

数理化自学丛书

代 数

第 一 册

51.22/667

出版社

51.22
667
1:1

数理化自学丛书

代 数

第 一 册

数理化自学丛书编委会
数学编写小组编

ZKCS26/06



数理化自学丛书

代 数 (第 一 册)

数理化自学丛书编委会

数 学 编 写 小 组 编

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

北京出版社重印

北京市新华书店发行

北京印刷二厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 9.75 字数 214,000

1963年10月第1版 1978年12月第1次印刷

书号: 13119·533 定价: 0.61 元

内 容 提 要

本书是数理化自学丛中代数第一册，内容包括有理数、代数式、整式、因式分解、分式、比和比例等六章，只要具备算术的基本知识即可阅读。书中在一些重要的地方都作了直观的反复说明或分析，并附有大量例题和习题，供练习巩固之用。

本书可供青年工人，知识青年，在职干部自学，也可供中等学校青年教师参考。

重 印 说 明

《数理化自学丛书》是一九六六年前出版的。计有《代数》四册，《平面几何》二册，《三角》一册，《立体几何》一册，《平面解析几何》一册；《物理》四册；《化学》四册。这套书的特点是：比较明白易懂，从讲清基本概念出发，循序渐进，使读者易于接受和理解，并附有不少习题供练习用。这套书可以作为青年工人、知识青年和在职干部自学之用，也可供中等学校青年教师教学参考，出版以后，很受读者欢迎。但是在“四人帮”及其余党控制上海出版工作期间，这套书横被扣上所谓引导青年走白专道路的罪名，不准出版。

英明领袖华主席和党中央一举粉碎了祸国殃民的“四人帮”。我国社会主义革命和社会主义建设进入新的发展时期。党的第十一次全国代表大会号召全党、全军、全国各族人民高举毛主席的伟大旗帜，在英明领袖华主席和党中央领导下，为完成党的十一大提出的各项战斗任务，为在本世纪内把我国建设成为伟大的社会主义的现代化强国，争取对人类作出较大的贡献，努力奋斗。许多工农群众和干部，在党的十一大精神鼓舞下，决心紧跟英明领袖华主席和党中央，抓纲治国，大干快上，向科学技术现代化进军，为实现四个现代化作出贡献，他们来信要求重印《数理化自学丛书》。根据读者的要求，我们现在在原书基础上作一些必要的修改后，重新出版这套书，以应需要。

十多年来，科学技术的发展是很快的。本丛书介绍的虽仅是数理化方面的基础知识，但对于应予反映的科技新成就方面内容，是显得不够的。同时，由于本书是按读者自学的要求编写的，篇幅上就不免有些庞大，有些部分也显得有些烦琐。这些，要请读者在阅读时加以注意。

