

声学译丛

总第12号

超声物理

4

上海市物理学会声学工作委员会主编
上海市科学技术翻译馆出版

声学译丛 总第12号

超 声 物 理

第 4 辑

上海市物理学会声学工作委员会主编

*

上海市科学技术翻译馆出版

(上海南京路四号)

新华书店上海发行所发行 各地新华书店经售

商务印书馆上海厂印刷

*

开本 787×1092 1/16 印张 5 3/4 字数 180,000

1964年4月第1版 1964年4月第1次印刷

印数 1—3,200

编 号: 62 · 181

定 价: 0.85 元

目 录

26608/50

1. 在弛豫介质中有限振幅的声波·····[苏联] С. И. Сохуял 等·····	(1)
2. 第二类相变点附近的声频散值·····[苏联] В. М. Кравцов ·····	(5)
3. 在 NaCl 晶体中观察位错行为的超声方法··[苏联] Л. Г. Меркулов·····	(7)
4. 固体中的有限振幅弹性波及其与胡克定律 的偏移·····[苏联] А. А. Гедройц 等 ·····	(9)
5. 弹性波在圆柱棒中的衰减和频散·····[美国] J. Zemanek ·····	(13)
6. 声波在弹性球壳中的反射和透射·····[美国] R. R. Goodman 等 ·····	(17)
7. 超声波通过多层平面平行薄膜的发射··[苏联] Д. Б. Дланов·····	(23)
8. 关于声波斜入射在抛物镜上的放大系数的 计算·····[苏联] Т. С. Белле 等 ·····	(27)
9. 活塞源的超声场中的衍射效应·····[美国] R. Bass ·····	(31)
10. 活塞源的超声场内衍射损耗的校正·····[美国] E. P. Papadakis ·····	(34)
11. 声速和液体物理参量的关系·····[苏联] Н. Ф. Отпущеников ·····	(36)
12. 确定液体的内压强的声学方法·····[苏联] В. В. Шкловакая-Корди ·····	(40)
13. 论超声波在可压缩液体中的传播·····[苏联] А. А. Глинский ·····	(43)
14. 非理想溶液理论在超声吸收测量结果中的 应用·····[英国] F. O. Goodman·····	(44)
15. 关于乳化液中的声衰减·····[苏联] И. А. Ратинская ·····	(49)
16. 超声波在若干聚合物混溶液中的吸收·····[苏联] И. Г. Михайлов ·····	(53)
17. 在化学活性液体媒质中超声的研究 一、 N_2O_4 水溶液 ·····[印度] M. Krishnamurthi 等·····	(54)
18. 在化学活性液体媒质中超声的研究 二、 SO_2 水溶液 ·····[印度] M. Krishnamurthi 等·····	(58)
19. 在化学活性液体媒质中超声的研究 三、醋酸镁、醋酸钙和醋酸鋇的水溶液··[印度] M. Krishnamurthi 等·····	(61)
20. 声电化学现象的本质·····[苏联] Ф. И. Куков 等 ·····	(65)
21. 电解混合液中络离子形成的超声研究·····[印度] T. Satyavati 等 ·····	(68)
22. 超声场中碘化钾的氧化问题·····[苏联] Ю. Ю. Лурье·····	(71)
23. 关于声风理论·····[苏联] Г. А. Остроумов·····	(74)
24. 理想流体内声场中微小粒子上的作用力··[苏联] Л. П. Горьков ·····	(75)
25. 关于气溶胶声和电声凝聚的理论·····[苏联] Е. П. Медников ·····	(77)
26. 在周期激波作用下气溶胶的凝聚·····[苏联] А. И. Гуляев 等 ·····	(81)
27. 声场中氧化锌气溶胶的沉淀·····[苏联] Д. Б. Дланов 等 ·····	(83)
28. 声对燃烧过程的作用·····[匈牙利] P. Greguss·····	(87)
29. 受到超声辐射的溶液中的弛豫现象·····[法国] M. Degrois 等 ·····	(91)
30. 在受到超声辐射的溶液中所产生的弛豫现 象对化学效应和发光效率的影响·····[法国] M. Degrois 等·····	(93)

≠608/50

1. 在弛豫介质中有限振幅的声波

[苏联] С. И. Солюн, Р. В. Хохлов

Акуст. ж., т. 8, вып. 2, стр. 220~227 (1962) [俄文]

I. 存在一般的耗散过程时,有限振幅声波的传播已经研究得足够完整,而在具有内自由度的介质中(在弛豫介质中),有限振幅声波的传播过程的研究目前仅限制在阻尼数不大的特殊情况下的研究^[1]。此外,有一系列论文研究了弛豫介质中激波的波前,这相应于稳定间断的传播^[2-4]。

这些论文中的最后一篇^[4],在小马赫数和介质中能量耗散弱的条件下适用的近似方法基础上,将弛豫介质气体动力学方程组予以简化,使得在具有内自由度的介质中,有限振幅声波的传播能以下列方程组进行描述:

$$\frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\varepsilon}{c_0^2} \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{Bv}{2\rho_0 c_0^2} \frac{\partial \xi}{\partial y^2} \quad (1)$$

$$v \frac{\partial \xi}{\partial y} + \xi = -\frac{m\rho_0 c_0}{B} v \quad (2)$$

在本文中,得到了方程组(1)和(2)在 $\omega\tau \ll 1$ 和 $\omega\tau \gg 1$ 两极限情况下的解,该解可以探索有限振幅声波在 $s > 0$ 的全部区域中的传播过程(在 $s=0$ 的点,初始扰动速度 v 为已知)。根据这些解,研究了间断的形成和“消散”现象,并确定了这些现象的空间范围。当 $\omega\tau$ 为任何值时(从零到无穷大),在对过程的频谱方法的基础上,当然考虑了过程的非线性,也给出了有限振幅声波传播的定性图象。

II. 在着手建立正弦波通过弛豫介质时的畸变问题的解时,我们提出在坐标系 s, y 中的边界条件:当 $s=0$ 时

$$v = v_0 \sin \omega y \quad (3)$$

首先研究其频率满足条件 $\omega\tau \ll 1$ 的周期性扰动速度。在这种情况下,具有边界条件(3)的方程组(1)和(2)的解能够根据分段简化的方法得到。

类似于有限振幅声波在普通耗散介质中的传播,能把从 $s=0$ 起的距离划分成三个特征区域。在与 $s=0$ 点连接的第一个区域中,非线性畸变表现得还弱,激波仅在形成,而热力学参量的很快变化尚未实现。在这区域中能忽略频散损耗,因此波的传播波一个如下形式的方程来描写:

$$\frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\varepsilon}{c_0^2} v \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

解出具有边界条件(3)的方程组(4)后,不难得到表为 v 和 s 的函数的 ωy ,而有:

$$\omega y = \arcsin(v/v_0) - \frac{\varepsilon v v_0 s}{c_0^2} (v/v_0) \quad (5)$$

因此 ωy 的值是两个函数之和: $\arcsin(v/v_0)$ 和描述斜率为 $(-\varepsilon v v_0 s/c_0^2)$ 的直线的线性函数,这斜率正比于波进行的距离而增大。解(5)直到形成间断为止,描写正弦形波的畸变形成间断相当于直线的斜率值 $|\varepsilon v v_0 s/c_0^2| \gg 1$,亦即间断在由下式确定的距离 s_1 处形成

$$\varepsilon v v_0 s_1/c_0^2 = 1 \text{ 或 } ks_1 = 1/\varepsilon M \quad (6)$$

式中 $k=\omega/c_0$ 是波数,而 $M=v_0/c_0$ 是马赫数。

在点 s_1 附近,继续忽略频散损耗已经不合理了。这里开始了 s 变化的第二个区域,在这里结束了激波的形成过程,此后它开始慢慢地变得模糊。将描述间断结构的耗散项而得到的稳定解和退化方程式(4)的解“缝合”,可以组成这个区域中的解。姑且放过将在后面(第III节)导出的这一原理的论证,可以注意到,由于在非线性系统中的特殊衰减,当波在介质中传播时,跃变的幅度 v_1 在改变。为简单起见,我们限于研究从距离 s_2 开始的激波消散过程, s_2 由下式决定

$$ks_2 = \pi/2\varepsilon M \quad (7)$$

此时锯齿波几乎已经形成,而跃变幅度在零附近以下等于: $v_1 = v_0/(1 + \varepsilon v v_0 s/c_0^2)$ 。

III. 为了建立在第二区域中传播的解,把方程组(1)和(2)写成下列形式:

$$\frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0, \quad G = -\frac{\varepsilon}{2c_0^2} v^2 + \frac{Bv}{2\rho_0 c_0^2} \frac{\partial \xi}{\partial y} \quad (8)$$

$$v \frac{\partial \xi}{\partial y} + \xi = -\frac{m\rho_0 c_0}{B} v \quad (9)$$

在完全忽略频散损耗的情况下,在点 $s=s_2$ 处函数 G 具有图1所示的实线形式。但是,由于耗散过程,当波前在 $s > s_2$ 的区域中传播时,波前具有某个有限的宽度。此时在点 $y=0$ 的某一小的周围中,函数 G

