



博士后文库

中国博士后科学基金资助出版

# 非对称相关性序列 原理和应用

张振宇 著



科学出版社



博士后文库

中国博士后科学基金资助出版

# 非对称相关性序列 原理和应用

张振宇 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书面向无线通信应用,讨论非对称相关性序列的设计理论。通过子集分割方法,构建不同序列子集之间的非对称相关性能,内容涉及子集间互补序列、子集内互补序列、多级子集结构序列、奇/偶移正交序列和正交多子集序列等五类序列集合的设计理论和方法,涵盖 OFDM 通信系统和多进制扩频通信系统两项具体应用。

本书既注重理论分析的深度和广度,也强调“理论联系实际、理论应用于实际”的研究理念,可作为高等院校通信工程、电子信息类专业高年级本科生和研究生的课程教材或教学参考书,也可作为从事序列设计和编码研究的科研人员和工程技术人员的参考用书。

### 图书在版编目(CIP)数据

非对称相关性序列原理和应用/张振宇著.—北京:科学出版社,2018.12  
(博士后文库)

ISBN 978-7-03-058385-7

I. ①非… II. ①张… III. ①通信系统-序列-研究 IV. ①TN914

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018) 第 170957 号

责任编辑:周 涵 李 萍/责任校对:彭珍珍

责任印制:肖 兴/封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2018 年 12 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2018 年 12 月第一次印刷 印张:21 3/4

字数:435 000

定价:148.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)



## 《博士后文库》编委会名单

主 任 陈宜瑜

副主任 詹文龙 李 扬

秘书长 邱春雷

编 委(按姓氏汉语拼音排序)

付小兵 傅伯杰 郭坤宇 胡 滨 贾国柱 刘 伟

卢秉恒 毛大立 权良柱 任南琪 万国华 王光谦

吴硕贤 杨宝峰 印遇龙 喻树迅 张文栋 赵 路

赵晓哲 钟登华 周宪梁

## 《博士后文库》序言

1985年，在李政道先生的倡议和邓小平同志的亲自关怀下，我国建立了博士后制度，同时设立了博士后科学基金。30多年来，在党和国家的高度重视下，在社会各方面的关心和支持下，博士后制度为我国培养了一大批青年高层次创新人才。在这一过程中，博士后科学基金发挥了不可替代的独特作用。

博士后科学基金是中国特色博士后制度的重要组成部分，专门用于资助博士后研究人员开展创新探索。博士后科学基金的资助，对正处于独立科研生涯起步阶段的博士后研究人员来说，适逢其时，有利于培养他们独立的科研人格、在选题方面的竞争意识以及负责的精神，是他们独立从事科研工作的“第一桶金”。尽管博士后科学基金资助金额不大，但对博士后青年创新人才的培养和激励作用不可估量。四两拨千斤，博士后科学基金有效地推动了博士后研究人员迅速成长为高水平的研究人才，“小基金发挥了大作用”。

在博士后科学基金的资助下，博士后研究人员的优秀学术成果不断涌现。2013年，为提高博士后科学基金的资助效益，中国博士后科学基金会联合科学出版社开展了博士后优秀学术专著出版资助工作，通过专家评审遴选出优秀的博士后学术著作，收入《博士后文库》，由博士后科学基金资助、科学出版社出版。我们希望，借此打造专属于博士后学术创新的旗舰图书品牌，激励博士后研究人员潜心科研，扎实治学，提升博士后优秀学术成果的社会影响力。

2015年，国务院办公厅印发了《关于改革完善博士后制度的意见》（国办发〔2015〕87号），将“实施自然科学、人文社会科学优秀博士后论著出版支持计划”作为“十三五”期间博士后工作的重要内容和提升博士后研究人员培养质量的重要手段，这更加凸显了出版资助工作的意义。我相信，我们提供的这个出版资助平台将对博士后研究人员激发创新智慧、凝聚创新力量发挥独特的作用，促使博士后研究人员的创新成果更好地服务于创新驱动发展战略和创新型国家的建设。

祝愿广大博士后研究人员在博士后科学基金的资助下早日成长为栋梁之才，为实现中华民族伟大复兴的中国梦做出更大的贡献。



中国博士后科学基金会理事长



## 前 言

序列设计是无线通信领域的一个重要研究方向,拥有优异性能的序列集合已经在军事通信、卫星通信、无线局域网和第三代/第四代移动通信之中获得广泛应用。为了进一步提升序列的应用效率,满足无线通信对传输速率和传输可靠性的日益增长的需求,关于序列设计的研究在近几年来呈现出一种新的研究方向。研究者们开始专注于序列设计的精细化处理,将单一序列集合分割成多个更加高效的序列子集,将对称的相关性能转变成更加灵活的非对称相关性能,从而形成了非对称相关性序列设计理论。