对本书的缺点，希望广大读者批评指出，以便修订时参考。

一九七八年一月

34107

目 录

重印说明

第一章 有理数 1

§ 1.1 算术里有关数的运算
知识的复习 1

§ 1.2 负数的引进 10

§ 1.3 有理数 13

§ 1.4 数轴 15

§ 1.5 相反的数 17

§ 1.6 数的绝对值 20

§ 1.7 有理数大小的比较 22

§ 1.8 有理数的加法 25

§ 1.9 加法的运算性质 32

§ 1.10 有理数的减法 36

§ 1.11 减法的运算性质 40

§ 1.12 代数和 43

§ 1.13 有理数的乘法 45

§ 1.14 乘法的运算性质 52

§ 1.15 有理数的除法 55

§ 1.16 倒数 60

§ 1.17 除法的运算性质 61

§ 1.18 有理数的乘方 65

§ 1.19 一位数与两位数的平方表 69

§ 1.20 有理数的运算顺序 71

本章提要 73

第二章 代数式 77

§ 2.1 用字母表示数 77

§ 2.2 代数式 80

§ 2.3 列代数式 81

§ 2.4 代数式的值 85

本章提要 91

第三章 整式 95

§ 3.1 整式 95

§ 3.2 单项式 95

§ 3.3 多项式 99

§ 3.4 整式的加减法 105

§ 3.5 去括号与添括号 117

§ 3.6 整式的乘法 120

§ 3.7 整式的乘方 131

§ 3.8 整式的除法 136

§ 3.9 有余式的除法 146

§ 3.10 乘法公式 148

本章提要 170

第四章 因式分解 174

§ 4.1 因式分解的意义 174

§ 4.2 提取公因式的因式分解法 176

§ 4.3 分组提取公因式的因式分解法 180

§ 4.4 公式分解法 182

§ 4.5 二次三项式 x^2+px+q 的因式分解法 194

§ 4.6 因式分解的一般步骤 199

§ 4.7 最高公因式 202

§ 4.8 最低公倍式 205

本章提要	207	第六章 比和比例	258
第五章 分式	211	§ 6.1 比	258
§ 5.1 分式	211	§ 6.2 比的基本性质	260
§ 5.2 分式的基本性质	215	§ 6.3 比的反比	262
§ 5.3 分式中分子和分母的 符号变换	217	§ 6.4 比例	264
§ 5.4 约分	219	§ 6.5 比例的基本性质	265
§ 5.5 通分	224	§ 6.6 解比例	265
§ 5.6 分式的加减法	229	§ 6.7 成正比例的量	267
§ 5.7 分式的乘法	237	§ 6.8 成反比例的量	271
§ 5.8 分式的乘方	242	本章提要	276
§ 5.9 分式的除法	244	总复习题	279
§ 5.10 繁分式	249	习题答案	285
本章提要	254	附 英语字母表及常用希腊 字母表	303

第一章 有 理 数

读者们都学过了算术。我们现在要开始学习代数了。代数和算术，虽然是两门学科，但它们却是紧密地联系着的。算术里有许多内容，都是在学习代数时必须用到而且经常要用到的，因此，我们在开始学习代数的时候，要先来复习一下算术里学过的一些有关数的运算的知识。

§ 1·1 算术里有关数的运算知识的复习

1. 算术里学过的数 算术里学过哪一些数呢？我们先来看一看下面这些数：

(1) 1, 2, 3, 5, 16, 30, 132, 478;

(2) 0;

(3) 3.5, 0.326, 0.0037, 364.24;

(4) $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{13}$, $1\frac{2}{3}$, $\frac{13}{7}$.

你认识这些数吗？能够说出这四类数的名称吗？

在第一类数里，1, 2, 3, 5, 16等，它们都是在我们数个数时按照1, 2, 3, 4, 5, 6, …这样的次序一个一个顺次数下去时，总会数到的。这样的数叫做自然数。自然数的个数是无限多的。任何一个自然数总还有比它更大的自然数。

第二类数只有一个，就是0，读做“零”，它不是自然数。

第一类和第二类数都叫做整数，也就是说，自然数和零都

叫做整数。

第三类数 3.5, 0.326, 0.0037 等叫做小数, 小数里的圆点叫做小数点。

第四类数 $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{13}$, $1\frac{2}{3}$ 等叫做分数。各个分数中间的一划叫做分数线, 分数线上面的这个数叫做分子, 分数线下面的这个数叫做分母。

在算术里所学过的小数, 实际上也是分数的一种写法。例如, 3.5 就是 $3\frac{5}{10}$, 0.326 就是 $\frac{326}{1000}$, 0.0037 就是 $\frac{37}{10000}$, 364.24 就是 $364\frac{24}{100}$ 。所以我们说: 算术里所学过的数, 就是整数和分数。

2. 算术里学过的运算

(1) 四种基本运算: 我们在算术里学过哪几种运算呢?