在方程(1)和(2)中所有的符号与文献[4]中采用的符号一致。

07054

被拉平而保持不变(虚线)。因此 y 变化的区域能分成两段。其中第一个是当函数 G 为常数时 v 很快改变的阶段。在这区域中,易于看出,运动可用下述方程描述:

$$\frac{dv}{dy} = \frac{1}{2\tau} \frac{v_0^2 - v^2}{\frac{m c_0}{2\varepsilon} + v} \quad (10)$$

因为条件 $G = \text{常数}$ 恒要求 $\partial v / \partial z = 0$ 。这说明在点 $y=0$ 附近,函数 $v=v(x, y)$ 的形式决定于方程组(8)和(9)的稳定解。

在 v 慢慢地变化的第二段中,可以忽略耗散过程,运动由退化方程式(4)的解来确定。解微分方程式(10),我们得到:

$$\frac{y + y_0}{\tau} = \ln \frac{(v_1 + v)^{\kappa-1} v^2}{(v_1 - v)^{\kappa+1}} \quad (11)$$

式中

$$\kappa = (c_0^2 - c_1^2) / 2\varepsilon c_0 v_0$$

注意到这个解的重要特性是当 $y \rightarrow \pm \infty$ 时,式(11)渐近于不变而不相等的值,使得当 $y \rightarrow \pm \infty$ 时, $dv/dy \rightarrow 0$ 。这个特性允许把(11)式与退化方程的缓慢变化的解“缝合”起来。

在式(11)中设 $\kappa \gg 1$,考虑衰减后不难得到下列形式的稳定解的跃变幅度。

$$v = v_0 \text{th} (y / 2\varepsilon \kappa \tau) \quad (12)$$

因此解(12)和锯齿形的“缝合”给出下列结果:

$$v = \frac{v_0}{\left(1 + \frac{\varepsilon \omega v_0^2}{c_0^2}\right)} \left(-\omega y + \pi \text{th} \frac{\omega y}{d}\right) \quad (13)$$

式中,无量纲的波前宽度 d 等于

$$d = \frac{1 + \varepsilon \omega v_0^2 / c_0^2}{\pi} \frac{1}{\varepsilon \text{Re}} \quad (14)$$

这里 Re 是对于弛豫介质的雷諾数的类似:

$$\text{Re} = M / \omega \tau m$$

将解(13)与关于有限振幅声波在通常耗散介质(在这介质中,应设热传导系数和体积粘性等于零,而对切变粘性则采用著名的公式 $\zeta = \tau \rho_0 m c_0^2$) 传播问题的精确解^[1]相比较,很易确信它们的一致性。

由式(13)和(14)中得到,在 z 值足够大时

$$\varepsilon \omega v_0^2 / c_0^2 \approx 4 \varepsilon \text{Re} \quad \text{或} \quad k z_1 \approx 4 \text{Re} / M \quad (15)$$

此时波前消散到这样程度,以致占有约等于 π 的相位间隔。这说明在一般近似中,波重新具有正弦形式。在这里,它的振幅等于 $v = v_0 / \varepsilon \text{Re}$,而在大雷諾数的情况中,不依赖于初始振幅。幅值已经变成这

样地小,以致为了描述波的传播过程利用线性方程就足够了。这就开始了 z 的第三个区域,其中非线性效应不再起任何重要作用。

IV. 假如增大初始振幅 v_0 ,即使参量 $\kappa(v_0)$ 始终大于1,则上面定性描述的激波消散的图象仍是正确的。区别仅在于第二个区域的起点处,在关系式(13)中,双曲线正切应该用式(11)所确定的不对称函数来代替。波具有图(2a)所示的形式。但是这个不对称性随着波的传播而减小($\kappa \sim 1/v_1$),而在由(15)式确定的距离 z_1 处,激波转变为正弦形的。

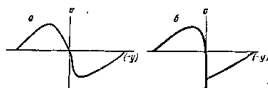


图 2

对于这样大的初始振幅,以致在距离 z_1 处参量 κ 的值小于1,则在第二个区域的起点处,波前结构不仅具有显明的不对称性,而且具有间断区域(由锯齿形和解(11)的“缝合”可以得到如图2b所示的波形)。跃变的幅度随着波的通过而减小,因此参量 κ 的值增大。在比较不大的距离 z_1 处

$$\kappa z_1 \approx 2c_0^2 / (c_0^2 - c_1^2) - 1 / \varepsilon M \quad (16)$$

相应于参量 κ 经过1的过渡,波前结构中的间断消失了,此后,其不对称性愈来愈甚地被拉平。在距离 z_1 处,波转变为正弦的。

应该注意,在大雷諾数时,间隔 $z_1 - z_0$ 的值如同间隔 $z_1 - z_0 \approx z_1$ 一样,不依赖于初始振幅 v_0 。这些间隔的比值等于 $(z_1 - z_0) / (z_1 - z_0) \approx 2 / \omega \tau$ 。

值得研究在不同初始振幅 v_0 情况下,关于波前最小许可宽度的问题。它们在离入口的距离为 z_1 处被实现(关系式(7))。在小的输入振幅时,此时 $2\varepsilon M \ll m$,按照式(14),波前的相位间隔等于 $d_{\min} \approx 1 / \varepsilon \text{Re}$,因而随 v_0 的增大而减小。但是这个减小不是无限制的。在大的初始振幅时,此时不等式 $2\varepsilon M \ll m$ 不再成立,值 $d_{\min}$ 趋近于 $\omega \tau$ 。这是很自然的,因为波前的宽度不能再认为在数量级上比弛豫时间 τ 还小。

V. 现在我们在研究正弦波经过弛豫介质的另一极限情况,此时 $\omega \tau \gg 1$ 。在这情况下,方程(2)的解可适当地表示为积分形式

$$\xi = - \frac{m \rho_0 c_0}{B \tau} \int_{y-2\pi/\omega}^y \frac{v(y_1) \exp\{(y_1 - y) / \tau\} dy_1}{1 - \exp\{-2\pi / \omega \tau\}} \quad (17)$$

这里考虑了在已规定的范围中, $v(y)$ 是周期为 $2\pi/\omega$ 的周期函数。因为在 (17) 式中, 积分是在一个周期的范围内进行的, 在积分区域中指数变化很小。因此可方便地将其展成级数且局限于首几项。于是我们得到

$$\begin{aligned} & \int_{y-2\pi/\omega}^y v(y_1) \exp\{(y_1-y)/\tau\} dy_1 \\ &= \int_{y-2\pi/\omega}^y v(y_1) dy_1 \\ &+ \frac{1}{\tau} \int_{y-2\pi/\omega}^y v(y_1) (y_1-y) dy_1 \\ &+ \frac{1}{2\tau^2} \int_{y-2\pi/\omega}^y v(y_1) (y_1-y)^2 dy_1 + \dots \quad (18) \end{aligned}$$

将这些积分对 y 微分两次, 在 (17) 式中将分母按 $\frac{2\pi}{\omega\tau}$ 的方次展开, 并保留相对于这值的一阶和二阶项, 可以得到下面的表达式:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = -\frac{m\rho_0 c_0}{B\tau} \left[\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{\tau} (v - v_{cp}) \right] \quad (19)$$

式中, v_{cp} 是速度的不变部分

$$v_{cp} = \frac{\omega}{2\pi} \int_{y-2\pi/\omega}^y v(y_1) dy_1$$

在边界条件 (3) 的情况下等于 0

将式 (19) 代入方程 (1) 得到

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c_0^2} \left(v + \frac{mc_0}{2\varepsilon} \right) \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{m}{2c_0\tau} v = 0 \quad (20)$$

在边界条件 (3) 的情况下这方程的解具有形式:

$$\begin{aligned} \omega y &= \arcsin \frac{v \exp\{\delta z\}}{v_0} \\ &- \frac{\varepsilon \omega v_0}{c_0^2} (1 - e^{-\delta z}) \frac{v \exp\{\delta z\}}{v_0} - \omega \delta \tau z \quad (21) \end{aligned}$$

