

# 目标规划及其应用

[美] J.P.伊格尼西奥 著

胡 运 权 译

哈尔滨工业大学出版社

## 内 容 简 介

本书系统地介绍了运筹学的一个新分支——目标规划，及其构模、求解和应用。内容包括决策模型概述，目标规划的构模，线性目标规划、优化后分析和目标规划的对偶性质，线性整数目标规划、非线性目标规划，优先级结构及应用和进一步研究的领域等章。

本书可以作为管理、经济、计算机、应用数学及其它工科专业本科生和研究生的教学用书，也适应于各级经济管理干部学院、工业企业广大管理和技术干部作为学习运筹学的补充教材或自学读物。

Ignizio, James P

Goal Programming and Extensions

1976 by D. C. Heath and Company

## 目标规划及其应用

〔美〕J. P. 伊格尼西奥 著

胡运权 主译

哈尔滨工业大学出版社出版  
新华书店首都发行所发行  
黑龙江省绥棱印刷厂印刷

开本787×1092 1/32 印张8.25 字数183 000

1988年2月第1版 1988年2月第1次印刷

印数1—7 000

ISBN7-5603-0047-2/F·5 定价1.55元

## 译者的话

目标规划是60年代初在运筹学中发展起来的一个新的分支。一方面因它方法灵活，并能处理各种没有统一度量单位而又互相矛盾的多目标决策问题；另一方面又因它的理论和方法主要是运筹学中相应分支的扩充及修正，故凡学过运筹学的人，只需花很短时间就能掌握。因而目标规划的方法很快得到推广，应用成果日益广泛。

目前，国内系统介绍目标规划方面的著作十分匮乏。美国宾州大学J.P.伊格尼西奥所著《目标规划及其应用》（原书名直译应为《目标规划及其扩展》）一书，包含了作者多年来的工作成果，内容丰富新颖。同时因本书是作者在大学讲授目标规划课程的基础上写成，故还具有内容系统、条理清晰、逻辑性强、便于自学等一般教材的特点。本书可作为管理、经济、计算机、应用数学及其它工科专业本科生和研究生的教学用书，也适用于各级管理干部学院、工业企业广大管理和技术干部作为学习运筹学的补充教材或自学读物。

本书由哈尔滨工业大学管理学院胡运权主译，王衍华参加了部分章节翻译。书中有关目标规划计算机程序的附录，考虑到其篇幅较长，且又可以在其它有关参考书中找到，故翻译时予以略去。

由于译者水平有限，译稿中难免有疏漏或错误之处，敬请广大读者批评指正。

译者

1986年12月

## 前 言

数学模型的功能和作用受到数学家、工程师、经济学家、运筹学工作者和管理专家等各类人员的赞赏。在解决现实世界的问题时，数学模型及其分析和求解的方法已得到十分广泛的应用，以致无需对它在辅助决策中的重要性发生怀疑。

然而，出于对自然资源约束的新的认识以及对现实的考虑，传统数学模型日益显示出严重缺点。这些模型和它们求解的方法都局限于分析单目标的问题，而现实的问题几乎全部具有多个相互冲突的目标。因此，假如我们用单目标的模型来描述这类多目标的问题，就不可能得出满意的结果。

由于目前人们对多目标模型的兴趣不断增长，对实践中可能碰到的多目标问题，大多已找到了有效的建模和求解的方法。作为这种方法的基础，就是“目标规划”法及其直接的扩充。

目标规划可以使人们把数学模型扩充应用于含多个目标的决策问题。具体做法是给每个目标分配一个优先因子，这个优先因子反映出决策者对该目标的重视程度。一旦这样的优先因子分配确定后，就可以比较直接地利用数学方法求解。熟悉线性规划（一类用线性数学表达式描述的单目标决策模型）的读者将看到，本书中讨论的目标规划的求解方法，其基础是线性规划中的单纯形法。事实上，线性规划从其本质来看只是本书中所讨论的决策模型的一类特例。本书的材料为读者提供了求解下列各类模型的统一的方法：

- 线性规划(单目标，线性决策模型)
- 非线性规划(单目标，非线性模型)