我们学过四种运算, 就是加法、减法、乘法和除法。这四种运算, 总起来叫做四则运算。

加法是从两个加数求它们的和的运算, 如 $3+5=8$, 那就是:

$$\text{加数甲} + \text{加数乙} = \text{和}.$$

任意两个数, 总可以相加, 求出它们的和来。

减法是已知两个加数的和与其中一个加数求另一个加数的运算。已知的和叫做被减数, 已知的一个加数叫做减数, 所求的另一个加数叫做差, 如 $8-5=3$, 那就是:

$$\text{被减数} - \text{减数} = \text{差}.$$

在算术里, 减法不是一定可以进行的。只有当减数小于被减数或者等于被减数的时候, 减法才能够进行。如果减数大于被减数, 如 $3-4$, 在算术里, 这个减法就不能做。

乘法是从两个数求它们的积的运算，这两个数一个叫做被乘数，另一个叫做乘数，也可以把这两个数都叫做因数。如 $8 \times 5 = 40$ ，这里是：

$$\text{被乘数} \times \text{乘数} = \text{积}；$$

或

$$\text{因数甲} \times \text{因数乙} = \text{积}。$$

任意两个数，总可以相乘，求出它们的积来。

除法是已知两个因数的积与其中一个因数求另一个因数的运算，已知的积叫做被除数，已知的一个因数叫做除数，所求的另一个因数叫做商，如 $40 \div 5 = 8$ ，那就是：

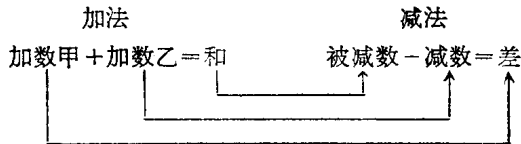
$$\text{被除数} \div \text{除数} = \text{商}。$$

当我们只学到整数的时候，除法不一定可以除尽，例如 $16 \div 3$ 就不能除尽，只能得到部分的商 5，同时得余数 1。但当我们学习了分数以后，那末只要除数不是零，除法就总可以进行，例如

$$16 \div 3 = 5\frac{1}{3}。$$

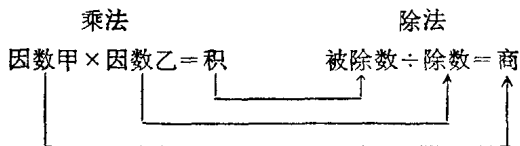
零不能作为除数，因为拿零作为除数是没有意义的。

(2) 逆运算关系：减法是加法的逆运算，减法里的被减数，就是加法里的和，减法里的减数，就是加法里的一个加数，而减法里的差，就是加法里的另一个加数。它们之间的关系如下：



例如 $8 + 5 = 13$ ，即得 $13 - 5 = 8$ ，或 $13 - 8 = 5$ 。

除法是乘法的逆运算，除法里的被除数，就是乘法里的积，除法里的除数，就是乘法里的一个因数，而除法里的商，就是乘法里的另一个因数。它们之间的关系如下：



例如 $8 \times 5 = 40$ ，即得 $40 \div 5 = 8$ ，或 $40 \div 8 = 5$ 。

3. 算术里学过的运算符号和关系符号 在算术里，我们学过下面这三类符号：

(1) 有关运算种类的符号：

加号	+	读做“加”，或“加上”；
减号	-	读做“减”，或“减去”；
乘号	×	读做“乘以”；
除号	÷	读做“除以”；

注 除号的读法要特别注意，有人读做“除”，那是不确当的。如 $16 \div 2$ 应该读做“十六除以二”，不要读做“十六除二”。我们要养成正确读出符号的习惯。

分数里把分子分母隔开的这条“分数线”，实际上也是一个除号，例如 $\frac{11}{12}$ ，实际上就是 $11 \div 12$ 。

(2) 括号：括号是一种关于运算顺序的符号。括号有小括号()、中括号[]、大括号{ }。

注 有时还应用“括线”，例如 $\{[(3 - \overline{5-4}) \times 8 + 3] \times 2 + 1\} \times 3 + 5$ ，小括号里边 $\overline{5-4}$ 的上面的一条线，就是括线，表示 $5-4$ 要先进行运算。