式中 $\delta = m/2c_0\tau$

在解 (21) 中, 后面一项描述波速的变化, 不难证明这波速甚至等于 c_0 。

关系式 (21) 已写成有利于图解分析的形式。实际上, 把 $v \exp\{\delta z\}/v_0$ 放在横轴, 把 ωy 的值放在纵轴, 就能看到波的截面的畸变取决于波通过的距离, 因为 ωy 是两个函数的迭加 ($\arcsin$ 和描述斜率为 $|s| = \frac{\varepsilon \omega v_0}{c_0^2} (1 - e^{-\delta z})$ 的直线的线性函数)。

斜率 s 具有折合距离的意义。在相当于 $|s| \approx 1$ 的距离处, 开始了间断的形成过程, 当折合距离等于 $\pi/2$ 时这过程就结束。折合距离非线性地依赖于 z , 具有特征性的饱和区域, 此处 $|s_m| = 2\varepsilon M \omega \tau / m$ 。

如果初始振幅 v_0 足够小, 以致在任何距离上 $|s| < 1$, 则间断并不总形成。假如初始振幅这样地大, 以致 $|s_m| \gg 1$, 非线性效应开始比能量耗散效

应占优势, 而在由关系式 (6) 所确定的距离 z_1 上, 具有间断波前的激波就形成了。形成的激波具有锯齿波的形状, 并且它的振幅随距离而减小。

应该着重指出, 虽然在大的 z 值时, 波可具有间断, 在满足关系式 $e^{\delta z} \gg |s_m|$ 或 $k\delta z \gg \frac{2\pi\tau}{m} \ln |s_m|$ 的距离上, 传播的过程还可利用线性化方程描述。与 $\omega\tau \ll 1$ 的情况不同, 在这区域中, 在近似的研究中没有任何使形成的间断导致消散的力, 而间断直至很大的 z 值时还保留。

最后, 根据间断解的存在条件 ($|s_m| \gg 1$), 可以确定输入振幅的临界值 v_{sp} 。当初始扰动 $v_0 < v_{sp}$ 时, 间断甚至在忽略能量耗散下在任何距离上也不可能形成:

$$|s_m| = 1 \text{ 或 } v_{sp} = 2\varepsilon m c_0 / \varepsilon \tau$$

VI. 根据波在弛豫介质中传播过程的极限情况的研究 ($\omega\tau \ll 1$ 和 $\omega\tau \gg 1$), 对 $\omega\tau \sim 1$ 的情况也能作出某些定性的结论。为此, 应适当地对过程应用频谱方法, 当然, 要考虑到所研究效应的非线性。

波动过程可以表示成频谱分量的频谱形式, 这些频谱分量以自己的相速 c_0 传播, 并以自己的衰减系数衰减。这些系数对频率的依赖关系可由线性理论的规律来确定^[4]。非线性的表现是使所有的频谱的分量是相互联系着并相互供馈。

在弛豫效应比非线性效应小的条件成立的情况下

$$2\varepsilon M \gg m / (\omega\tau + 1/\omega\tau) \quad (22)$$

在由关系式 (6) 所决定的距离 z_1 上, 在任何的 $\omega\tau$ 值时, 开始激波形成。其形成过程在距离 z_2 处结束 (关系式 (7))。

形成的激波的波前结构及其进一步的行为由马赫数 M 的值与 $\omega\tau$ 的值决定。可适当地将马赫数 M 的许可值分成三个区域 A、B 和 B, 而对其中每一个分析当 $\omega\tau$ 的值从 0 变到无穷大时波前结构的变化。

A. 当马赫数很小时, 此时

$$2\varepsilon M / m \ll 1 \quad (23)$$

而 $\omega\tau$ 的值小使得 $\omega\tau \ll \varepsilon M / 2m$ 时, 在距离 z_2 处形成的频谱的高阶频谱分量的数目局限于并等于

$$m \approx 1/4 = 2\varepsilon M / m \omega \tau$$

高于 n 的分量的振幅, 随序数的增加而按照指数规律急剧地下降。频谱的限制与锯齿波的衰减有关; 衰减系数近似地按平方规律而随序数迅速增大^[6]。

形成的波前结构显得是对称的。这与甚至对最大序数的谐波也未发现频散有关 ($c_n \approx c_0$)。当 z 增大时,由于衰减系数 β 的不同,简谱分量的振幅衰减不一样。在这种情况下,最高的分量减弱得比基波大很多,导致波前的逐渐扩大。

当 $\omega\tau$ 增大时,在距离 z_2 处形成的高阶简谱分量的数目减少了,而此时 $\omega\tau$ 变得等于 $2\pi M/m$ 的数量级, n 值变得和 1 同数量级。在这种情况下,条件 (22) 的成立被破坏,衰减的相对作用增长了,而所有的非线性效应大大地减弱。随着振幅的逐渐减小,正弦波通过介质时没有形状的显著畸变。当 $\omega\tau \approx 1$ 时,在非线性现象出现前,波动早就衰减了。

当 $\omega\tau$ 进一步增大时,在波长距离上的衰减变小了^[10]。它在与波长 $\lambda = c_0/\omega$ 成正比的距离 z_3 上减小。因此,当 $\omega\tau$ 足够大时,非线性效应比衰减效应又开始占优势。起初,在所有波形有很大畸变时出现非线性效应,但是不导致明显的间断的形成,然后在很大距离上 ($z \gg z_3$) 在波中形成了间断。当 $\omega\tau$ 进一步增大时,间断形成的地方接近于点 z_2 ,而当 $2\pi M/m \gg 1/\omega\tau$ 时,条件 (22) 又成立了,而间断开始在点 $z = z_2$ 处形成。

B. 在初始幅值很大的情况下,此时马赫数的值可以以下列关系式替代关系式 (23)

$$2\pi M/m \leq 1 \quad (24)$$

在小的 $\omega\tau$ 时,在间隔 $0 < z < z_2$ 中形成的谐波已经进入频散区域。由于简谱分量的相速不同,波前结构变成不对称。如果这相速的不同一直到最大序数的谐波还存在,它就不使间断形成。

当 $\omega\tau$ 一直增大到 $\omega\tau \approx 1$ 时,总的吸收增加,导致非线性效应的相对减小。它表现为谐波最大序数 n 的减小和它的实现点从 z_2 向大的值方面远离。当波动从具有最大序数的谐波的实现点向大的 z 方面进一步传播时,由于不均匀的衰减,级谱的高阶分量很快地减弱,波形拉平而逐渐地变为正弦形。

当 $\omega\tau \approx 1$ 时条件 (22) 不成立。波畸变最大的点从 z_2 点移动到大的距离上,但是它的相应的 n 值开始增大。其造成是因为各个简谱分量衰减的不均匀性减弱了,而高阶谐波衰减得比 $\omega\tau < 1$ 时相对地小些。的确,这个不均匀性始终存在,它导致激波波前在最大畸变点以后的逐渐的“填平”。

当 $\omega\tau \gg 1$ 时,频谱分量衰减的不均匀性急剧地减弱,在波长上总的衰减变小了,而激波与间断的波前在稍超过 z_2 的距离上形成。使激波变为正弦形的点却远离至极大的距离。

B. 现在我們轉到研究下述情况

$$2\pi M/m \gg 1 \quad (25)$$

在距离 $z > z_2$ 处,对于不同的 $\omega\tau$ 的波形如图 3 所示。用数字 1、2、3 分别表示相应于 $\omega\tau \ll 1$, $\omega\tau \approx 1$ 和 $\omega\tau \gg 1$ 情况的波的断面。如图 3 横轴下面的虚线所指出的,当 $\omega\tau$ 的值由 $\omega\tau \ll 1$ 过渡到 $\omega\tau \gg 1$ 时,波谱中恒定分量的形成,相当于波的传播速度的改变。

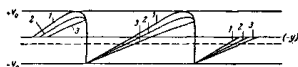


图 3

利用确定间断点速度值的式子 (见 [4], 公式 (26)), 不难证明,在 $\omega\tau \gg 1$ 的极限情况下,在导出方程 (1) 和 (2) 时所采用的讯号的传播速度 c_0 上,所附加的恒定分量速度等于 $(mc_0/2)$, 而与 c_0 的和给出了波的传播速度 c_w 。

当 $\omega\tau \ll 1$ 时,在间隔 $0 < z < z_2$ 中形成的最高谐波已经离开频散区域,因此 $c_n \approx c_w$ 。这将导致在激波结构中间断的产生,的确,由于在衰减方面的巨大差别,激波随 z 的变化很快地消散。

当 $\omega\tau$ 增大时,由于总衰减的增大,激波形成点远离于 z_2 。由于衰减不均匀性的减小,激波的消散点更快地远离。当 $\omega\tau$ 增大到远大于 1 的数值时,衰减的相对作用重新减小,而形成的激波具有锯齿形状。由于所有简谱分量的衰减几乎一致,在这种情况下,发生波的消散的距离非常大。

这样一来,当条件 (25) 成立时,在 $\omega\tau$ 为任何值的情况下,在激波的波前结构中具有间断。满足不等式 (25) 的超过额愈大,这些间断就愈是强烈。

参考文献

- [1] A. Л. Полякова. Акуст. ж. 1960, 6, 3, 356~359.
- [2] Я. Е. Зельдонич. Ж. эксперим. п. теор. физ. 1946, 16, 4, 365~368.
- [3] С. П. Дьяков. Ж. эксперим. п. теор. физ. 1954, 27, 6, 728~734.
- [4] A. Л. Полякова, С. И. Согулин, Р. В. Хохлов. Акуст. ж. 1962, 8, 1, 107~112.
- [5] С. И. Согулин, Р. В. Хохлов. Вестн. МГУ, 1961, 3, 3, 51~61.
- [6] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М. ГИИД, 1954.
- [7] Р. В. Хохлов. Радиотехн. и электрон. 1961, 6, 6, 917~925.

