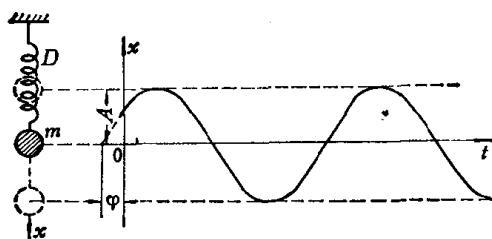


图1-2 弹簧振子的简谐振动

所以满足初始条件 (1-1-5) 和方程 (1-1-2) 的解为

$$x = x_0 \cos \omega_0 t + \frac{v_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t \quad (1-1-6)$$

可见，只要给出 x_0 , v_0 值，系统的运动规律就可完全确定。式 (1-1-6) 中第一项表示由初始位移引起的振动位移，第二项为由初始振速引起的振动位移（振动位移振幅和速度振幅的关系为 $x_m = \frac{v_m}{\omega_0}$ ），两者振动相位相差 90° 。作它们的矢量图（见图 1-3）也可确定出式 (1-1-4) 中振动位移的振幅 A 和初始相位 φ 。

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2}, \quad \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{v_0}{x_0 \omega_0}\right)$$

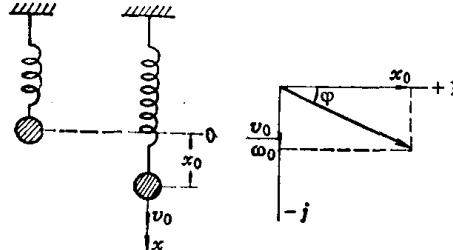


图1-3 初始位移和振速引起振子的振动位移

还可看出，无论怎样的初始激发条件，系统的振动频率始终等于 ω_0 。当然，以上结论是从小振幅振动的假设导出的线性方程 (1-1-2) 所得。

1-1-2 振动速度、加速度和振动能量

质点 m 作自由振动时，位移为

$$x = A \cos(\omega_0 t - \varphi)$$

其瞬时速度及瞬时加速度可写成

$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{dx}{dt} = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t - \varphi) \\ a &= \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t - \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (1-1-7)$$

为了运算方便，可采用电工学中的符号法将上式用复数表示

$$\left. \begin{aligned} \tilde{x}(t) &= Ae^{j(\omega_0 t - \varphi)} \\ \tilde{v}(t) &= v_m e^{j(\omega_0 t - \varphi + \frac{\pi}{2})} \quad (v_m = \omega_0 A) \\ \tilde{a}(t) &= a_m e^{j(\omega_0 t - \varphi + \pi)} \quad (a_m = \omega_0 v_m = \omega_0^2 A) \end{aligned} \right\} \quad (1-1-7')$$

式(1-1-7)为式(1-1-7')复数量的实数部分。由式

(1-1-7')看出,如位移振幅等于A,则速度振幅等于 $\omega_0 A$,加速度振幅等于 $\omega_0^2 A$;而位移的相位比速度的相位落后 $\frac{\pi}{2}$,加速度的相位较速度的相位超前 $\frac{\pi}{2}$,加速度与位移恰好反相。见图1-4。

在系统振动过程中,由于假设不受外力作用(即自由振动),所以它应是守恒系统。在守恒系统中能量是一定的,它决定于初始激发时所给予的能量。但是在系统内部,能量形式会转换。在机械振动系统中表现为动能和位能的转换。动能等于

$$e_k = \frac{1}{2} m [v(t)]^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t - \varphi) \quad (1-1-8')$$

系统的位能决定于弹簧形变过程中得到的形变能,也等于m运动时克服弹性力所做的功。由于形变过程中弹性力常变化,所以位能计算式为积分形式

$$e_p = \int_0^x D x(t) dx = \frac{1}{2} D [x(t)]^2 = \frac{1}{2} D A^2 \cos^2(\omega_0 t - \varphi) \quad (1-1-8'')$$

可见,振动过程中,动能和位能都随时间而变。系统的总能量为

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} m [v(t)]^2 + \frac{1}{2} D [x(t)]^2 \\ &= \frac{1}{2} A^2 [m \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t - \varphi) + D \cos^2(\omega_0 t - \varphi)] \end{aligned}$$

因为 $D = m \omega_0^2$,所以

$$E = \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 = \frac{1}{2} m v_m^2 \quad (1-1-8''')$$