- 线性整数规划(决策变量限定取整数值的线性规划)
- 多目标, 线性决策模型
- 多目标, 非线性决策模型
- 多目标, 线性整数决策模型

本书讨论的是一种适用于现实世界各类决策模型的方法。对那些从事在决策分析中应用数学模型的人, 书中提供的是最基础的材料。尽管这些材料的应用范围极其广泛, 读者也只需要具备初等的线性代数知识和微分运算(只在第六章中用到)。假如过去学习过线性规划, 对掌握本书内容会有帮助。但本书并不以线性规划作为必需的预修课。

本书内容曾在商业、管理、林业、经济、计算机科学、数学和工程领域的大学生和一年级研究生中讲授。为消化和应用书中的内容, 不要求具备很多的数学知识。

实践表明, 本书内容足够一个学期的目标规划课程讲授。假如把内容限定于线性多目标模型, 则只需讨论第一、二、三、四、七和九章。第五章将内容扩充到整数模型, 第六章为非线性模型。第八章内容不需要在课堂上讲授, 但应指定自习阅读, 因为该章在问题的构模及应用方面作了补充。

需要指出, 本书的部分材料, 特别是第一、二、三、七章在很多学校中已作为线性规划和数学规划的补充内容讲授。

本书内容可以概述如下:

- 有关决策模型的简要历史
- 一般目标规划模型的建模
- 对下列各类模型的求解
  - (a) 线性模型——线性目标规划
  - (b) 非线性模型——非线性目标规划

(c) 线性整数模型——线性整数目标规划和 0-1 目标规划

- 目标规划中的优化后分析
- 多维对偶——目标规划中的对偶问题
- 目标分层和加权的方法
- 多目标模型的选择方法
- 对新的应用和未来可能研究领域的阐述
- 用户指南(一组经选择的用于求解各类目标规划模型的计算机程序)

# 目 录

前 言 .....	( 1 )
<b>第一章 引论</b> .....	( 1 )
1.1 决策模型 .....	( 1 )
1.2 本书的目的 .....	( 3 )
1.3 有关决策模型的历史 .....	( 4 )
1.4 假设 .....	( 6 )
1.5 举例 .....	( 7 )
1.6 本书涉及的内容 .....	( 8 )
<b>第二章 问题的构模</b> .....	( 11 )
2.1 一般方法 .....	( 11 )
2.2 确定决策变量 .....	( 11 )
2.3 目标函数的构造 .....	( 12 )
2.4 绝对目标 .....	( 15 )
2.5 给各个目标分配优先因子 .....	( 16 )
2.6 建立指标偏离函数 .....	( 16 )
2.7 一般的目标规划模型 .....	( 18 )
2.8 构模的例子 .....	( 19 )
2.9 有关构模的进一步实践 .....	( 27 )
习题 .....	( 27 )
<b>第三章 线性目标规划</b> .....	( 33 )
3.1 线性目标规划模型 .....	( 33 )
3.2 图解分析 .....	( 34 )
3.3 定义 .....	( 40 )
3.4 修正单纯形法 .....	( 44 )
3.5 计算中的复杂情况和处理方法 .....	( 60 )

3.6	线性规划	(64)
3.7	结论	(71)
	习题	(72)
<b>第四章</b>	<b>优化后分析和目标规划的对偶性质</b>	(77)
4.1	优化后分析的必要性	(77)
4.2	对线性目标规划单纯形表的说明	(77)
4.3	所考虑的各类变化	(82)
4.4	$w_{k,s}$ 和 $u_{i,k}$ 的变化	(83)
4.5	$b_i$ 的变化	(84)
4.6	线性目标规划中的对偶单纯形算法	(85)
4.7	$c_{ij}$ 的变化	(89)
4.8	增添一个新的目标	(91)
4.9	增添一个新的决策变量	(93)
4.10	优先级的重新排列	(95)
4.11	参数线性目标规划	(96)
4.12	多维对偶	(104)
4.13	多维对偶的扩充	(119)
	习题	(121)
<b>第五章</b>	<b>线性整数目标规划</b>	(125)
5.1	具有整数变量的多目标模型	(125)
5.2	割平面法	(126)
5.3	纯整数的割平面算法	(128)
5.4	应用于整数模型的分枝定界法	(135)
5.5	扩充到 0-1 模型	(144)
5.6	解 0-1 模型的巴拉斯算法	(147)
5.7	本章概要	(157)
	习题	(158)