(成立昌译 魏墨校校)

2. 第二类相变点附近的声频散值

[苏联] В. М. Кравцов

Акуст. ж., т. 4, вып. 2, стр. 239~241 (1963) [俄文]

在文献 [1] 里研究了第二类相变点附近的反常声吸收问题。利用 Ландау (朗道) 的相变理论^[1], 对于有序相中建立平衡的时间 τ , 作者求得其值为

$$\tau = 1/a(T_1 - T) \quad (1)$$

式中 T_1 是转变温度, a 是某一常数, 假设它在 T_1 附近并无奇点。得到的弛豫时间被利用在 Мандельштам (曼捷列斯塔姆) 和 Леонтович (里昂托维奇) 理论^[2] 所得的声吸收系数 α 的公式中:

$$\alpha = \frac{\omega^2 \tau' (v_0^2 - v_0^2)}{2v_0^3 (1 + \omega^2 \tau'^2)} \quad (2)^*$$

如果认为转变仅限于有序程度的改变, 则 v_∞ 是属于如此快的过程的声速, 在这过程进行时, 有序性参量还来不及发生变化。因此, 速度 v_∞ 等于高温相时的平衡声速 v_{01} , 对于这平衡速度 $\xi = \text{恒量} = 0$ 。在文献 [1] 中, 差值 $v_0^2 - v_0^2 = v_{01}^2 - v_{00}^2$ ($v_{00} = v_0$ 是在低温相时的平衡声速) 是由第二类相变的一般条件来决定的。

就从 Ландау 的第二类相变理论^[1] 出发, 根据 Мандельштам 和 Леонтович 的方法来估计频散值 $v_0^2 - v_0^2$ 是很有意义的。

对于系统的特征, 我们采用密度 ρ 和温度 T 作为独立变量。遵照 Ландау 的第二类转变的唯象理论, 我们将自由能 $F(\rho, T, \xi)$ 在居里点附近按有序性参量 ξ 的幂次展开:

$$F(\rho, T, \xi) = F_0(\rho, T) + B(\rho, T)\xi^2 + \frac{1}{2}C(\rho, T)\xi^4 + \frac{1}{3}D(\rho, T)\xi^6 + \dots$$

在通常居里点的情况下, 就在居里点处 $B(\rho, T) = 0$ 而 $C(\rho, T) > 0$ 。在有序相中转变点的附近

$$B(\rho, T) = B_1(\rho)(T - T_1)$$

而平衡值 ξ_0 等于

$$\xi_0^2 = B_1(\rho)(T_1 - T)/C(\rho, T)$$

在特殊居里点的情况下, 转变点上

$$B(\rho, T) = 0, C(\rho, T) = 0, D(\rho, T) \neq 0$$

在这情况下, 在转变点附近

$$B(\rho, T) = B_1(\rho)(T - T_1)$$

$$C(\rho T) = C_1(\rho)(T - T_1)$$

$$D(\rho, T) = D_0(\rho) + D_1(\rho)(T - T_1)$$

平衡值 ξ_0 现在等于

$$\xi_0^2 = \sqrt{\frac{B_1(\rho)(T_1 - T)}{D_0(\rho)}}$$

与参量 ξ 并列, 还引入它的共轭参量 u , 它由等式

$$u = \frac{\partial F}{\partial \xi} \quad \text{决定。在低温相中, 在热力学平衡时}$$

$$u = \frac{\partial F}{\partial \xi} = \text{恒量} = 0$$

对于频散值 $v_0^2 - v_0^2$, 可以写成公式^[3]:

$$v_0^2 - v_0^2 = \frac{1}{\rho^3} \left\{ \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho, \xi}^2 T \left(\frac{1}{C_{\rho\xi}} - \frac{1}{C_{\rho\alpha}} \right) + \frac{C_{\rho\xi}}{C_{\rho\alpha}} \left(\frac{\partial P}{\partial \xi} \right)_{\rho, T}^2 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \right\}$$

这里引入了密度不变时的热容量

$$C_{\rho\xi} = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_{\rho, \xi} \quad \text{和} \quad C_{\rho\alpha} = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_{\rho, \alpha}$$

两者的联系式如下:

$$C_{\rho\alpha} = C_{\rho\xi} + \left(\frac{\partial E}{\partial \xi} \right)_{\rho, T} / T \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2}$$

我们认为: 热容量 $C_{\rho\xi}$ 属于高温相的平衡热容量 $C_{\rho 1}$, 因为对于这一相来说 $\xi = \text{恒量} = 0$; 热容量 $C_{\rho\alpha} = C_{\rho 0}$ 是有序相的平衡热容量。正因为这样, 我们假设

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho, \xi} = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho, 1}$$

计算

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \xi} \right)_{\rho, T}^2 / \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \quad **$$

在通常居里点的情况下得到

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \xi} \right)_{\rho, T}^2 / \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} = \frac{\rho^4 B_1^2}{C} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} \ln \left(\frac{B_1}{C} \right) \right]^2 (T_1 - T)^2$$

* 该式在原文中为 $\alpha = \frac{\omega^2 \tau' (v_0^2 - v_0^2)}{2v_0^3 (1 + \omega^2 \tau'^2)}$ 是错误的——

译者注。

** 此式原文中为 $\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho, T}^2 / \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2}$ 是错误的——译者注。

在特殊居里点时有

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \xi}\right)_{\rho T}^2 / \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} = \frac{\rho^4 B_0^3}{2\sqrt{D_0}} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} \ln \left(\frac{D_1}{B_1} \right) \right]^2 (T_1 - T)^{1/2}$$

在居里点附近可以忽略这些项，而对于这二种情况都得到

$$v_2^2 - v_3^2 = \frac{T_1}{\rho^3} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho 1}^2 \left(\frac{1}{C_{\rho 1}} - \frac{1}{C_{\rho 2}} \right) \quad (3)^*$$

式中 $\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho 1}$ 和 $C_{\rho 1}$ 是在转变点的紧邻略高处测得的值。利用热力学恒等式

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -1$$

公式(3)可改写成下式：

$$v_2^2 - v_3^2 = \frac{T_1}{\rho^2} \frac{\alpha^2}{K_T} \left(\frac{1}{C_{v_1}} - \frac{1}{C_{v_2}} \right) \quad (4)$$

式中 $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$, $K_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$, 对于 α 和 K_T 来说，应选取相应于无序相的值。

公式(3)和(4)表明频散与温度的关系，在根据转变点附近声吸收和声速的测量来分析实验数据时，这些关系很重要。由公式(4)可以看出，频散应该在和转变点紧接的温度范围中观察到，在那里

$$C_{v_2} > C_{v_1}.$$

最后要指出，在文献[1]中没有注意到弛豫时间 τ 和 τ' 的区别 ($\tau' = \frac{C}{C_{\rho}} \tau^{(1)}$)。同时，在特殊居里点的第二类转变点附近 $C_v/C_{\rho} \sim \sqrt{T_1 - T}$ ，而弛豫时间 $\tau \sim 1/\sqrt{T_1 - T}$ 。吸收系数的温度关系在本质上仍如前述。在转变点的紧邻处， α/ω 的数值达到极大（当 $\omega\tau' \sim 1$ 时），且这极大值的大小与频率无关。

参考文献

- [1] Л. Д. Ландау, И. М. Хахалингов. Докл. АН СССР 1954, 56, 469~472.
- [2] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика, м., 1940.
- [3] Л. И. Манзельштам, М. А. Леонтович. Ж. экп. и теор. физ., 1937, 7, 438~443.