在分数里的分数线，既有除号的意义，有时也带有括号的意义，例如 $\frac{25-4}{8+6}$ ， $25-4$ 与 $8+6$ 都要先做，然后再把分子除以分母，这里的分数线就既有除号的意义，又有括号的意义。在繁分数里，我们还要依

照分数线的长短来确定运算次序的先后,例如 $\frac{32}{\frac{4}{2}}$ 就是 $32 \div (4 \div 2) =$

$32 \div 2 = 16$, 而 $\frac{32}{\frac{4}{2}}$ 就是 $(32 \div 4) \div 2 = 8 \div 2 = 4$. 这里两条分数线的长短,就相当于括号的大小的区别了.

(3) 数的大小关系的符号: 在算术里, 我们学习过三种关于数的大小关系的符号:

等号 = 读做“等于” 例如 $3+5=8$,

大于号 > 读做“大于” 例如 $5>2$,

小于号 < 读做“小于” 例如 $1<4$.

4. 算术里学过的运算顺序的规定 在一个包含几个运算的式子里, 对运算的先后次序, 有下面这些规定:

(1) 在一个没有括号的算式里, 如果只含有加减运算(叫做第一级运算), 或者只含有乘除运算(叫做第二级运算), 应该从左往右依次运算.

(2) 在一个没有括号的算式里, 如果既含有第一级运算, 也含有第二级运算, 应该先做第二级运算(乘、除), 后做第一级运算(加、减). 简单说起来, 就叫做“先乘除、后加减”.

(3) 一个算式里有括号的, 括号里面的运算要先做. 如果有几种括号, 先算最里层的小括号里面的运算, 再算较外面的中括号里面的运算, 最后才算最外面的大括号里面的运算. 如果括号里面也有几种运算, 同样按照上面(1)、(2)两条规定的次序进行演算.

例 1. 计算: $16+5-8+100-113$.

分析 这里只有第一级运算——加、减运算, 按照规定(1), 运算从左到右一步一步进行.

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 } 16+5-8+100-113 &= 21-8+100-113 \\
 &= 13+100-113 \\
 &= 113-113=0.
 \end{aligned}$$

例 2. 计算: $18 \div 3 \times 2 \times 4$.

分析 这里只有第二级运算, 按照规定(1), 运算从左到右一步一步进行.

$$\text{【解】 } 18 \div 3 \times 2 \times 4 = 6 \times 2 \times 4 = 12 \times 4 = 48.$$

例 3. 计算: $540 \div 18 + 5 \times 64 - 40 \div 2$.

分析 这里既有第一级运算, 又有第二级运算, 按照规定(2), 先做乘除, 后做加减.

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 } 540 \div 18 + 5 \times 64 - 40 \div 2 &= 30 + 320 - 20 \\
 &= 350 - 20 = 330.
 \end{aligned}$$

例 4. 计算: $8 - \{7 - [6 - (5 - 1) - 2] - 1\}$.

分析 这里有三层括号, 先做小括号里面的运算, 再做中括号里面的运算, 再做大括号里面的运算, 再做括号外面的运算. 每一次把括号内的式子算出结果以后, 这个括号就失去作用, 可以不必再写了.

