修订版

金牌奥校

北京市西城区数学学会 编

数学奥林匹克教程

初中一年级

中国少年儿童出版社

金牌奥校

数学奥林匹克教程

（初中一年级）

北京市西城区数学学会　编

中国少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

金牌奥校:初中数学一年级/金宝铮等编 . - 北京:中国少年儿童出版社,1998.6

ISBN 7 - 5007 - 4242 - 8

Ⅰ. 金… Ⅱ. 金… Ⅲ. 数学课 - 初中 - 习题 Ⅳ. G623

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 12535 号

本册编著:金宝铮 赵一西

高雪松 郑 廉

金牌奥校——数学奥林匹克教程

初中一年级

*

中国少年儿童出版社 出版发行

保定市兴良印刷厂印刷 新华书店经销

*

850×1168 1/32 印张:8.625 字数:195 千字

本次印数:10000 册

2000 年 11 月第 3 版 2000 年 11 月第 3 次印刷

ISBN 7 - 5007 - 4242 - 8/G·3009 定价:12.60 元

凡有印装问题,可向承印厂调换

前　言

在推进数学素质教育的过程中，开拓第二课堂的工作已受到普遍重视，组织数学竞赛活动是推动这项工作的重要一环.

为使初中学生开阔视野、启迪思维、发展智力、提高能力，推动教学奥林匹克活动的开展，多年来，北京市西城区广泛开展了初中教学竞赛辅导讲座活动，并取得了较好的成绩.

为提高竞赛辅导讲座的质量，我们组织多年从事讲课辅导的教练员，编写了《金牌奥校——数学奥林匹克教程》一书，分一、二、三册，供初中三个年级使用.全书基本上概括了初中数学的重要基础知识，基本技能和基本方法，对初中数学竞赛范围内的知识作了系统归纳，特别着重对数学思维能力、数学思想方法和解题方法、解题能力的训练.

对书中每个专题，都分四个步骤来展开：一、概述知识要点；二、选择典型题目进行解题思路的分析和揭示解题规律；三、综合练习；四、参考解答.这样可使读者了解竞赛的要求，提高分析问题和解决问题的能力，掌握驾驭知识的主动权，从而为参加竞赛活动打下良好的基础.

参加本书编写工作的有赵一西、陈娴、金宝铮、王永俊、张鸿菊、李松文、郑廉、李冰、郑康、李家智、高雪松等同志.

编　者

目　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.

第一讲　整数与整除

本讲涉及的有关整数与整数的整除性问题，是数论中最基本的问题，也是近些年来国内外数学竞赛中常出现的内容之一．本讲将在初一学生能接受的范围内，较系统的给出整除的概念、基本性质，并通过例题给出一些常用的解题方法与技巧．这些内容对培养学生的逻辑思维和推理能力十分有益．

一、内容提要

1．十进制整数的表示方法

(1)正整数可以用 0,1,2,…,9 十个数码中的一个或若干个组成可重复的一个排列表示，如 $\overline{a_na_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0}$ 表示一个 $n+1$ 位整数，其中 a_i 是 0,1,2,…,9 中的某个数字，$i=n$，$n-1,\cdots,1,0$，其中 $a_n\neq0$．

(2) $n+1$ 位整数 $\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}$，可以用一个多项式表示，即

$\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1a_0}=a_n\cdot10^n+a_{n-1}\cdot10^{n-1}+\cdots+a_1\cdot10+a_0$．

(3)某些特殊表示：

①为了突出个位数字，整数可以表示为 $10x+y$，其中 x 是一个正整数，y 是 0,1,2,…,9 中的一个数码．

②某些有规律重复排列数码的整数，可以有如下的表示：

$$\underbrace{\overline{aa\cdots aa}}_{n\text{个}a}=a(10^{n-1}+10^{n-2}+\cdots+10+1)$$

$$=\frac{a}{9}\underbrace{99\cdots99}_{n\text{个}9}=\frac{a}{9}(10^n-1),$$

$$\underbrace{\overline{abab\cdots ab}}_{n\text{个}\overline{ab}}=\overline{ab}(10^{2(n-1)}+10^{2(n-2)}+\cdots+10^2+1).$$

2. 有关整数整除的概念和性质

(1)整数的带余除法:

a、b 是两个整数,则必存在唯一的一对整数 q,r,使得 $b=a\times q+r\quad(0\leqslant r<|a|)$. q 和 r 分别称为 b 除以 a 的商数和余数.

