

三角函数

习题解答

北京市《初等数学》编写组编

人民教育出版社

三角函数

习题解答

北京市《初等数学》编写组编

人 民 教 育 出 版 社

内 容 提 要

本书是《三角函数》(人民教育出版社, 1975年6月修订第一版)的习题解答. 为了便于查找, 在练习、习题和复习题的标题下面和题号前面的括号内列出了原书上的页次, 另外在各章题解后增加了一些参考题, 供读者选作. 书末附有参考题的解答, 供参考.

三角函数习题解答

北京市《初等数学》编写组编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

1978年7月第1版 1978年11月第1次印刷

书号13012·0164 定价 0.33 元

第五章 向量、复数和正弦波	72		
第一节 向量	72		习题(第 156 页) ... 92
练习(第 130 页) ...	73		第三节 正弦波
习题(第 135 页) ...	76		练习(第 164 页) ...
第二节 复数	81		练习(第 168 页) ...
练习(第 139 页) ...	81		练习(第 173 页) ...
练习(第 146 页) ...	81		第五章参考题
参考题解答			113
第二章	115		第四章
第三章	121		第五章
			134
			140

第一章 函 数

第一节 函数的概念

练 习(第8页)

[8] 1. 下列各式中的量,哪些是常量? 哪些是变量? 哪些变量是自变量? 哪些变量是自变量的函数?

(1) 在无产阶级文化大革命的推动下,我国试制成功的百万次集成电路电子计算机,每秒钟能运算100万次,则 t 秒钟运算的次数 y (万次)为

$$y=100t;$$

(2) 远洋货轮在航行中,如果航速为17.5海里/小时,则 t 小时后航行距离 s (海里)为

$$s=17.5t;$$

(3) 我国第二颗科学实验人造地球卫星绕地球一周需106分钟, t 分钟绕地球的周数为

$$N=\frac{t}{106};$$

(4) 将已知直径为 D 的圆周分成 n 等分($n \geq 3$),相邻两点间距离 s 随 n 而变化,其计算公式为

$$s=D \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}.$$

答: (1) 100 是常量, t 是自变量, y 是 t 的函数;

(2) 17.5 是常量, t 是自变量, s 是 t 的函数;

(3) $\frac{1}{106}$ 是常量, t 是自变量, N 是 t 的函数;

(4) 180° 、 D 是常量, n 是自变量, s 是 n 的函数.

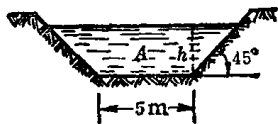
[8] 2. 一个钢球在 0°C 时体积是 100 立方厘米, 温度 T 每增加 1°C , 体积 V 增加 0.057 立方厘米, V 是 T 的函数 $V=f(T)$. 试用公式表示 $V=f(T)$. 求 $f(200)$ 的值, 并说明符号 $f(200)$ 的意义.

解: $V=f(T)=100+0.057T$.

$$f(200)=100+11.4=111.4(\text{cm}^3).$$

$f(200)$ 表示当温度 T 增加到 200°C 时这个钢球的体积.

[8] 3. 某中学学生在学农劳动时, 跟贫下中农一起挖了一条水渠, 水渠断面是等腰梯形(如图), 过水面积 A 是水深 h 的函数. 试用公式表示这个函数. 求 $f(3.5)$ 的值, 并说明符号 $f(3.5)$ 的意义.



(第3题)

解: $A=f(h)=(h+5)h=h^2+5h$.

$$f(3.5)=3.5^2+5\times 3.5=29.75(\text{米}^2).$$

$f(3.5)$ 表示当水深为 3.5 米时的过水面积.

[8] 4. 加工一批零件, 先用 10 分钟做准备工作, 然后每加工一个零件用 15 分钟. 写出零件产量 y (件) 和工作时间 t (分钟) 的函数关系.

$$\text{答: } y=\frac{t-10}{15}.$$

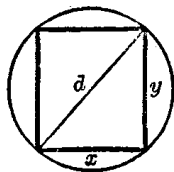
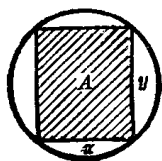
[8] 5. 拖拉机重量 W 一定时, 地面上单位面积所受的压强 p 是履带接触地面的面积 Q 的函数. 说明 p 是 Q 的反比函数.

解: $p = \frac{W}{Q}$, 这里 W 是常量. 由上边函数的表达式可知,

p 是 Q 的反比例函数.