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 } 8 - \{7 - [6 - (5 - 1) - 2] - 1\} \\
 &= 8 - \{7 - [6 - 4 - 2] - 1\} \\
 &= 8 - \{7 - 0 - 1\} = 8 - 6 = 2.
 \end{aligned}$$

例 5. 计算:

$$\{[(24-16) \times 3 - 4 \times 6] \div (36 \div 3 - 2 \times 5) + 40\} \div 4.$$

$$\begin{aligned}
 \text{【解】 } \{[(24-16) \times 3 - 4 \times 6] \div (36 \div 3 - 2 \times 5) + 40\} \div 4 \\
 &= \{[8 \times 3 - 4 \times 6] \div (12 - 10) + 40\} \div 4 \\
 &= \{[24 - 24] \div 2 + 40\} \div 4 = \{0 \div 2 + 40\} \div 4 \\
 &= \{0 + 40\} \div 4 = 40 \div 4 = 10.
 \end{aligned}$$

例 6. 计算: $\left[\left(1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3}\right) \div 3\frac{3}{4} - \frac{2}{5}\right] \div 8\frac{8}{9} + \frac{1}{4}$.

$$\begin{aligned}
 \text{【解】} \quad & \left[\left(1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} \right) \div 3\frac{3}{4} - \frac{2}{5} \right] \div 8\frac{8}{9} + \frac{1}{4} \\
 & = \left[4\frac{1}{6} \div 3\frac{3}{4} - \frac{2}{5} \right] \div 8\frac{8}{9} + \frac{1}{4} \\
 & = \left[\frac{25}{6} \times \frac{4}{15} - \frac{2}{5} \right] \div \frac{80}{9} + \frac{1}{4} \\
 & = \left[\frac{10}{9} - \frac{2}{5} \right] \div \frac{80}{9} + \frac{1}{4} \\
 & = \frac{32}{45} \times \frac{9}{80} + \frac{1}{4} = \frac{2}{25} + \frac{1}{4} = \frac{33}{100}.
 \end{aligned}$$

注意 分数的加减法里，如原有分母不相同，必须进行通分，在乘除运算中，各个带分数要化成假分数，并须随时注意约分，化成最简分数。

例 7. 计算: $\frac{3 + \frac{1}{7}}{5 - \frac{1}{3}}$.

分析 这是繁分数，中间的分数线是兼有括号的作用，所以 $3 + \frac{1}{7}$ 的加法与 $5 - \frac{1}{3}$ 的减法都要先做。

$$\text{【解】} \quad \frac{3 + \frac{1}{7}}{5 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{22}{7}}{\frac{14}{3}} = \frac{22}{7} \div \frac{14}{3} = \frac{22}{7} \times \frac{3}{14} = \frac{33}{49}.$$

例 8. 计算: $\left(5\frac{1}{2} - 0.37 \right) \times 0.4 + 1\frac{1}{8}$.

分析 这个算式里既有分数又有小数，因为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{8}$ 都可以化做有限小数，所以这个题目可以用两种方法来计算：(1) 把小数先化成分数后再算；(2) 把分数先化成小数后再算。

【解 1】 化成分数做：

$$\begin{aligned}
& \left(5\frac{1}{2} - 0.37\right) \times 0.4 + 1\frac{1}{8} \\
&= \left(5\frac{1}{2} - \frac{37}{100}\right) \times \frac{4}{10} + 1\frac{1}{8} \\
&= 5\frac{13}{100} \times \frac{2}{5} + 1\frac{1}{8} \\
&= \frac{513}{100} \times \frac{2}{5} + 1\frac{1}{8} = \frac{513}{250} + 1\frac{1}{8} \\
&= 2\frac{13}{250} + 1\frac{1}{8} = 3\frac{177}{1000}.
\end{aligned}$$

【解 2】 化成小数做:

$$\begin{aligned}
& \left(5\frac{1}{2} - 0.37\right) \times 0.4 + 1\frac{1}{8} \\
&= (5.5 - 0.37) \times 0.4 + 1.125 \\
&= 5.13 \times 0.4 + 1.125 \\
&= 2.052 + 1.125 = 3.177.
\end{aligned}$$

例 9. 计算: $\left(3\frac{1}{3} + 0.33\right) \times \frac{1}{2} - 1.35$.