若 $r=0$,则称 a 整除 b,或称 b 被 a 整除,记作 $a|b$. 其中 a 叫做 b 的约数或因数,b 叫做 a 的倍数. 显然,0 是任何整数的倍数,±1 是任何整数的约数,任何整数是其自身的倍数和约数.

若 $r\neq0$,则称 a 不能整除 b,或称 b 不被 a 整除,记作 $a\nmid b$.

(2)质数和合数:如果自然数 n,除了 1 与它本身,再没有其它的约数了,这样的自然数叫做质数,也叫素数. 如果自然数 n,除了 1 与它本身,还有其它的约数,这样的自然数叫做合数. 1 既不是质数也不是合数. 2 是最小的质数并且是唯一的偶质数.

因此,我们可按一个自然数的约数个数将全体自然数分类.

$$\text{自然数}\begin{cases}1:\text{只有唯一一个约数 }1;\\\text{质数:恰有两个约数;}1\text{ 与自身;}\\\text{合数:至少有三个约数(有 }1\text{ 与自身}\\\qquad\text{以外至少一个约数)}.\end{cases}$$

(3)最大公约数:$a_1,a_2\cdots,a_n$ 都是正整数(n 是大于 1 的整数)且 $d|a_1,d|a_2,\cdots,d|a_n$,则称 d 为 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的公约数. 所有公约数中的最大者称为 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的最大公约数. 记作 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)=d$.

当 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)=1$ 时,称 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 互质.

(4)最小公倍数:$a_1,a_2,\cdots,a_n,m$ 都是正整数(n 是大于 1

的整数)且 $a_1|m, a_2|m, \cdots, a_n|m$,则 m 叫做 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 的公倍数. m 中的最小者叫做 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 的最小公倍数,记作 $[a_1, a_2, \cdots, a_n] = m$.

(5)最大公约数和最小公倍数的主要性质:

①$(a_1, a_2, \cdots, a_n) = d, \Leftrightarrow (\frac{a_1}{d}, \frac{a_2}{d}, \frac{a_n}{d}) = 1$;

②a, b 为正整数,则 $(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$;

③若 $(a_1, a_2, \cdots, a_n) = d, [a_1, a_2, \cdots, a_n] = m, k$ 为正整数,c 是 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 的正公约数,则.

$$(ka_1, ka_2, \cdots, ka_n) = dk;$$

$$[ka_1, ka_2, \cdots, ka_n] = mk;$$

$$(\frac{a_1}{c}, \frac{a_2}{c}, \cdots, \frac{a_n}{c}) = \frac{d}{c};$$

$$[\frac{a_1}{c}, \frac{a_2}{c}, \cdots, \frac{a_n}{c}] = \frac{m}{c}.$$

④若正整数 a、$b(a > b)$,且 $a = bq + r, q, r$ 为正整数($0 < r < b$),则 $(a, b) = (b, r)$.

(6)整除的性质:

①若 $a|b$,且 $b|a$,则 $a = \pm b$;

②若 $a|b, b|c$,则 $a|c$;

③若 $a|b$,那么对任意整数 k 有 $a|kb$;

④若 $a|b, a|c$,那么对任意整数 k、l 有 $a|(kb + lc)$;

⑤若 $m|ab$,且 $(m, a) = 1$,则 $m|b$;

⑥若 $a|c, b|c$ 且 $(a, b) = 1$,则 $ab|c$;

⑦若 $a|m, b|m$,则 $[a, b]|m$;

⑧若 p 是质数,且 $p|a \cdot b$,则 $p|a$ 或 $p|b$;

⑨记 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1) \cdot n = n!$,则 $n! \mid k(k+1) \cdots (k+n$

$-1)$，n、k 为正整数.