(同济大学物理 63 级俄语小组译)

魏墨盒校)

* 此式原文中为 $v_2^2 - v_3^2 = \frac{T_1}{\rho^2} \left(\frac{\partial T}{\partial T} \right)_{\rho 1}^2 \left(\frac{1}{C_{v_1}} - \frac{1}{C_{v_2}} \right)$ 是錯誤的——譯者注。

3. 在 NaCl 晶体中观察位错行为的超声方法

[苏联] Л. Г. Меркулов

Акуст. ж., т. 8, вып. 3, стр. 340~343 (1962) [俄文]

大家知道, 晶体中的位错被一些点缺陷和分布于不同滑移面内的位错线所交叉成的一些“小齿”所固定^[1]。当加有外载荷时, 必然发生位错环的连续扩张和这些位错环在大气处断裂。过大地增加载荷, 可以导致新位错的产生。用光学方法(选择浸蚀法、微蚀法)探索这些过程的连续性常常很困难。在以前所介绍的工作^[2]的基础上, 我们企图用超声方法来解决这些问题。

实验是当温度为 20° 及超声频率为 16 兆赫时在 NaCl 晶体上进行的。测定纵波吸收系数的变化与所加载荷应力的关系 $\Delta\alpha = F(\sigma)$ 。测量的步骤如下: 试样在 Δt 时间内沿 [100] 轴经受常应力 σ 的短时压缩, 同时记下沿 [010] 和 [001] 轴向的吸收变化。然后取去载荷而进行吸收的回复(减小), 而后再对更大载荷进行重复实验。当 $\sigma < \sigma_n$ (σ_n 为位错源开始作用时的阈限应力)时, 回复是完全的, 亦即试样在载荷移去以后实际上恢复到起始状态。用示波器观察时间的连续性如图 1 所示: a 为加载荷之前, b 为加载荷时, c 为部分回复, d 为完全回复之后。数值 Δt 由载荷的速度和消除应力 $\Delta\alpha$ 所必需的时间来确定(位错本身的移动应当以声速落后于载荷的变化)。在我们实验中 $\Delta t \approx 3$ 秒, 这和点缺陷到位错上的扩散时间 $t_g \approx a^2/D$ 相比已是足够小。取扩散系数 $D = D_0 e^{-u/RT} \approx 0.1 e^{-15000/2 \times 300} \approx 0.3 \times 10^{-12}$ 厘米²·秒⁻¹^[3] 及扩散路程为 $a \approx 0.1 L \approx 10^{-5}$ 厘米 (L 为位错环长度), 我们求得 $t_g \approx 3 \times 10^2$ 秒。因此当用所选择的 Δt 时, 在单独一次测量的时间里, 固定位错的点于实际上可以认为是不动的。



图 1

由于采用这一方法, 整个 $\Delta\alpha = F(\sigma)$ 曲线可以取自同一试样, 同时, 晶体的位错结构在每次连续载荷之前在很大程度上保持不变(当然, $\sigma > \sigma_n$ 的区域

除外)^①。

实验结果可以归纳如下: 在未受过预变形的已退火的晶体中, 在第一次滑移痕迹出现前的区域内, 吸收系数的相对变化是非常小的。 $\Delta\alpha/\alpha_0$ (α_0 为起始吸收) 的最大值不超过 3~5%, 这接近于测量本身的准确度。吸收剧烈增加的开端相应于弹性极限, 这弹性极限也由首批双折射条纹的出现来发现, 在显微镜下观察到更多的新位错和剩余形变(后者用于干涉仪记录)。如果 [101], [101]; (101), [101] 是起作用的滑移系, 那么吸收变化发生于和 [001] 轴相合的传播方向上, 而对于 [010] 的方向实际上不存在吸收变化。后一情况中, 声波平行于滑移面传播, 从而不能引起在这些面内的位错运动^[4]。图 2 的曲线表明两种晶体的 $\Delta\alpha = F(\sigma)$ 的关系[当 $f = 16$ 兆赫时

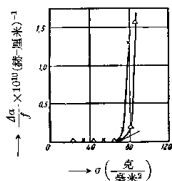


图 2

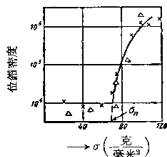


图 3

① 要获得初始位错结构完全相同的一群试样非常困难。当这一条件不适合时, $\Delta\alpha = F(\sigma)$ 就没有意义, 因为同样载荷可以对应于完全不同的形变。

起始吸收为 $\alpha_0/f = 2 \times 10^{-10}$ (厘米-赫) $^{-1}$ 。图 3 为这两种试样用光学方法测定的刃形位错密度的结果。位错密度是当选择浸蚀时用电配置蚀表面小坑数目的方法来进行估计的。比较图 2 和图 3, 表明用超声和光学方法所求得的屈服应力 σ_s 能很好地符合。

对于经过过范性变形的晶体, 得到了本质上不同的结果。这里的吸收表现得对弹性载荷非常灵敏, 并且相对变化 $\Delta\alpha/\alpha$ 可以达到百分之百。

在 $\Delta\alpha = F(\sigma)$ 曲线上可以看到几个区域。当弱载荷时, 通常不超过 30~70 克/毫米² (对于不同的晶体试样), 很好地适合平方定律 $\Delta\alpha \propto \sigma^2$, 回复进行得特别快, 在数量级为 10 秒的时间内吸收即回复到起先的数值。随着 σ 的增大, 平方关系被破坏 (在个别情况下这关系近似于直线), 而回复的速度剧烈地减小。继续增加载荷, 引起声吸收的新的剧烈增大, 并且同时伴随有附加的剩余变形现象。在这个区域内, 不能再观察到吸收的完全回复。超声测量结果被绘在图 4 上。对于同一晶体, 曲线 $\Delta\alpha = F(\sigma)$ 的开始一段以放大的比例表明在图 5 上。晶体预先沿 [100] 轴被压缩形变至形变量 $\epsilon \approx 0.5\%$ 。图 4 中的曲线和图 5 中的曲线 σ 是经过 18 小时陈化之后获得的 $[\alpha/f \approx 8 \times 10^{-10}$ (厘米-赫) $^{-1}$], 而曲线 α (图 5)

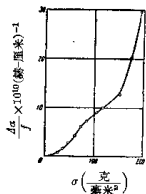


图 4

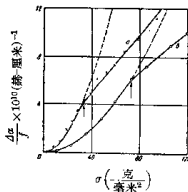


图 5

是经过 1 小时陈化之后的 $[\alpha/f \approx 12 \times 10^{-10}$ (厘米-赫) $^{-1}$ 。箭头指明观察到回复速度剧烈降低时的应力, 虚线对应于 $\Delta\alpha = F(\sigma)$ 的平方关系。

由图 4 及图 5 足以很清楚地看到上面所提到的区域的存在。对于一系列 NaCl 试样的研究所得的结果, 本身之间在实质上是是一致的。

我们简短地讨论一下实验数据。对于退火晶体位错密度不大, 而它们的迁移受到点缺陷上强烈的固定所限制。这些位错在声波所产生的应力作用下, 实际上是不能运动的, 因此这些位错在声吸收方面的贡献很小^[1]。弹性载荷在这里不引起显著的效应。

在范性变形时所出现的易动的 (“新鲜的”) 位错, 具有相当大的环长。位错吸收由 $\Delta L/L$ (L 为位错密度) 确定。在相应于 σ_s 的载荷时, 位错密度迅速地增大, 因而必然要产生声吸收的剧烈增长。图 2 和图 3 所列举的结果足以很好地证明这一结论。这里应能看出: 超声方法可以用来测定位错的增殖。和其他方法不同, 它可以被用于光学上不透明的晶体, 可以发现体积内部新位错的发生。

根据位错的概念, 也可以解释形变晶体在弹性载荷区域内所观察到的声吸收变化。因为此时没有新位错形成, 则声吸收的增加仅能用起作用位错的环长度的变化来解释。在频率 $f < f_m$ (频率 f_m 对应于吸收极大), 忽略非位错的 α 部分, 可以写为

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{\alpha_1 - \alpha}{\alpha} = \frac{L_1^2 - L^2}{L^2} \quad (1)$$