图1-5表示 e_k 和 e_p 及 E 随时间变化的曲线。由图可见,系统的动能和位能都随时间按脉冲式变化。在平衡点,位移瞬时值为零,振速最大,此时动能最大而位能最小;1/4周期后,位移达最大值,振速瞬时值为零,此时位能最大而动能最小。实际上,当m向平衡位置运动的过程中是加速的过程,动能逐渐增大,弹性形变逐渐减小,位能减小;反之,当m离开平衡点时,m要不断克服弹性力作功,此功以消费其本身的动能为代价,其结果是弹簧的位移不断增加,质量的动能不断减小。在任何瞬间两者之和恒保持常数。

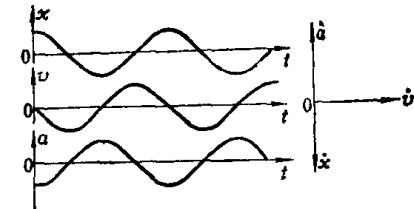


图1-4 位移、速度、加速度之间的相位关系

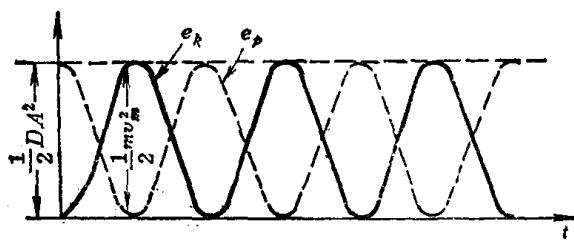


图1-5 弹簧振子的动能、位能及总能量随时间的变化

1-1-3 阻尼振动

在机械系统振动时,由于受摩擦力或其他阻力的作用,系统的能量会不断损耗,质量

振幅逐渐减小，以致于振动停止。

在声学的振动系统中，阻力可能是物体之间摩擦引起的，也可能是振动物体内摩擦引起的。例如，元件在油中振动就属于前一情况。关于内摩擦问题以后再讨论（参见第七章）。当元件的速度不大时，可以认为阻力与元件的振动速度成正比，因此质量元件上的阻力为

$$f_R = -R_m \frac{dx}{dt} \quad (1-1-9)$$

这里比例常数 R_m 称为阻力系数，负号表示阻力的方向与振速的方向相反。于是，运动方程可写成

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -Dx - R_m \frac{dx}{dt}, \quad \frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1-1-10)$$

这里

$$\delta = R_m/2m, \quad \omega_0 = \sqrt{D/m} \quad (1-1-11)$$

式 (1-1-10) 是常系数的线性微分方程，其一般解为

$$x = C_1 e^{\mu_1 t} + C_2 e^{\mu_2 t} \quad (1-1-12)$$

其中， μ_1, μ_2 是特征方程

$$\mu^2 + 2\delta\mu + \omega_0^2 = 0$$

的两个根。由此得

$$\mu_1, \mu_2 = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \quad (1-1-13)$$

分两种情况讨论：

(1) $\delta^2 > \omega_0^2$ ，即 $R_m^2 > 4mD$ (阻力很大时)，则 μ_1, μ_2 皆为实数，且 $\mu_1 < 0, \mu_2 < 0$ 。于是 $x = C_1 e^{-\mu_1 t} + C_2 e^{-\mu_2 t}$ ，其中每一项皆按指数律衰减，可以证明不同初始条件时，式中 C_1, C_2 值不一样，则位移 $x(t)$ 的变化规律也不相同（见图 1-6）。

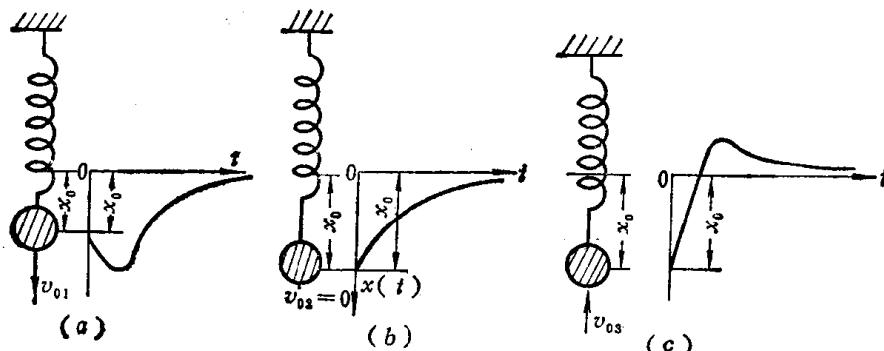


图1-6 不同初始条件的大阻尼振动

(2) $\delta^2 < \omega_0^2$ ，即 $R_m^2 < 4mD$ (阻力不大时)，则

$$\mu_1, \mu_2 = -\delta \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

令

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \omega_0 \sqrt{1 - (\delta/\omega_0)^2}$$