(7)整数的某些整除特性：

①如果一个整数的末位数字能被 2(或 5)整除，那么这个整数必能被 2(或 5)整除；

②如果一个整数的各位数字之和能被 3(或 9)整除，那么这个整数可被 3(或 9)整除；

③如果一个整数的末两位数字组成的数能被 4(或 25)整除，那么这个数能被 4(或 25)整除；

④如果一个整数的末三位数字组成的数能被 8(或 125)整除，那么这个数能被 8(或 125)整除；

⑤如果一个整数的所有偶数位上的数字和与所有奇数位上的数字和的差能被 11 整除，那么这个整数能被 11 整除.

"割尾"判别法：没 $N=10x+y$，x 为正整数，y 是 N 的个位数字.

①$(10k-1)\mid(x+ky)\Leftrightarrow(10k-1)\mid N$($k$ 为正整数).

②$(10k+1)\mid(x-ky)\Leftrightarrow(10k+1)\mid N$($k$ 为正整数).

③$17\mid(x-5y)\Leftrightarrow 17\mid N$，$7\mid(x-2y)\Leftrightarrow 7\mid N$.

(8)奇数与偶数：能被 2 整除的整数叫偶然，记作 $2n$(n 整除)，否则叫奇数，记作 $2n+1$(n 为整数).

①奇数 + 奇数 = 偶数；

②偶数 + 偶数 = 偶数；

③奇数 + 偶数 = 奇数；

④奇数 × 奇数 = 奇数；

⑤偶数 × 偶数 = 偶数；

⑥奇数 × 偶数 = 偶数；

⑦偶数个奇数的和是偶数；

⑧奇数个奇数的和是奇数；

⑨任意个偶数的和是偶数；

⑩奇数的正整数次幂是奇数.

(9)完全平方数：如果一个数是一个整数的完全平方，则称此数是完全平方数.完全平方数有下列性质：

①任何完全平方数的个位数字只能是0,1,4,5,6,9中的一个；即个位数字是2,3,7,8的整数，肯定不是完全平方数；

②奇完全平方数的十位数字一定是偶数；

③末位数字是5的平方数的十位数字和百位数字均是偶数；

④奇完全平方数减1是8的倍数；

⑤偶完全平方数是4的倍数；

⑥形如 $3k+2,4k+3,4k+2$ 的自然数（k 是整数）不是完全平方数；

⑦若 a、b 都是平方数，且 $a=bc$，则 c 也是完全平方数；

⑧设 a 是平方数，p 是质数，如果 $p\mid a$，那么 $p^2\mid a$；

⑨完全平方数有奇数个不同的约数.

以上关于整除的性质及判别法，我们均未给出证明，希望读者动脑动手做一做，其中大多数证明是初一年级的同学们能够给出的.下面我们重点考虑如何利用整数的整除性质去解决问题.

二、例题分析

例1 自然数120的所有正的因数有多少个？

分析：若整数 $N=p_1^{a_1}p_2^{a_2}\cdots p_n^{a_n}$（其中 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 均为正整数，$p_1,p_2,\cdots,p_n$ 均为质因数），则 N 共有 $(a_1+1)(a_2+1)\cdots(a_n+1)$ 个因数.因此，先将120分解为几个质因数相乘的形式.

解：$\because \quad 120=2^3\cdot3\cdot5$，

$\therefore \quad 120$的正因子是由$(1,2^1,2^2,2^3)$，$(1,3)$，$(1,5)$这三组数中每一组各任意取出一个数的积构成的.所以，共有$(3+1)\cdot(1+1)\cdot(1+1)=16$个正的因子.

例2 自然数m,n是两个不同的质数，$m+n+mn$的最小值是p，则$\frac{m^2+n^2}{p^2}$的值是多少？

分析：若想p值取到最小，则m,n值均应尽量的小.

解：$\because \quad m=2,n=3$时，p取到最小值11，

$$\therefore \quad \frac{m^2+n^2}{p^2}=\frac{2^2+3^2}{11^2}=\frac{13}{121}.$$

例3 已知：两个质数的差是27，则这两个质数的和是多少？

分析：因为两个奇质数的差是偶数，所以这两个质数中一定有一个是2.

解：设两个质数分别为p、$q(p>q)$，

则 $$p-q=27.$$

$\because \quad p,q$中一定有一个是偶数，

$\therefore \quad q=2$，

$\therefore \quad p=29$，即$p+q=31$.

所以，这两个质数的和是31.