[8] 6. 把一个直径 $d=50$ 厘米的圆木截成截面为长方形的木料, 求截面积 A 和一边的长 x 的函数关系.

提示: 另一边的长 y 是 x 的函数.



(第 6 题)

解: 由上面右图可知,

$$d^2 = x^2 + y^2,$$

$$\therefore y = \sqrt{d^2 - x^2}.$$

$$\text{由于 } A = x \cdot y, \quad d = 50,$$

$$\therefore A = x\sqrt{50^2 - x^2}.$$

[8] 7. 从一个边长为 a 的正三角形铁皮上剪下一个矩形, 分别把这个矩形的周长 p 和面积 A 表示为一边的长 x 的函数.

解: 矩形的一边长为 x , 则另一边为 $\frac{\sqrt{3}}{2}(a-x)$.

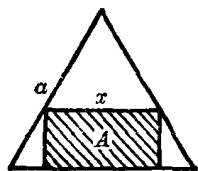
$$\therefore p = 2x + \sqrt{3}(a-x) = (2-\sqrt{3})x + \sqrt{3}a.$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{2}x(a-x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}ax.$$

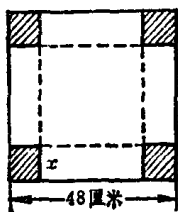
[8] 8. 有一块正方形铝板, 边长是 48 厘米, 把四个角各截去一块相等的正方形, 做成一个无盖的铝盒. 试把铝盒的体积

V 表示为小正方形边长 x 的函数。

解: $V = (48 - 2x)^2 \cdot x = 4x^3 - 192x^2 + 2304x$.



(第7题)



(第8题)

第二节 函数的图象

练习(第16页)

[16] 1. 作下列函数的图象:

(1) $y = \frac{3}{4}x + 3$,

(2) $y = -\frac{3}{4}x + 3$.

作图略。

[16] 2. 作 $y = \frac{1}{3}x - 1$ 的图象。

(1) 在图上分别标出 $x = -1, x = 0, x = 2$ 时 y 的值。

(2) 在图上标出使 $y = 0$ 的 x 值。

(3) 在图上标出使 $y = -2$ 的 x 值。

作图略。

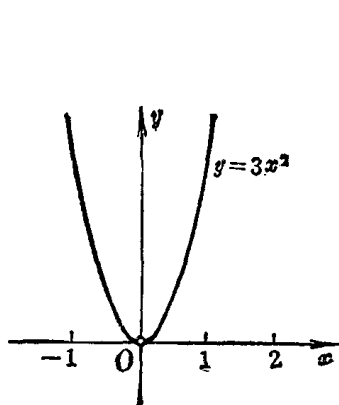
[16] 3. 作下列函数的图象, 并说明 x 在什么范围内 y 是正的, x 在什么范围内 y 是负的, x 等于什么值时 y 的值最大或最小:

(1) $y = 3x^2$,

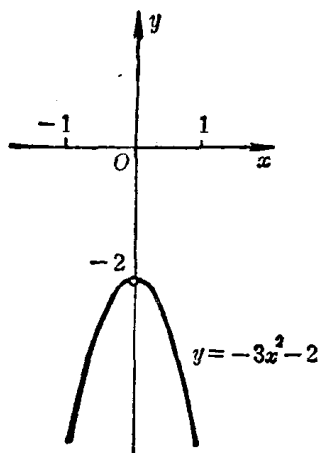
(2) $y = -3x^2 - 2$,

$$(3) y=3x^2+x-1,$$

$$(4) y=-3x^2+x-1.$$



(1)



(2)

(第3题)

解: (1) $y=3x^2$.

x 取除 0 外的任何实数时, y 是正的;

$x=0$ 时, y 有最小值 0.