本书聚焦在非对称相关性序列集合的设计,全书共8章。第1章为绪论,介绍序列设计的基础知识,并给出非对称相关性序列的概念。第2章至第6章的内容属于非对称相关性序列集合的理论研究,涉及子集间互补序列、子集内互补序列、多级子集结构序列、奇/偶移正交序列和正交多子集序列等五类非对称相关性序列集合的设计算法,旨在解决序列数量和序列相关性能之间的矛盾,获得两者之间的优化平衡。这五章的内容既自成体系又相互关联,共同组成了非对称相关性序列的研究构架。第7章和第8章属于非对称相关性序列集合的实际应用,分别基于开发研制的OFDM视频传输系统和短波多进制正交扩展调制解调器,展示了非对称相关性序列集合的实际可行性和具体应用效能。这两章的应用研究内容与前面五章的理论研究内容相辅相成。一方面,前期的理论研究工作具体指导了样机研制过程中的系统方案设计,使得系统参数的制定有依据、有支撑。另一方面,系统样机的开发研制也对前期理论研究成果进行了有力的验证,并且在样机研制、系统联调和外场测试的过程中积累了第一手宝贵素材,通过发现新问题、引发新思考,反过来又针对实际需求指导理论研究不断地改进和完善,进一步拓展了非对称相关性序列理论研究的深度和广度。

本书在撰写过程中得到了重庆大学田逢春教授、重庆工商大学曾凡鑫教授和陆军工程大学通信士官学校何世彪教授、李晓毅教授、钱林杰教授的大力支持和帮助,在此表示衷心的感谢。本书内容相关研究工作获得国家自然科学基金(编号:61471366,61002034,61271003)、中国博士后科学基金特别资助(编号:2015T80959)和面上项目(编号:2014M552318)、“十三五”装备预先研究项目(编号:30101020104)、重庆市研究生教育优质课程建设项目(编号:2015-63)、应急通信重庆市重点实验室能力提升项目(编号:cstc2014pt-sy40003)、重庆市基础与前沿研究计划项目(编号:cstc2014jcyjA40050)和重庆市博士后科学基金特别资助(编

号: Xm2014031) 等项目的资助。借此机会向中国博士后科学基金会、国家自然科学基金委员会、重庆市科学技术委员会和重庆市教育委员会所给予的资助表示衷心的感谢!

限于作者水平,书中难免有不妥与疏漏之处,敬请读者批评指正。

作 者

2018 年 2 月于重庆歌乐山林园

# 目 录

## 《博士后文库》序言

## 前言

|                           |    |
|---------------------------|----|
| 第 1 章 绪论                  | 1  |
| 1.1 序列的基本概念               | 1  |
| 1.1.1 序列的含义               | 2  |
| 1.1.2 序列的相关运算             | 3  |
| 1.1.3 序列的性能指标             | 4  |
| 1.2 具有理想/局部理想相关性能的序列类型    | 7  |
| 1.2.1 完美序列                | 8  |
| 1.2.2 离散傅里叶变换序列           | 9  |
| 1.2.3 完备互补序列              | 9  |
| 1.2.4 零相关区序列              | 11 |
| 1.2.5 非对称相关性序列            | 14 |
| 1.3 序列在无线通信中的应用           | 20 |
| 1.3.1 传统扩频系统中的序列应用        | 20 |
| 1.3.2 CDMA 系统中的序列应用       | 21 |
| 1.3.3 OFDM 系统中的序列应用       | 24 |
| 1.4 本书体系结构与章节安排           | 28 |
| 1.5 本章小结                  | 31 |
| 参考文献                      | 31 |
| 第 2 章 子集间互补的非对称相关性序列      | 38 |
| 2.1 具有理想/局部理想相关性能的 IGC 序列 | 38 |
| 2.1.1 IGC 序列              | 38 |
| 2.1.2 基于完美互补序列的 IGC 序列设计  | 39 |
| 2.2 基于正交矩阵扩展的子集间互补序列设计    | 41 |
| 2.2.1 正交矩阵扩展方法            | 41 |
| 2.2.2 周期/非周期的非对称相关性       | 43 |
| 2.2.3 最佳序列集合性能            | 45 |
| 2.3 基于交织迭代扩展的子集间互补序列设计    | 48 |
| 2.3.1 交织迭代扩展方法            | 48 |