例4 已知：x和y是整数，$13\mid(9x+10y)$.

求证：$13\mid(4x+3y)$.

分析：利用整除的基本性质.若$a\mid(b+c)$，且$a\mid b$，则$a\mid c$即可.

证明：$\because \quad x$、y都是整数，$\therefore \quad 13\mid13(x+y)$.

即 $$13\mid(13x+13y).$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

而　$13x+13y=(4x+3y)+(9x+10y)$,

$\therefore$　$13\mid(4x+3y)+(9x+10y)$.

$\because$　$13\mid(9x+10y)$, $\therefore$　$13\mid(4x+3y)$.

例 5　若 a、b 是整数,且 $7\mid(a+b)$,$7\mid(2a-b)$. 证明: $7\mid(5a+2b)$.

分析:本题结论不似上题,一目了然便知如何求解,但方法完全类似于上题. $a+b$,$2a-b$ 都是关于 a、b 的式子,根据整除的基本性质,我们设想将 $5a+2b$ 表示成 $a+b$ 与 $2a-b$ 的倍数和. 因此,解决此问题的关键在于由 $a+b$ 与 $2a-b$ 构造 $5a+2b$,可以利用待定系数法.

设 m,n 为整数,且使得

$$5a+2b=m(a+b)+n(2a-b),$$

即　$$5a+2b=(m+2n)a+(m-n)b,$$

$\therefore$　$m+2n=5$ 且 $m-n=2$.

$\therefore$　解得: $m=3$, $n=1$.

解得: $m=3$, $n=1$.

证明: $\because$　$7\mid(a+b)$且 $7\mid(2a-b)$,

$\therefore$　$7\mid[3(a+b)+(2a-b)]$,

即　$7\mid(5a+2b)$.

例 6　设六位数$\overline{a1527b}$是 4 的倍数,且它被 11 除余数是 5,求 $a+b$ 的值.

分析:利用某些整数的整除的特性,求出 a 与 b 的值,且 a 只取 1~9 之间的整数,b 即 0~9 之间的整数.

解: $\because$　$4\mid\overline{a1527b}$,　$\therefore$　$4\mid\overline{7b}$.

即　$b=2$ 或 $b=6$.

又 $\because$　$\overline{a1527b}=11\cdot m_1+5$　(m_1 为整数),

当 $b=2$ 时,即$\overline{a15272}=4x$,

且 $\overline{a15272}-5=11\cdot m_1$,

即 $(1+2+2)-(a+5+7)-5=11\cdot m_2$($m_2$ 为整数),

$\therefore\ -a-1=11\cdot(m_2+)$,

$\therefore$ a 无解.

当 $b=6$ 时,即 $4\mid\overline{a15276}$,

且$(1+2+6)-(a+5+7)-5=11\cdot m_3$($m_3$ 为整数),

$\therefore\ -a-8=11\cdot m_3$.

当 $m_3=-1$ 时,$a=3$;当 $m_3\neq-1$ 时,a 无解.

$\therefore\ a+b=3+6=9$.

例 7 如果一个六位数$\overline{19x91y}$能被 33 整除,这样的六位数共有多少个?

分析:利用被 3 和 11 整除的数的各位数字需要满足的条件,求出 x 与 y 的值,并注意 x 与 y 只取 0~9 之间的整数.

解:$\because\ 33\mid\overline{19x91y}$

$\therefore\ 3\mid\overline{19x91y}$且 $11\mid\overline{19x91y}$;

$\because\ 3\mid\overline{19x91y}$,$\therefore\ 3\mid(x+y+20)$.

即 $3\mid x+y+2$;

$\because\ 11\mid\overline{19x91y}$,$\therefore\ 11\mid(y+9+9)-(x+1+1)$,

$\therefore\ 11\mid(y-x+5)$.