式中 α_1 和 L_1 为载荷作用时的吸收系数和位错环长度, 而 α 和 L 是这些量的起始值。公式 (1) 仅用于确定载荷作用之后最初瞬间的吸收变化, 此时点缺陷还未发生显著的位移, 这相当于本研究工作中的实验条件。对于增长很小时有

$$\frac{L_1 - L}{L} = \frac{\Delta L}{L} \ll 1 \quad \text{和} \quad \frac{\Delta\alpha}{\alpha} = 4 \frac{\Delta L}{L} \quad (2)$$

用 τ 表示滑移面内的应力 (对于 NaCl 型晶体 $\tau = \frac{\sigma}{2}$), 对于位错曲率半径^[1], 我们得到表达式 $R = T/a_1\tau$, 此处 a 为柏格斯 (Burgers) 矢量, T 是在位错中的长度应力。弯曲位错长度

$$L_1 = 2R \sin \frac{L}{2R} \approx L + \frac{L^3}{24R^2}$$

由此得到长度变化

$$\Delta L = \frac{L^3 a_1^2 \tau^2}{24 T^2} \quad (3)$$

(下接第 12 页)

4. 固体中的有限振幅弹性波及其与胡克定律的偏移

[苏联] A. A. Гедройц, В. А. Красильников

ДВ. Э. Т. Ф., т. 43, вып. 5(11), стр. 1592~1599 (1962) [俄文]

I. 引言

对强超声波在气体与液体中传播时所产生的非线性现象,目前在一定程度上已经有所研究。由于气体与液体状态方程和运动方程的非线性,在某些条件下,会形成周期性的弱激波,并形成有限振幅波的相互作用与组合频率以及一系列其他非线性现象(参看[1])。

至于谈到固体,到目前为止,还没有进行过企图在其中找出这类非线性效应的一个真正的重要试验,我们也未了解到任一已经发现这类非线性效应的工作。

我们已简要地报道过^[2],超声波在其中有很小衰减的固体中的非线性效应,由于特殊的透射效应——其机理与气体和液体的情况相同——甚至当低强度的超声纵波在其中传播时,也表现得很强。随后又进一步指出^[3],这些效应的产生主要是由于势阶的不对称性,亦即由于能引起晶格非谐性的分子间相互作用的非线性。本文将详细地描述一下有限振幅超声波在固体中传播时的实验结果,并且指出,测量二次谐波声压振幅与基频声压振幅之比,可以确定固体状态方程中二次项的系数与线性项系数之比;这个比值与在勃列格曼(Bridgman)及共同事者的很多工作中用静力法测量全压缩性所得到的结果极其吻合。

II. 二次谐波的测量方法与实验装置

为了确定有限振幅弹性波的谐波,利用了一种光谱方法:应用共振压电换能器和调谐放大器来选出谐波。这个方法在波形畸变不大时特别灵敏;它可以测量出二次谐波声压振幅与基频振幅百分之几的数值。

实验装置原理很简单。矩形脉冲发生器调制着射频振荡器并同时触发示波器扫描。载频为5兆赫的射频脉冲加在同一固有频率的X切割石英片上。其镀银面积的直径是16毫米。通过变压器油薄层来实现与直径16毫米的被测杆件磨光端的声学耦

合。在杆件另一端装一固有频率为10兆赫的石英片接收器。从这石英片上输出的电压加到调准在基频5兆赫的带阻滤波器上。此滤波器将5兆赫基频抑制了大约150~200倍,这时10兆赫的讯号却无显著减弱。经带阻滤波器以后,电压加到放大系数约为 10^3 (频率10兆赫)的调谐放大器的输入端上,然后讯号从其输出端加到阴极射线示波器上。为了消除驻波影响应用了脉冲方法,脉冲的持续时间约为10~50微秒,重复频率是0.2~1千赫。

实验表明,除了5兆赫的基频外,还产生了10兆赫(二次谐波)的讯号。一系列的对照实验使我们确信:二次谐波不是一些副效应的结果(基频讯号使放大器过载、振荡器失真等等),而是由于在固体中传播时波形产生的畸变所致。二次谐波振幅随着距辐射器距离的增加而加大,还可作为固体中存在着非线性效应的确凿证据。

图1列出了在MA-8型 α 铝镁合金中二次谐波电压振幅(正比于造成该谐波的声压)与离辐射器距离的关系曲线;辐射器上电压是1000V(幅值);此时,二次谐波振幅的读数是根据不同长度杆件上(不改变仪器工作条件)的第一个脉冲(在一系列反射脉冲中)来确定的,而在长度为30和45厘米的杆上

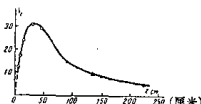


图1 在MA-8型合金中,二次谐波(10兆赫)振幅(接收晶片上电压以毫伏计)与到辐射器距离的相互关系;辐射器上电压是1000伏(幅值)

- 不同长度杆中的第一个反射脉冲振幅
- 30厘米长度杆中的第二和第三个反射脉冲
- ▲——45厘米长度杆中的第二和第三个反射脉冲

① MA-8型铝-铝合金具有足够的均匀性和小的超声吸收系数(频率5兆赫时4~5分贝/米)。

根据第二和第三个脉冲来读数。从图上看,二次谐波振幅逐渐增加,当距离为 35 厘米时(稳定距离)达到了极大值,随后由于能量耗散而开始减小。测量表明,在稳定距离处,二次谐波振幅最大约为基频振幅的 2%,对于硬铝杆件也有类似形式的二次谐波关系曲线。

二次谐波与距离关系的特性说明了在足够短的试样中(其长度远小于二次谐波的稳定距离 L_{CT})也应观察到反射脉冲的非指数性排列。事实上这的确是存在的。图 2 是杆件中一系列频率 10 兆赫(基频是 5 兆赫)的脉冲的照片,杆件是长度 7.5 厘米、直径 16 毫米的 MA-8 型合金杆(辐射器上的电压幅值是 1000 伏)。显然,杆的两端的不够平行以及接收器没有均匀压紧,对于反射脉冲形状的弯曲,都表现出一定影响。因此,为了校验起见,在同一试样中,辐射了载频为 10 兆赫而振幅不大的脉冲,仍用同一接收器接收。这时,和通常一样,在示波器的屏上,就看到振幅按指数下降的脉冲序列(图 3)。

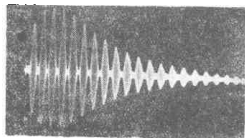


图 2 在 MA-8 型合金中,二次谐波(10 兆赫)的振幅随先增加再减少的脉冲序列图。杆长 7.5 厘米,5 兆赫频率的辐射器上电压等于 1000 伏(振幅)

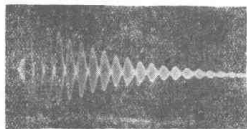


图 3 在与图 2 相同的试样中,振幅按指数下降的脉冲序列,在固有频率 10 兆赫的辐射器上电压是 80 伏,仍保持用固有频率为 10 兆赫的晶片来接收

从图 2 可看出,第三个脉冲有振幅极大值,其所通过的距离是 37.5 厘米。这个数值与在不同长度试样上测量第一个脉冲所得到的稳定距离数值极其吻合。

III. 按波形畸变来确定胡克定律的非线性修正

从微观观点来看,有限振幅波内形成谐波的原因是由于固体状态方程的非线性和有限变形的几何特性。数学上,第一个原因表现在各向同性固体的单位体积弹性能 E 的表示式中除了包括形变张量分量 u_{ik} 的平方项外,还包括它的三次项。其表示式为^[4]:

$$E = \mu u_{ik}^2 + \left(\frac{1}{2} K - \frac{1}{3} \mu \right) u_{ii}^2 + \frac{1}{3} A u_{ik} u_{il} u_{kl} + B u_{ii}^3 + \frac{1}{3} C u_{ii}^3 \quad (1)$$

式中, μ 是切变模量, K 是全压缩模量, A, B, C 是一些标量系数①。

第二个原因是“几何非线性”,表现在形变张量分量 u_{ik} 和形变向量分量 u_i 对坐标 x_k 微分的非线性关系上:

$$u_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) \quad (2)$$

在只沿 x 轴单向压缩和拉伸的形变情况下②,就产生沿 x 方向传播的平面纵波,而有:

$$u_x(x, t) \neq 0 \quad u_y = u_z = 0 \quad (3)$$

因而在所有的形变张量分量中仅是 $u_{xx} \neq 0$ 。考虑到公式(3)得到“应力” σ_{xx} 的表示式③:

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial E}{\partial (\partial u_x / \partial x)} = \beta \frac{\partial u_x}{\partial x} + \gamma' \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^3 \quad (4)$$

$$\beta = K + \frac{4}{3} \mu \quad \gamma' = \gamma + 3\beta \quad \gamma = A + 3B + C \quad (5)$$