<b>第六章 非线性目标规划</b> .....	(162)
6.1 非线性最优化.....	(162)
6.2 非线性模型的转换.....	(163)
6.3 一个以单纯形法为基础的非线性 目标规划算法.....	(169)
6.4 非线性目标规划中的模式搜索法.....	(174)
6.5 本章概要.....	(184)
习题.....	(185)
<b>第七章 优先级结构</b> .....	(188)
7.1 有关优先级的回顾.....	(188)
7.2 等价的线性规划问题的优先级结构.....	(190)
7.3 优先级分配中的一些典型问题.....	(191)
7.4 分配权系数和排列优先级的方法.....	(192)
7.5 目标的排序.....	(193)
7.6 寻求非控解的集合.....	(195)
7.7 本章概要.....	(201)
<b>第八章 应用和进一步研究的领域</b> .....	(202)
8.1 引言.....	(202)
8.2 用目标规划进行曲线拟合.....	(202)
8.3 天线的阵列设计.....	(207)
8.4 多目标的投资预算问题.....	(212)
8.5 多目标的运输问题.....	(216)
8.6 求解非线性整数目标规划模型.....	(219)
8.7 一个有关西部煤炭资源分配的模型.....	(223)
8.8 本章概要.....	(230)
<b>第九章 结论</b> .....	(232)
9.1 由此向何处去.....	(232)

9.2 问题与解答.....	(232)
9.3 未来的研究领域.....	(236)
9.4 本章概要.....	(236)
<b>各章参考文献.....</b>	<b>(238)</b>

# 第一章 引 论

## 1.1 决策模型

决策模型归根到底只是一种手段或工具。一个决策模型，在某种程度上代表了一个现实的问题。因此模型分析得出的结论，应当指明对解决现实问题应该采取的最优或较好的行动方案。很明显，模型越“好”，由该模型得出的行动方案同实际情况越接近。本书的一个目的是向读者提供建立这样一种决策模型的能力和办法，它比传统讲授的模型更好。这是因为本书中的模型承认并论述了如何处理在大多数现实世界问题中客观存在的具有多个互相冲突的目标。但是，大多数决策分析（或数学规划、最优化等等）领域内的文献，仅仅考虑具有单个目标的模型<sup>①</sup>，只有极少数例外。实际上，在大多数场合下，完全忽略了确实存在的多个目标的情况。

决策模型可以具有各种各样的形式：图表的或比例的模型、流程图或数学表达式，以及很多大家熟知的数学公式，诸如：

$$F = ma \quad (\text{力等于质量乘以加速度})$$

$$E = mc^2 \quad (\text{核能等于质量乘以光速的二次方})$$

本书只集中研究数学模型，因此当书中提到制订一个决

---

注<sup>①</sup>：后面我们将会发现，单目标模型实际上只是多目标模型中非常有限的一类。

策模型时，应理解为制订一个决策的数学模型。所以强调数学模型，是基于下列事实：

- 现实世界决策问题中的相当大部分适宜于用数学模型来表达
- 一般来说，数学模型运行比较容易
- 数学模型特别适用于进行灵敏度分析
- 数学模型本身已有一套系统的求解方法，这种方法通常对已建立的模型能求得最优解。

本书中考虑的一类特殊的决策模型，就是具有多个目标的决策模型。假如这类模型是由严格线性的具有优先顺序的函数组成，它就是“目标规划”<sup>[3,20]</sup>①。但本书中不仅讨论这类线性的多目标模型，而且还有非线性模型、整数模型及其它目标规划模型的扩充。因此在本书中将用到下列术语：