$\because$ x、y 是小于 10 的非负整数,且 $0\leqslant x+y\leqslant18$,且 $-9\leqslant y-x\leqslant9$,

所以, $x+y=1,4,7,10,13,16$.

$$y-x=6,-5.$$

当 x、y 为整数时,$(x+y)$与$(y-x)$同奇偶.

$$\therefore\begin{cases}x+y=1,\\y-x=-5;\end{cases}\quad\begin{cases}x+y=4,\\y-x=6;\end{cases}\quad\begin{cases}x+y=7,\\y-x=-5;\end{cases}$$

$$\begin{cases}x+y=10,\\y-x=6;\end{cases}\quad\begin{cases}x+y=13,\\y-x=-5;\end{cases}\quad\begin{cases}x+y=16,\\y-x=6.\end{cases}$$

解之得的解(其中 x、y 均是0~9之间的整数)

$$\begin{cases}x=6,\\y=1\end{cases}\text{或者}\begin{cases}x=2,\\y=8\end{cases}\text{或者}\begin{cases}x=9,\\y=4.\end{cases}$$

所以,能被33整除的六位数$\overline{19x91y}$共有三个,即:196911,192918,199914.

例8 如果一个自然数恰好等于它的各位数码之和的13倍,试求出所有这样的自然数.

分析:因为自然数是几位数,题目中并未给出条件,所以,只能对自然数的位数进行分类讨论.

解:(1)显然一位数不满足题目条件;

(2)考虑两位数$\overline{ab}=10a+b=13(a+b)$,即 $3a+12b=0$. 仅当 a、b 同时为0时才成立,但 $a\neq0$,所以两位数不满足题意.

(3)考虑三位数$\overline{abc}=100a+10b+c=13(a+b+c)$,即 $87a=3b+12c$.因为 b、c 是小于10的非负整数,所以 $3b+12c\leqslant3\times9+12\times9=135$.

即 $$87a\leqslant135,\therefore a=1.$$

即 $$3b+12c=87,$$

$$\therefore\quad c=\frac{87-3b}{12}=7+\frac{1-b}{4}.$$

所以 $\begin{cases}b=1,\\c=7;\end{cases}\quad\begin{cases}b=5,\\c=6;\end{cases}\quad\begin{cases}b=9,\\c=5.\end{cases}$

所以,可知117,156,195满足题目条件.

(4)考虑四位数$\overline{abcd}=1000a+100b+10c+d=13(a+b+c+d)$,即 $987a+87b=3c+12d$.因为 a 是小于10的正整数,b,c,d 为小于10的非负整数,所以 $987a+87b\geqslant987$,$3c+12d$

$\leqslant 135$. 即: $987a+87b\neq 3c+12d$, 即任何四位数不能满足题目条件. 同理, 任何四位以上的自然数都不能满足题目条件.

即满足题目条件的自然数只有 117, 156, 196 三个.

例 9 证明: 不存在整数 x, y, z 使得

$$\begin{cases} xyz-x=1993 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ xyz-y=1995 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ② \\ xyz-z=1997 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③ \end{cases}$$

分析: 根据 1993, 1995, 1997 均为奇数, 则其各因数也均为奇数, 得出 x, y 均为奇数, 利用奇数 $\neq$ 偶数的基本性质求解.

证明: 由①得: $x(yz-1)=1993$,

$\therefore$ x 与 $(yz-1)$ 均为奇数;

由②得: $y(xz-1)=1995$,

$\therefore$ y 与 $(xz-1)$ 均为奇数;

$\therefore$ $(xy-1)$ 为偶数, 则 $z(xy-1)$ 为偶数,

而 $z(xy-1)=1997=$ 奇数,

$\because$ 奇数 $\neq$ 偶数, $\therefore$ 原方程组无整数解.

例 10 求证: 任意改变某一自然数的各位数码的顺序后, 所得到的数与原数之和不可能等于 $\underbrace{99\cdots9}_{(2n+1)个}$ (n 为自然数).

分析: 显然原数也是 $(2n+1)$ 位数, 改变其各位数码的顺序后, 新数与原数出现的各位数字均相同, 则新数与原数各位数字之和为偶数, 而实际上新数与原数各位数字之和是 $(2n+1)\cdot 9$, 得出矛盾.