(2) $y=-3x^2-2$.

x 取任何实数时, y 都是负的;

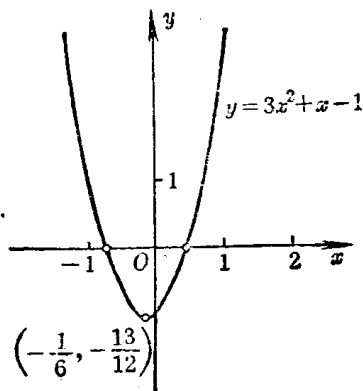
$x=0$ 时, y 有最大值 -2.

$$(3) y=3x^2+x-1=3\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{13}{12},$$

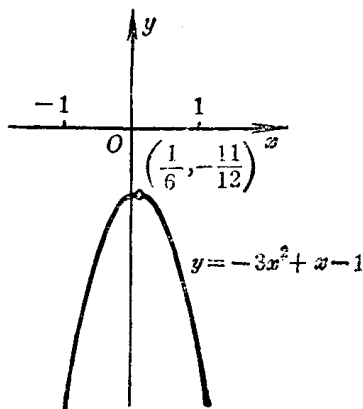
$\therefore x > \frac{-1+\sqrt{13}}{6}$ 或 $x < \frac{-1-\sqrt{13}}{6}$ 时, y 是正的;

$\frac{-1-\sqrt{13}}{6} < x < \frac{-1+\sqrt{13}}{6}$ 时, y 是负的;

$x = -\frac{1}{6}$ 时, y 有最小值 $-\frac{13}{12}$.



(3)



(4)

(第3题)

$$(4) y = -3x^2 + x - 1 = -3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{11}{12}.$$

x 取任何实数时, y 都为负值;

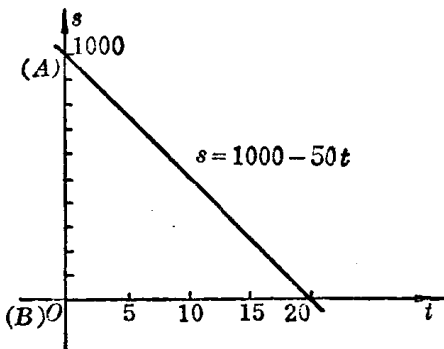
$x = \frac{1}{6}$ 时, y 有最大值 $-\frac{11}{12}$.

[16] 4. A, B 二站相距 1000 公里, 火车从 A 站出发, 以 50 公里/小时的速度开往 B 站. 设火车离 B 站距离是 s , 试求 s

和时间 t 的函数关系, 并作它的图象. 从图上指出经过几小时, 火车到达 B 站.

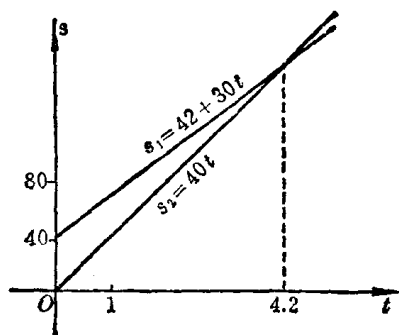
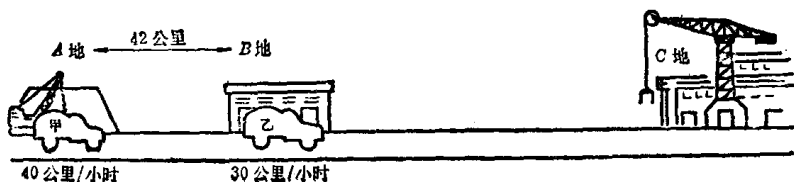
解: $s = 1000 - 50t$.

从图上看, 经过 20 小时, 火车到达 B 站.



(第4题)

[16] 5. 如图, 甲汽车从A地出发, 乙汽车同时从B地出发, 都向C地前进. A、B两地相距42公里, 甲车速度是40公里/小时, 乙车速度是30公里/小时, 甲、乙两车距A地的距离都是时间 t 的函数. 试在同一坐标系中, 作出这两个函数的图象, 并从图上指出经过多少时间, 甲车可以赶上乙车.



(第5题)

解: 设 t 时后甲车距A地的距离为 s_2 , 乙车距A地的距离为 s_1 .

$$\begin{aligned} \text{则} \quad s_2 &= 40t, \\ s_1 &= 42 + 30t. \end{aligned}$$

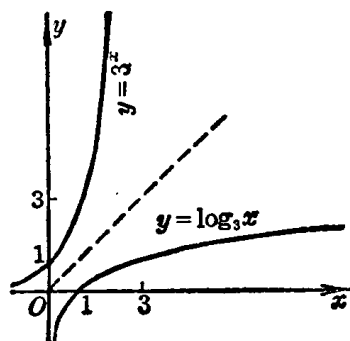
从图上看, 经过4.2小时, 甲车可以赶上乙车.