分析 这里 $\frac{1}{3}$ 不能化成有限小数, 所以要先把小数化成分数后再算.

$$\begin{aligned}
\text{【解】} & \left(3\frac{1}{3} + 0.33\right) \times \frac{1}{2} - 1.35 \\
&= \left(3\frac{1}{3} + \frac{33}{100}\right) \times \frac{1}{2} - 1\frac{35}{100} \\
&= 3\frac{199}{300} \times \frac{1}{2} - 1\frac{35}{100} \\
&= \frac{1099}{300} \times \frac{1}{2} - \frac{135}{100} \\
&= \frac{1099}{600} - \frac{810}{600} = \frac{289}{600}.
\end{aligned}$$

习 题 1.1

回答下列问题(1~7):

1. 写出三个自然数来, 写出最小的自然数来, 有没有最大的自然数?

2. 在算术里, “整数”和“自然数”这两个名称有没有区别? 有什么区别?

3. 写出四个分数来, 其中两个是真分数, 两个是假分数. $\frac{3}{3}$ 是真分数还是假分数?

4. 写出三个繁分数来, 其中一个的分母是整数, 分子是分数; 另一个的分母是分数, 分子是整数; 还有一个的分母分子都是分数. 再把它们化成普通分数.

5. 写出三个小数来, 并把它们化成分数.

6. 在算术里, 加法、乘法、减法、除法是不是总可以进行? 那些运算在怎样的情况下不能进行?

7. 零可以做除数吗? 零可以做被除数吗?

计算(8~20):

8. $328 + 672 \div (72 \div 9 \times 4)$.

9. $(56 + 44) \times 0 + 1 \div 1 + 0 \div 100 + 9$.

10. $1 + 2 \times \{2 + 3 \times [3 + 4 \times (4 + 5 \times 6) \times 7 \div 8] - 9\}$.

11. $18 \div \left\{ 1 - \left[\frac{2}{5} + \left(1 - \frac{2}{5} \right) \times \frac{2}{5} \right] \right\}$.

12. $\left(13\frac{1}{2} - 3\frac{2}{3} \times 1 + 5\frac{5}{12} \div 2\frac{1}{6} \right) \times \frac{3}{37}$.

13. $3.6 + 43.05 + 1.8 - 13.08 - 4.87$.

14. $7.5 \times 15.2 \div (38 \times 2.5 \times 0.06)$.

15. $(3.54 - 2.54 \times 0.7) \times 1.2$.

16. $\left[\left(\frac{1}{2} + 0.3 \right) \times 0.5 + \frac{1}{4} \times 0.16 \right] \div 11$.

17. $0.3 \times 0.2 - \frac{1}{7} \times 0.15$.

$$18. \frac{3}{2} - \frac{3}{5}.$$

$$19. \frac{1}{3} \div \frac{1}{5}.$$

$$20. \left(1 - \frac{426}{697} + \frac{2\frac{1}{2}}{8\frac{1}{2}} \right) \div \frac{3\frac{1}{2}}{5\frac{1}{8}}.$$

§1.2 负数的引进

让我们看这样的问题:

在温度计上,某一天下午的温度是 7° ,如果半夜里的温度比下午的温度下降 6° ,那末半夜里的温度是多少呢?

这个问题很容易做,只要用减法,得

$$7 - 6 = 1,$$

就可以知道半夜的温度是 1° .

现在让我们再看一个类似的问题:

在温度计上,某一天下午的温度是 3° ,如果半夜里的温度比下午的温度下降 4° ,那末半夜里的温度是多少呢?

这个问题和上面的问题性质是一样的.照理它也可以用减法来解.

但是,如果我们列出式子,就得到 $3 - 4$.

这里被减数小于减数,在算术里这个算式是没有意义的.

这个问题到底有没有意义呢?

在实际生活中,我们都了解这个问题是有意义的.从 3° 下降 4° ,半夜里的温度是零下 1° .

从温度计上,我们知道,有零上 1° ,也有零下 1° ,虽然同样是 1° ,实际意义是不同的.要说明它们之间的区别,必须