证明: 假设原数为 $\overline{a_1a_2\cdots a_{2n+1}}$, 新数为 $\overline{b_1b_2\cdots b_{2n+1}}$, 则依题意可得:

$a_1+b_1=9, a_2+b_2=9, a_3+b_3=9, \cdots, a_{2n+1}+b_{2n+1}=9.$

因此　$(a_1+b_1)+(a_2+b_2)+\cdots+(a_{2n+1}+b_{2n+1})$

$$=\underbrace{9+9+\cdots+9}_{(2n+1)\text{个}9}$$

$$=(2n+1)\cdot 9(\text{奇数})$$

$$=(a_1+a_2+\cdots+a_{2n+1})+(b_1+b_2+\cdots+b_{2n+1})$$

$$=2(a_1+a_2+\cdots+a_{2n+1}).\qquad(\text{偶数})$$

即　奇数 = 偶数，∴假设错误，原命题正确.

例 11　a、b、c 三个数都是两位整数，且 $a>b>c$，已知它们的和为偶数，它们的积是 3960，求 a、b、c.

分析：由题意可知 $abc=3960$，那么看 3960 能分解成多少种三个两位乘积的形式，但并不是所有分解形式中的两位数就是 a、b、c 的值，还要看 $a+b+c$ 是否为偶数，三个数之和为偶数，那么 a、b、c 中必然三个同时为偶数或两个奇数一个偶数.

解：∵　$a+b+c=$ 偶数，

∴　三个数必然是三个偶数或二个奇数一个偶数；

而 $abc=3960=2^3\times3^2\times5\times11=10\times11\times36=10\times12\times33=10\times18\times22=11\times12\times30=11\times15\times24=11\times18\times20=12\times15\times22$.

在这七种分解结果中，符合 $a>b>c$，且 a,b,c 均为偶数或二个奇数一个偶数的解为：

$a=22,b=18,c=10$；以及 $a=24,b=15,c=11$.

例 12　a、b、c 是三个整数，那么 $\frac{a+b}{2}$，$\frac{b+c}{2}$，$\frac{c+a}{2}$ 中有整数吗？

分析：$\frac{a+b}{2}$，$\frac{b+c}{2}$，$\frac{c+a}{2}$ 中是否有整数，主要应考虑 $(a+b)$，$(b+c)$，$(c+a)$ 中是否有偶数，而偶数 = 偶数 + 偶数 = 奇数 + 奇数，所以问题转化为考虑 a、b、c 的奇偶性.

解：$\because$ a、b、c 均为整数，整数非奇则偶，$\therefore$ a、b、c 中的每个数只有奇数或偶数两种选择. 所以，至少有两个数的奇偶性相同，其和必为偶数. 所以，$\frac{a+b}{2}$，$\frac{b+c}{2}$，$\frac{c+a}{2}$ 中至少有一个数为整数.

例 13 求证：奇数的平方数被 8 除余 1，偶数的平方数一定是 4 的倍数.

分析：任何奇数都可以表示为 $2k+1$（k 为整数）的形式，任何偶数都可以表示为 $2k$（k 为整数）的形式，将其分别平方后讨论被 8（或 4）除的余数.

证明：任何奇数均可以表示为：$2k+1$（k 为整数）.

$\because$ $(2k+1)^2=4k^2+4k+1=4k(k+1)+1$，

又 $\because$ $4\mid 4$，且 $2\mid k(k+1)$，

$\therefore$ $8\mid 4k(k+1)$.

即 任何奇数的平方数被 8 除余 1；

任何偶数均可以表示为：$2k$（k 为整数）.

$\because$ $(2k)^2=4k^2$，$\therefore$ $4\mid 4k^2=(2k)^2$.

即 任何偶数的平方数被 4 整除.

例 14 将 1，2，3，…，1997 这 1997 个数重新任意排序为 a_1，a_2，…，a_{1997}，那么 $(a_1+1)(a_2+2)\cdots(a_{1997}+1997)$ 这个积是奇数还是偶数？

分析：因为 $(a_1+a_2+\cdots+a_{1997})$ 与 $(1+2+\cdots+1997)$ 的和为偶数，即 (a_1+1)，(a_2+2)，…，$(a_{1997}+1997)$ 的和为偶数，则 (a_1+1)，(a_2+2)，…，$(a_{1997}+1997)$ 中至少有一个为偶数，则其乘积必为偶数.

解：$\because$ $(a_1+1)+(a_2+2)+\cdots+(a_{1997}+1997)$

$=2(1+2+\cdots+1997)$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com