则

$$\mu_1, \mu_2 = -\delta \pm j\Omega \quad (1-1-14)$$

代入式 (1-1-12) 中，化简成三角函数式，有

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= (a_1 \cos \Omega t + a_2 \sin \Omega t) e^{-\delta t} \\ x(t) &= A_0 e^{-\delta t} \cos(\Omega t - \varphi) = A(t) \cos(\Omega t - \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (1-1-15)$$

这里 $A_0 = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$, $\operatorname{tg} \varphi = a_2/a_1$, $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$
 a_1, a_2 决定于振子振动的初始条件 (x_0, v_0) , 显见式 (1-1-15) 表示为一“振幅”● 随时间衰减的振动。振动角频率等于 Ω , 仍是决定于系统本身的常数。由式 (1-1-14) 可知, 它不等于 ω_0 , 即当系统受到阻力作用时其自由振动的频率比 ω_0 稍低, 当阻尼系统 ($\delta \ll \omega_0$) 很小时, 则 $\Omega \approx \omega_0$, 这时的振幅 $A(t)$ 是时间的函数: $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$ 。

δ 的物理意义是: δ 愈大, 即阻力愈大, 振幅 $A(t)$ 的衰减愈快; 当 $t = 0$ 时, 振幅等于 A_0 , 经 t 时间后, 下降为 $A(t)$ (见图 1-7)。称 δ 为 阻尼系数:

$$\delta = \frac{1}{t} \ln [A_0 / A(t)]$$

当取 $t = T_0 = 1/f_0$ (周期), 则 $\delta T_0 = \ln [A_0 / A(T_0)]$ 表示一周期内振幅的对数衰减, 称之为对数衰减量, 以 ϑ 表之

$$\vartheta = \delta T_0 = \ln [A_0 / A(T_0)] \quad (1-1-16)$$

因为 $\delta = R_m/2m$, 所以

$$\vartheta = T_0 R_m / 2m = R_m / 2\pi f_0 \quad (1-1-17)$$

对系统所受的阻尼作用还可用品质因数 Q_m 表之, Q_m 定义为振幅衰减到初始值的 $1/e^\vartheta$ 所经过的周期数, 即

$$A(Q_m T_0) = A_0 e^{-\delta Q_m T_0} = A_0 / e^\vartheta$$

所以

$$\pi = \delta Q_m T_0, \quad Q_m = \pi / \delta T_0 = \pi / \vartheta \quad (1-1-18)$$

或由

$$\delta = R_m / 2m, \quad Q_m = m \omega_0 / R_m \quad (1-1-18')$$

它和电路中 $Q = L \omega_0 / R$ 类似, L 、 R 为电路中的电感和电阻。

从上式看出, 阻尼作用 (R_m) 愈大, 品质因数 Q_m 愈低, 振动衰减愈快, 所以这里 Q_m 是表征振动系统特性的常数, 其值反映了系统所受阻尼作用的大小。以后讨论系统的能量关系及系统受迫振动时, 还将谈到这个问题。

1-1-4 阻尼振动系统的能量

为计算能量, 先计算 A_0 和 φ 与初始条件的关系。初始条件为

$$x(t)|_{t=0} = x_0, \quad \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = v_0$$

利用式 (1-1-15), 得

$$\left. \begin{aligned} A_0 \cos \varphi &= x_0 \\ -\delta A_0 \cos \varphi + \Omega A_0 \sin \varphi &= v_0 \end{aligned} \right\}$$

可解出

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \sqrt{x_0^2 + [(v_0 + \delta x_0)/\Omega]^2} \\ \varphi &= \operatorname{tg}^{-1} [(v_0 + \delta x_0)/\Omega x_0] \end{aligned} \right\}$$

● 严格说来, 式 (1-1-15) 并不是一个谐和函数。当把它写作 $A(t) \cos(\Omega t - \varphi)$ 时, 由于 $\cos(\Omega t - \varphi)$ 是一个典型的谐和函数, 因此把随时间 t 作慢变化的函数 $A(t)$ 看作是谐和振动的振幅值, 只是它随时间而变。因而把式 (1-1-15) 解称为振幅随时间衰减的谐和振动。

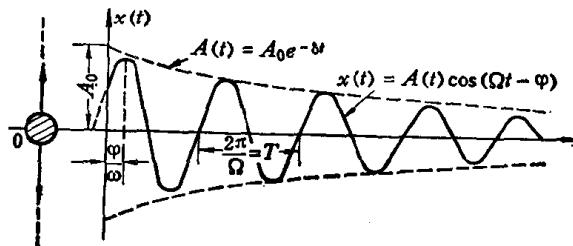


图 1-7 阻尼振动的衰减