线性目标规划(LGP)——仅由线性函数构成的一种多目标的决策模型

非线性目标规划(NLGP)——由非线性函数或线性与非线性函数联合构成的一种多目标的决策模型

线性整数目标规划(LIGP)——由线性函数构成的一种多目标的决策模型，其中全部或部分变量严格限定取整数值。

假定被讨论模型仅含有单个目标，将使用线性规划(LP)、非线性规划(NLP)和线性整数规划(LIP)这些术语(除了将“多目标”改为“单目标”外，这些术语的定义同上面一样)。

这些模型的应用范围几乎是无限的。有关单目标规划的

---

注①：方括弧中数字为本书末所列参考文献的编号，下同。

文献已经比较多，但是多目标模型的应用或打算应用（特别是LGP模型），只是从60年代，特别70年代以来才在以下文献中提到，见〔2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 15, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 29, 30, 31, 32〕，其应用领域涉及到：

- 环境计划
- 劳动力计划
- 生产计划
- 科学资源的分配
- 财政计划
- 城市经济计划
- 计划选择与投资预算
- 医院中的资源分配
- 运输
- 预测大学生成绩

多目标模型只有得到越来越多的广泛应用，才能被人们更好理解和认识。

## 1.2 本书的目的

同本书书名一样，作者编写本书也包含多个目标。首先，作者确信写一本有关多目标决策的书(或有关的一套图书)，并尽快将这方面内容列入大学教学计划十分重要。应当向商业、管理、经济和工程学科的大学生和研究生们介绍这种适用于现实世界决策分析的、强有力的有广泛用途的方法。

第二，作者怀有使用较统一的方法建立和求解决策模型的意图，同时确信这种意图至少已部分实现。因为已经有这样一种模型，它既能用于表达单目标的决策问题，也能用于

表达多目标的决策问题，包括线性、非线性及整数（线性整数）的模型。也即应用的数学表达式可以是线性或非线性的，决策变量可以是连续的或限定取整数值的。还有，对大多数这类模型的求解可以利用人们普遍熟悉的线性规划中单纯形法<sup>[3,9,13,14,16,19,28,33]</sup>为基础的修正形式来实现。

第三个目的是要告诉读者，有关目标规划的去、现在和未来可能的应用情况及目标规划的扩充。随着越来越多的人对这种方法的认识，目标规划的应用将会表现出急剧增长的趋势。

最后，且也是一个重要目的，是将本书内容尽可能写得通俗、简短。这个目的是否达到，读者最后可以作出判断。还有，为了使尽可能多的人能掌握本书内容，尽可能把学习本书必需的预备知识定在较低水平。除第六章外，读者只需具备最基本的线性代数知识即可。即使第六章中用到一些初等的微积分知识，但对商业、管理、经济和工程专业的大学来说，肯定已不成问题。预先掌握线性规划的知识对读者是有帮助的，但本书阐述上并不以此为前提。

### 1.3 有关决策模型的历史

有关决策模型及其分析方法方面的一个重大突破，发生在二次世界大战结束不久。丹捷格(G·Dantzig)及其同事们在兰德公司(RAND Corporation)创建了众所周知的单纯形法<sup>[6]</sup>，用于求解单目标的严格线性的决策模型。虽然最初的单纯形法已在现实问题中得到广泛应用，但它不能（除有时对模型作了不允许的修改或近似外）用于求解非线性或多个目标的模型。

绝大部分有关非线性单目标模型，即非线性规划的重要

著作是从50年代后期出现的。各种求解方法<sup>[1'33]</sup>，诸如模式搜索、单纯形、梯度搜索、平行切线、共轭方向、割平面法等等已被创建，用于对各种类型的非线性模型至少可求得局部最优解。有些模型，例如几何规划<sup>[10]</sup>，可以用伏尔夫法(Wolfe's Method)对这类特殊的非线性模型求得总体最优解。但到现在为止，尚没有一种方法对所有类型的(单目标)非线性模型能肯定求得总体最优解。

60年代初，查恩斯(Charnes)和库伯(Cooper)<sup>[3]</sup>提出了一种能用于求解多于一个目标的线性决策模型的方法。

查恩斯、库伯、艾吉里(Ijiri)<sup>[18]</sup>和其他人<sup>[20'27]</sup>的工作，已总结成为用于求解线性多目标规划的系统的的方法，其中在目标中包括了优先级和权系数。这个方法的一个基本点是在计算中采用了修正的单纯形算法，使计算执行起来快速有效。但到目前为止，基本的目标规划还存在下列问题：