非线性系数 γ' 由两部分组成:对应于状态方程非线性的系数 γ (物理非线性^[5]) 和考虑到“几何非线性”的系数 3β 。

从下面就能明显地看到,有意义的是系数 γ (可称为非线性系数)与公式(4)中线性项系数(线性系数)之比:

$$\gamma/\beta = (A + 3B + C) / \left(K + \frac{4}{3} \mu \right) \quad (6)$$

可由测量二次谐波振幅来确定这个比值(因而可确定系数 γ , 因为 β 是已知的)。各向同性介质中的平面纵波运动方程,不计及耗散损失且精确到平方项

① 和通常一样,把所有两重指标按 1, 2, 3 等值求和。

② 当其表面不动时,杆件的压缩(拉伸),就称为单向压缩(拉伸)形变。

③ 严格地说, σ_{xx} 不是应力,而是一与固体中某点变形前后坐标的差有关的量。

的表示式是：

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} - \beta \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = \delta \frac{\partial^2 u_x \partial u_x}{\partial x^2 \partial x} \quad (7)$$

式中， ρ_0 是刚体密度。且

$$\delta = 3\beta + 2\gamma \quad (8)$$

这个方程的解指出了波源处的正弦波，随着其传播而畸变，并且二次谐波的压力振幅可以表示为：

$$P_2 = (\omega P_{01}^2 / 2\rho_0 c_0^2) x$$

$$n = -\left(\frac{3}{2} + \gamma/\beta\right) \quad (9)$$

式中， ω 是圆频率， P_{01} 是辐射器上的基频声压振幅， x 是距辐射器的距离， c_0 是纵波在无限介质中的传播速度。

将 n 的数值代入，由公式(9)得到：

$$\gamma/\beta = -\left[\frac{2\rho_0 c_0^3 P_2}{\omega P_{01} x P_{01}} - \frac{3}{2}\right] \quad (10)$$

严格地说，此式只适用于没有能量耗散的介质。但是也能在短距离上(小于稳定距离)应用于有能量耗散的介质，这里的衰减并不很大。因此，在小于稳定距离的距离内，测量二次谐波振幅与基频振幅之比，就能确定 γ/β 。这时，如果已知由射频振荡器输出到压电石英片上的电压及相应的压电石英片的辐射强度， P_{01} 的数值就能算出。这个强度的计算，我们是用石英片的单面辐射公式^[1](相当于石英片紧贴试样上的结构)。应该注意，液体的这个公式已经在实验上校验了；它在固体辐射中的应用可能性虽然也很明显，但是这时的数学系数将稍有改变^①。当石英片上电压(幅值)是1000伏时，5兆赫频率的交变声压，例如对于单晶铝，根据这种计算时约为±6大气压。

对于某些立方单晶体和MA-8型合金，把测得的 P_2/P_{01} 数值和按压电片单面辐射强度公式算得的 P_{01} 代入公式(10)中而得到的比值 γ/β 的测量数据都列在表中。

应当指出，实验上由测得的平面弹性纵波二次谐波，按照(6)式，可求得非线性系数 γ ，它是三个非线性系数(对各向同性固体来说) A 、 B 、 C 的线性组合。对于立方晶体，一般来说，在胡克定律中二次项形式变有六个系数。

IV. 与勃列格曼的数据的比较

为了将我们用动力学方法测得的 γ/β 与勃列格曼用静力方法测量的结果相比较，应注意以下事实。

如所周知，形变与应力的关系甚至在一级近似条件下实际上也依赖于侧表面的条件，因此平方项系数取决于变形的类型。从我们实验中可决定单向压缩-拉伸时的非线性系数；这个形变类型正是在无限介质中传播平面纵波所存在的(在我们实验中，这是一个杆，它的横向尺寸远大于波长)。

另一方面，勃列格曼和其他学者研究了在各向均匀压缩时固体的行为。勃列格曼指出^[8, 9]，对于大多数固体，当压强 P 小于几万个大气压时，在各向均匀压缩时体积的相对变化与压强的关系能十分满意地用下式表示：

$$-dV/V_0 = aP - bP^2 \quad (11)$$

式中， a 和 b 是各种物质与温度有关的特征系数；此时， $a = 1/K$ 。

现在我们将到线性形变的讨论上，在各向均匀压缩时精确到平方项，可得：

$$P = \epsilon_1 d/l_0 + \gamma_1 (d/l_0)^2 \quad (12)$$

式中 d/l_0 是长度的相对变化， ϵ_1 和 γ_1 分别是给定类型形变的线性和非线性系数，并且

$$\gamma_1/\epsilon_1 = -(3b/a^2 - 1) \quad (13)$$

在表中所指出的 γ_1/ϵ_1 数值，是按照由[10]取来的勃列格曼和斯莱脱(Slater)对于系数 a 和 b 的数据算得的。

因为在我们实验中和勃列格曼实验中的变形特征是不同的，所以在 γ/β 和 γ_1/ϵ_1 之间，比所列的表有更好的符合是未必存在的。

此外，注意到对于 P_{01} 的确定，我们利用了压电石英片在固体中单面辐射的计算公式，故 γ/β 的测量精确度也不大，按我们估计，误差大约是20~30%。由于测量精确度的提高以及实现进行三个独立实验的可能性，将使今后有可能分别确定各向同性固体中的三个系数 A 、 B 和 C 。

我们注意一下，在液体情况下液体状态方程的非线性系数 $B/2$ 对线性系数 A 的比值(类似我们的 γ/β)，用动力方法测量(根据弹性波形的非线性畸变)与用静力方法测量一般同样能很好地相互符合(关于这一点可参看[1])，在我们的实验中，对于固体来讲也是如此。

V. 结 论

在列出的表上， γ/β 的值是对固体测量的，这些固体的衰减很小，而其稳定距离很长。对于衰减很

① 这个问题，目前我们正在研究。

大的固体，我們暂时只能指出在离辐射器一定距离处二次谐波相对于一次谐波所组成的百分数。例如，对于有机玻璃片，在离辐射器5厘米处，这比值是0.2%（由于声吸收很大，对于有机玻璃， $L_{cr} < 5$ 厘米）；对于聚苯乙烯，在同一距离上是5%。对于 45° X切割的酒石酸钾钠盐块（超声波传播方向垂直于x轴）有着更大的百分比。我們注意到，在非线性显得很重要的固体中（聚苯乙烯、酒石酸钾钠盐等等），很易观察到三次谐波。当两个不同频率纵波沿同一方向同时传播时，可以观察到组合频率（和或差），也即产生了并列的相互作用。

目前，我們只够群地研究了属于纵波情况的一种类型的非线性相互作用（波形畸变）。但是，另外形式的与横波有关的相互作用也是可能的，这个问题我們也在研究。德拜（Debye）首先提出的声子相互作用的概念（或固体中弹性波的非线性相互作用）极广泛地应用在一系列力学现象的基本理论上（例如，理想晶体中的声吸收），并且成为固体物理的基本原理之一。然而据我們所知，到目前为止，还未曾直接实验来证实这个相互作用的存在。从这一方面来说，证明固体中弹性波（暂时只对纵波来讲，并在超声频率范围内）非线性相互作用的存在有着重大意义，而我們拟定的方法可以应用在这个问题的进一步研究中。

胡克定律中非线性系数与线性系数之比，由测量波形畸变而得的 (γ/β) 和测量全压缩性而得的 (γ/β_1)

固 体	$-\gamma/\beta$	$-\gamma/\beta_1$
Al (单晶体)	7	6.9
NaCl	9	7.4
KCl	6.5	6.2
LiF	6.5	8.7
MA-8 型 鋁鎂合金	4.8	—

注：在单晶体中，波传播的方向与结晶轴一致。

参考文献

- [1] Л. К. Зарембо, В. А. Красильников. УФН, 68, 687, 1959.
- [2] В. А. Красильников, А. А. Родриг. Вестник МГУ, Серия III, 2, 62, 1962.
- [3] А. А. Родриг, Л. К. Зарембо, В. А. Красильников. Вестник МГУ, Серия III, 3, 62, 1962.
- [4] Л. Д. Лядау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред, Гостехиздат, 1954.
- [5] Г. Кадерер. Нелинейная механика, ИИЛ 1961.
- [6] З. А. Гольдберг. Акуст. ж. 6, 317, 1960.
- [7] Л. Бергман. Ультразвук и его применение в науке и технике И ИЛ 1957.
- [8] П. В. Бриджмен. Физика высоких давлений ОНТИ, 1935.
- [9] П. В. Бриджмен. Новейшие работы в области высоких давлений, ИИЛ 1948.
- [10] F. Birch. Phys. Rev. 71. 809. 1947.