练习(第22页)

[22] 1. 在同一坐标系中, 作函数 $y=3^x$ 与 $y=\log_3 x$ 的图象,

并比较它们的性质。

解：



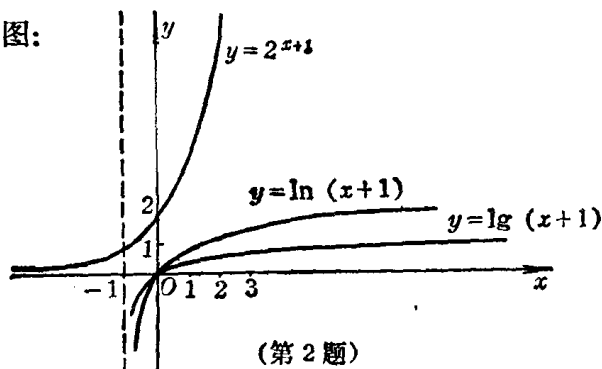
(第1题)

$y=3^x$ 的性质	$y=\log_3 x$ 的性质
① 当 $x_1 < x_2$ 时, $3^{x_1} < 3^{x_2}$, $\therefore y$ 是 x 的增函数.	$\log_3 x_1 < \log_3 x_2$, $\therefore y$ 是 x 的增函数.
② 对任何 x 值, $3^x > 0$.	在 $y = \log_3 x$ 中, 必须 $x > 0$. $x > 1$ 时, $\log_3 x > 0$; $x = 1$ 时, $\log_3 x = 0$, $0 < x < 1$ 时, $\log_3 x < 0$.
定义域: $-\infty < x < +\infty$. 值域: $y > 0$.	定义域: $x > 0$. 值域: $-\infty < y < +\infty$.
③ $y=3^x$ 和 $y=\log_3 x$ 的图象, 关于直线 $y=x$ 对称.	

[22] 2. 在同一坐标系中画出下列各函数的图象:

$$y=2^{x+1}, y=\ln(x+1), y=\lg(x+1).$$

作图:



[22] 3. 求下列函数的反函数, 并分别作出互为反函数的二函数在同一坐标系中的图象.

(1) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$;

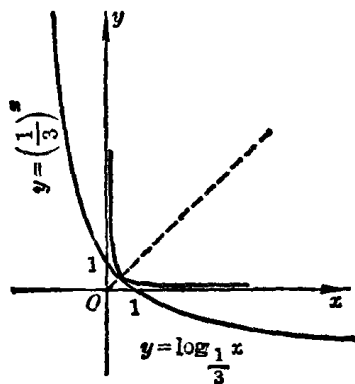
(3) $y = \log_{\frac{1}{10}} x$;

(4) $y = \ln(x-2)$.

解: (1) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$,

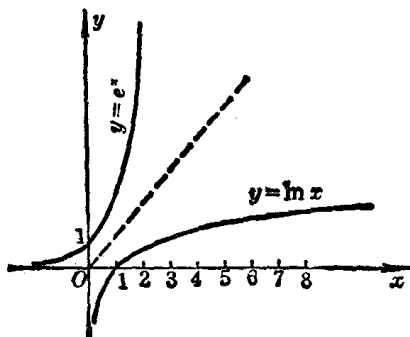
$$y = \log_{\frac{1}{3}} x.$$

(2) $y = \ln x$;



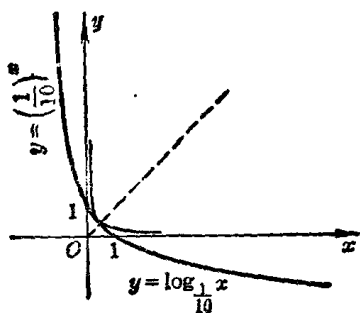
(2) $y = \ln x$,

$$y = e^x.$$



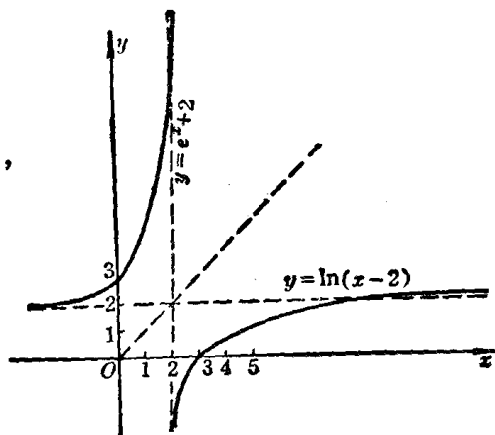
$$(3) y = \log_{\frac{1}{10}} x,$$

$$y = \left(\frac{1}{10}\right)^x.$$



$$(4) y = \ln(x-2),$$

$$y = e^x + 2.$$



[22] 4. 一根直径是 2 毫米的铁丝, 受热后温度是 30°C , 在 0°C 的空气里, 温度降低到 $\theta^{\circ}\text{C}$ 所经过的时间是 t (分). 已知 θ 和 t 的函数关系是