- (1) 所有函数必须是线性的；
- (2) 所有变量必须是连续的；
- (3) 有关优先级概念的基本假设必须成立或至少是合理的；
- (4) 尚没有一种对目标规划的解进行灵敏度分析的系统方法。

通过作者的努力，前面两个困难(即无法用于求解非线性与整数模型)已有所克服。采用的基本方法，是将求解非线性与整数单目标模型的某些比较成功的方法，同基本目标规划的算法结合起来，其中最成功的方法是直接组合。因此，现在已经有可能同求解线性目标规划一道，来求解较多类型的非线性、整数和0-1目标规划。这些对基本目标规划模型的扩充，构成了本书大部分内容的基础。上述最后一个问

题，通过作者建立的线性目标规划的对偶理论也已有所解决，这方面内容将在第四章中讨论。

#### 1.4 假设

建立任何有生命力的模型都有必要作出某些假设，目标规划和扩充的目标规划也不例外。但较之一些传统的模型，在很多方面目标规划模型较少受假设的限制。

一个关键假设是，同决策人员一起工作的分析人员能够对某个目标或一组目标确定优先因子<sup>[18]</sup>。最高优先因子用 $P_1$ 标志，下一个优先因子用 $P_2$ 标志，依次类推。优先因子的概念是不管对 $P_2$ 乘上一个多大的数， $P_1$ 总是大于 $P_2$ 。这样一个假设初听起来似乎相当严格，但现实中很多问题满足这个假设。实际上关于优先因子的概念早已在传统的单目标模型，例如线性规划中应用。线性规划由制约于一组线性约束条件的单一线性目标组成，用于求解这类模型的单纯形法，它的第一优先因子就是要满足所有约束条件。

不满足约束集合的解称作是“非可行的”。由此，实际上线性规划中已应用了优先因子的概念，它的第一优先因子是满足所有约束条件，第二优先因子是目标函数的优化。有关线性规划模型的进一步讨论见第三章，其中将线性规划模型看作只是更为一般的目标规划模型的简化和特例。

对目标规划和大多数扩充的目标规划模型的第二个假设，是所有决策变量为非负。这仅仅是一种假设，并且很容易通过一个简单方法来避免变量取负值。假定一个变量 $x$ 可以取任何实数值（负、零或正），它可以用两个非负的变量的差置换。令

$$x = u - v$$



式中  $-\infty < x < +\infty, u \geq 0, v \geq 0$

然后对数学表达式中出现  $x$  的任何地方，都可以简单地用  $(u-v)$  来置换。在解出了  $u$  和  $v$  的值后， $x$  的值可以通过求  $(u-v)$  的值得到。

其它若干假设同专门类型的扩充的目标规划模型有关，因而将在讨论这些模型的专门章节中去阐述。

### 1.5 举例

为了说明典型的多目标问题的实质，以及它同传统的单目标方法的区别，下面考虑一个核电站的设计问题。传统的单目标规划只允许设定一个目标（诸如利润最大或成本最低），并使该目标在绝对满足一组约束的条件下达到最优。

假如不去接触实际问题，这种方法似乎完全正确。但在核电站问题中，单一的目标应选择什么？是使整个电站建设费用为最低，安全运行的可靠性最高，电能输出最大，还是对周围环境的影响最小。

假如一个人遵循传统的方法，他只能选取上述目标中的一个（通常最大可能是选费用最低）。系统设计可能很容易达到费用最低的要求，但这种选择的结果将牺牲其它方面条件，如降低运行的安全可靠性或环境条件的严重破坏。这类事件在当今社会的其它系统设计中经常碰到（诸如城市交通、公路、汽车、铁路、航线、医院等等）。这是因为系统在达到一个目标时，部分由于传统方法的限制，对牺牲其它目标基本上忽略不管。

多目标的方法则企图把所有有关的目标包括在一起进行考虑。这种方法认识到并非全部目标都能得到优化，但一个人可以分别对每个目标确立一个意向的指标值，然后应用目