（閻玉舜譯 魏墨鑫校）

（上接第8頁）

由公式(2)和(3)应有

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{L^2 a_1^2 v^2}{6T^2}$$

这样一来，和图5曲线相符， $\Delta\alpha$ 的数值就呈现对载荷应力的平方关系。在载荷增大时，实验中观察到的平方定律的偏差可能是对应于位错的整个断裂，此时位错将开始通过晶体自由运动。

参考文献

- [1] Коттрелл А. Х. Дислокации и пластическое течение в кристаллах, М., ГТТИ, 1958.
- [2] Меркулов Л. Г., Яковлев Л. А. Акуст. ж. т. 6, 244~251, 1960.
- [3] Меркулов Л. Г. Акуст. ж., т. 5, 432~439, 1959.
- [4] Granato A., Lücke K., J. Appl. Phys., 27, 583~593, 1956.

（孙熙民譯 魏墨鑫校）

5. 彈性波在圓柱棒中的衰减和頻散

[美国] J. Zemanek

J. Acoust. Soc. Am., Vol. 33, No. 10, p. 1283~1288 (1961) [英文]

I. 引言

一根很长的均匀細棒，对于纵向、弯曲以及扭轉振型的彈性波，可以有許多性質單純的諧波。在測定這些諧波之后，就可以詳細地研究一些值得注意的現象。首先，可以用測量諧波頻率的方法來確定在很寬的頻率範圍內相速度的頻散。在高頻時，末端修正是最重要的，而長棒的優點就在於末端修正與棒的全長相比顯得很小。其次，可以用測得的頻率來表示出彈性常數與頻率之間可能存在的任何依從關係，而進一步驗證相速度的理論解釋。最后，可以根据對多次諧波的 Q 值的測量^①，而得到在很寬的頻率範圍內對金屬的內摩擦的一種量度。本文的目的在于提出在未退火的鋁合金 (24 ST) 棒上測量的結果。合金的晶粒大小是 1 到 10 微米，棒的直徑是 1/2 吋，長度是 120 吋。在室溫 ($21 \pm 1^\circ\text{C}$) 下，精確地測定了縱向、彎曲及扭轉振型的 640 個諧波的頻率。同時，還測定了縱向振型的最低的 122 個諧波的 Q 值。

II. 實驗方法

圖 1 是測量內摩擦的實驗裝置示意圖。如圖所示，鋁合金棒由 3 根 5 微米的鈎絲懸掛着。為了使漏損最小，採用了靜電激發和靜電接收，因為這種方法對棒沒有附加的直接接觸。地線是通過鈎絲絲

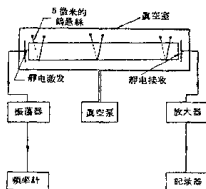


圖 1 測鋁棒中彈性波頻散和 Q 值的裝置方塊圖

的。棒、支撐和換能器的全套裝置都放在一個真空中，以進一步減少由於空氣的阻尼而引起的損耗。與這些損耗有關的因素是：(1) 輻射；(2) 粘滯損耗，特別是由激發板、接收板與棒所形成的電容空氣腔中的粘滯損耗。我們發現，只需要 35μ 的真空度就足以消除這些損耗。在將頻率調節至諧振頻率時停止激發，用一個聲級記錄器記錄下衰減着的正弦波。然後根據衰減曲線的斜率來計算 Q 值。諧振頻率是用頻率計數器精確地測量出來的。

為了有選擇地在棒中激發傳播振型不同的彈性波，還採用了其他方法，如圖 2 所示。很明顯，這些系統是可逆的，既可用於激發，又可用於接收。

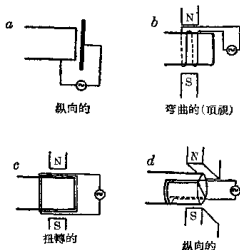


圖 2 激發縱向、扭轉和彎曲振動用的靜電式和電磁式換能器。接收這些振動也用這些系統

圖 2(a) 所示的靜電激發方式，與圖 1 相同。很明顯，這種特殊的激發方式有利於縱向振型的共振激發，並能減弱由於其他傳播振型而引起的共振激發與接收。在激發不同的傳播振型時，所用的電磁激發方式亦不同。圖 2(b) 所示是一種適合於彎曲振型的激發方式。這種線圈裝置對棒產生一個繞

$$\textcircled{1} \quad Q = 8.68 \left(\frac{\omega}{S} \right)$$

式中 ω = 諧振頻率，弧度/秒；

S = 衰減曲線的斜率，分貝/秒。

矩。图1所示的铝悬丝对水平弯曲振动的阻力最小,所以就采用这种极化方式。图2(b)是这种方式的顶视图。图2(c)和(d)所示的线圈安置方式,分别适用于激发扭转振型和纵向振型的共振。在图2(d)中,若把棒状磁极的中心移近于两条轴向直导线中的一条,也可以激发弯曲振型的共振。

III. 内 摩 擦

对于纵向传播振型从0.84千赫(基波谐振频率)到102千赫(第122次谐波)的 Q 值,所得的结果如图3所示。其中值得注意的是作为频率函数的 Q 值的相对独立性。当频率增加到约100倍时, Q 值大约降低为原来的1/2。而在以 Q 值作为频率的对数(log)的函数时,这些测量点接近于一条直线。

我们曾考虑用各种能引起内摩擦的机制来解释这条曲线的形状。大多数理论^[1,2]都提出了声衰减的弛豫特性,在这种情况下,当频率低于或高于弛豫频率时, Q 值应分别与 f^{-1} 或 f 成正比。但在测量范围内, Q 值并没有显示出这种特性。非线性的过程,如康翁摩擦^[3,4]或滞后效应^[4],都是能使 Q 值与频率无关的机制。这些机制的微观源可能是象麦孙(Mason)提出的那样,是由于位错的移动而引起的。因此,效应的大小就可能取决于位错回线的密度、长度以及用于这个过程的激发能量。而这些因素则又取决于杂质的性质与数量。但由于试件①的性质,难以进行这类的定量分析。

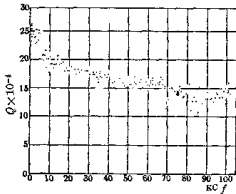


图3 24 ST 铝棒纵向共振的 Q 值

对于图3中的曲线,这些点的均方偏差是6%。同时,还测量了几个异常低的 Q 值,并在图3上将其之一用小圆圈表示出来。它出现在2.52千赫。这个谐波的衰减曲线是在频率为0.4赫时调制的。能量大概是在纵向振型与某一其他振型之间来回地转移。这个频率并不与扭转振型的简正频率相符,因而一定是与弯曲振动相耦合。

当棒发生纵振动时所容许的谐振频率 f_{Ln} 的基本方程是

$$f_{Ln} = n \frac{C}{2l} \quad (1)$$

式中 l 是谐振棒的长度, n 是一个整数, C 是杨氏模量波的速度,公式为

$$C = \left(\frac{E}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}$$

式中 E 是杨氏模量, ρ 是密度。对于高次谐波的弯曲振动,相应的方程是:

$$f_{pm} = \left(m + \frac{1}{2} \right)^2 \pi a / 4l^2 \quad (2)$$

式中 a 是棒的半径, m 是整数。由于频率与棒的长度间的关系不同,所以当 $f_{Ln} = f_{pm}$ 时,棒长发生微小的改变就会使这两个频率分开。从棒的一端改变1/3厘米(棒长变化0.11%),衰减曲线上的调制即行消失,而 Q 值就从 1.4×10^6 增大到 2.4×10^6 。根据上述公式,长度的这一变化应使这两个频率相隔2.8赫($n=3$, $m=30$)。从后来直接测量频率的结果来看,这个间隔是3.1赫。

前述的那几个“特别低的 Q 值”,全是由于纵向谐振与阻尼更大的弯曲谐振的耦合而产生的。它们全都可以用略微改变棒长的方法来消除。我们认为这是在研究弹性与非弹性的异常现象时值得警惕和仔细注意的有趣例子。

IV. 纵波的频散

图4所示为第一纵向振型的理论频散曲线。水平线A代表无频散的基本理论。曲线B是很据瑞利(Rayleigh)的第二阶近似理论^[5]计算出来的,其

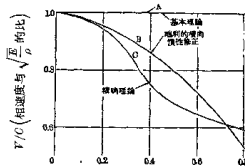


图4 根据不同的理论计算出的圆柱棒中纵向振型的速度频散

① 试件是来自退火的铝24ST, 含有下列合金元素: 铜4.5%, 锰0.8%, 铁1.5%。