$$\theta = 30e^{-0.5t}.$$

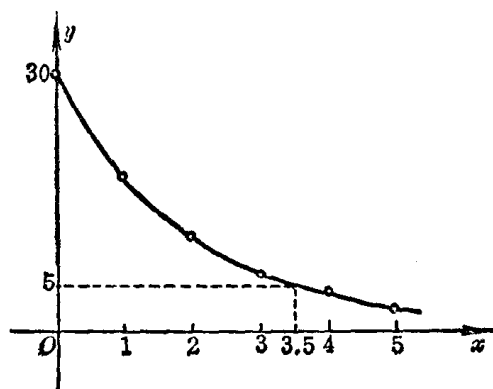
(1) 填写下表并作图：

$t(\text{分})$	0	1	2	3	4	5
$\theta(^{\circ}\text{C})$						

(2) 从图象上观察经过几分钟后铁丝温度降低到 5°C 。

解：(1)

$t(\text{分})$	0	1	2	3	4	5
$\theta(^{\circ}\text{C})$	30	18.2	11.1	6.66	4.1	2.46



(第2题)

(2) 从图象看出，经过大约 3.5 分钟以后铁丝温度降低到 5°C 。

[22] 5. 在不考虑空气阻力的条件下，火箭的最大速度 v (米/秒) 和燃料的质量 m_1 (公斤)、火箭(除燃料外)的质量 m_2 (公斤) 的关系是

$$v = 2000 \ln \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right).$$

求燃料质量是火箭质量的多少倍时，火箭的速度才能达到 8000 米/秒。

$$\text{解：依题意，} 8000 = 2000 \ln \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right),$$

$$4 = \ln \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right),$$

$$e^4 = 1 + \frac{m_1}{m_2},$$

$$\therefore m_1 = (e^4 - 1)m_2.$$

答：燃料质量是火箭质量的 $(e^4 - 1)$ 倍时，火箭的速度才能达到 8000 米/秒。

[22] 6. 某油田一九七四年原油产量和总产值比一九六五年分别增长了十四倍和十一倍。求原油产量和总产值的平均年增长率。

解：设原油产量的平均年增长率为 $x\%$ ，总产值的平均年增长率为 $y\%$ ，依题意有：

$$(1 + x\%)^9 = 15, \quad \text{①}$$

$$(1 + y\%)^9 = 12. \quad \text{②}$$

由①，

$$\left(\frac{100+x}{100} \right)^9 = 15,$$

$$(100+x)^9 = 15 \times 10^{18},$$

$$9 \lg(100+x) = \lg 15 + 18,$$

$$\lg(100+x) = \frac{\lg 15 + 18}{9},$$

$$\lg(100+x)=2.1307,$$

$$100+x=135.1,$$

$$x=35.1.$$

由②,

$$\left(\frac{100+y}{100}\right)^9=12,$$

$$(100+y)^9=12 \times 10^{18},$$

$$9\lg(100+y)=\lg 12+18,$$

$$100+y \approx 131.8,$$

$$y \approx 31.8.$$

答: 原油产量和总产值的平均年增长率分别约为 35.1% 和 31.8%.

[22] 7. 张家庄大队一九六三年储粮 10.4 万斤, 到一九七四年达到 70 万斤. 求大队平均每年储粮增加的百分数.

解: 设平均每年储粮增加的百分数为 $x\%$.

$$10.4(1+x\%)^{11}=70,$$

$$\left(\frac{100+x}{100}\right)^{11} \approx 6.73,$$

$$11\lg(100+x) \approx \lg 6.73 + 22,$$

$$100+x \approx 118.9,$$

$$x \approx 18.9.$$

答: 平均每年储粮增加的百分数约为 18.9%.

[22] 8. 我国某地区曾发生一次强烈地震, 震级是 7.3 级. 由于各级党委认真采取了一系列措施, 地震台(站)在地震前及时作了预报, 大大减少了损失, 保障了人民和国家财产的安全.