|              |                                    |           |
|--------------|------------------------------------|-----------|
| 2.3.2        | 迭代递增相关性能 .....                     | 49        |
| 2.3.3        | 功率效率约束 .....                       | 54        |
| 2.4          | 子集间周期互补的多子序列设计 .....               | 58        |
| 2.4.1        | 循环移位和多序列交织 .....                   | 58        |
| 2.4.2        | 基于移位序列的多子集周期互补集合设计 .....           | 59        |
| 2.4.3        | 多子集周期互补相关性能 .....                  | 60        |
| 2.4.4        | 子集间周期互补序列集合的初始集合设计 .....           | 67        |
| 2.5          | 周期/非周期 IGC 序列集合性能比较 .....          | 73        |
| 2.5.1        | 序列集合参数的灵活性设置 .....                 | 73        |
| 2.5.2        | 不同 IGC 序列集合之间的比较 .....             | 73        |
| 2.6          | 本章小结 .....                         | 74        |
|              | 参考文献 .....                         | 75        |
| <b>第 3 章</b> | <b>子集内互补的大数量序列集合 .....</b>         | <b>79</b> |
| 3.1          | OFDM 系统 3dB 的 PAPR 实现 .....        | 79        |
| 3.1.1        | OFDM 系统的高 PAPR 问题 .....            | 79        |
| 3.1.2        | 实现 OFDM 系统 3dB PAPR 的条件 .....      | 80        |
| 3.1.3        | 直流空载要求对序列性能的影响 .....               | 81        |
| 3.2          | 零中心互补配对 (ZCCPs) 序列集合设计 .....       | 84        |
| 3.2.1        | 基于级联操作的 ZCCPs 序列集合设计方法 .....       | 85        |
| 3.2.2        | 基于交织操作的 ZCCPs 序列集合设计方法 .....       | 86        |
| 3.2.3        | ZCCPs 序列集合的非对称相关性 .....            | 86        |
| 3.3          | 零中心正交配对 (ZCOPs) 序列集合设计 .....       | 91        |
| 3.3.1        | 基于移位级联的 ZCOPs 序列集合设计方法 .....       | 91        |
| 3.3.2        | ZCOPs 序列集合的正交和互补性能 .....           | 91        |
| 3.4          | 具有大数量特性的子集内互补序列集合设计 .....          | 95        |
| 3.4.1        | 传统互补序列的数量限制及其扩充方法 .....            | 96        |
| 3.4.2        | 基于 Kronecker 积的子集内互补序列集合设计方法 ..... | 98        |
| 3.4.3        | 子集内理想/子集间近似理想的相关性能 .....           | 99        |
| 3.4.4        | 序列集合的大数量性能分析 .....                 | 104       |
| 3.4.5        | 多载波 CDMA 系统中的大数量子集内互补序列应用仿真 .....  | 108       |
| 3.5          | 子集内互补/子集间 ZCZ 的序列集合设计 .....        | 111       |
| 3.5.1        | 两倍零相关区宽度的产生 .....                  | 111       |
| 3.5.2        | IaSC-ISZ 序列集合设计方法 .....            | 113       |
| 3.5.3        | 子集间正交的 IaSC 序列集合 .....             | 119       |
| 3.6          | 本章小结 .....                         | 125       |
|              | 参考文献 .....                         | 126       |

|                                              |     |
|----------------------------------------------|-----|
| 第 4 章 多级子集非对称相关性序列集合 .....                   | 129 |
| 4.1 一级子集结构和单一宽度 ZCCZ 的性能约束 .....             | 129 |
| 4.2 多级序列子集与多值零互相关区 .....                     | 131 |
| 4.2.1 多级子集分割和多宽度 ZCCZ 分布 .....               | 131 |
| 4.2.2 三零相关区 (T-ZCZ) 分布 .....                 | 134 |
| 4.3 两级子集结构非对称相关性序列集合设计 .....                 | 135 |
| 4.3.1 基于正交矩阵的两级子集结构设计方法 .....                | 135 |
| 4.3.2 基于 DFT 矩阵 Kronecker 积的两级子集结构设计方法 ..... | 143 |
| 4.3.3 一/二级子集结构性能比较 .....                     | 150 |
| 4.4 多级子集结构非对称相关性序列集合设计 .....                 | 151 |
| 4.4.1 多宽度零互相关区的设计方法 .....                    | 151 |
| 4.4.2 多级子集结构中系数矩阵的选择 .....                   | 153 |
| 4.4.3 各级序列子集的相关性能 .....                      | 155 |
| 4.4.4 多宽度零互相关区序列集合中特定子集的合并 .....             | 161 |
| 4.4.5 子集内理想相关性能的合并集获取方法 .....                | 167 |
| 4.4.6 适用于多级子集结构的系统模型和帧结构 .....               | 169 |
| 4.5 本章小结 .....                               | 172 |
| 参考文献 .....                                   | 172 |
| 第 5 章 周期/非周期奇/偶移正交序列集合 .....                 | 175 |
| 5.1 具有交替零值相关特性的序列 .....                      | 175 |
| 5.2 非周期 $N$ 移正交序列集合设计 .....                  | 176 |
| 5.2.1 非周期 $N$ 移正交的基本概念 .....                 | 176 |
| 5.2.2 基于 $N$ 维正交矩阵的 $N$ 移互正交序列集合设计方法 .....   | 177 |
| 5.3 基于 DFT 矩阵序列的周期奇移正交序列设计 .....             | 179 |
| 5.3.1 DFT 矩阵序列的周期自相关特性 .....                 | 179 |
| 5.3.2 周期奇移正交序列集合设计方法 .....                   | 180 |
| 5.3.3 周期奇移正交相关性能 .....                       | 181 |
| 5.3.4 零相关区序列的扩展 .....                        | 185 |
| 5.4 基于完美序列的周期奇/偶移正交 (POESO) 序列设计 .....       | 186 |
| 5.4.1 POESO 序列设计方法 .....                     | 187 |
| 5.4.2 POESO 序列的奇/偶移正交特性 .....                | 189 |
| 5.4.3 POESO 序列的零相关区特性 .....                  | 190 |
| 5.4.4 POESO 序列集合的多级子集特性 .....                | 192 |
| 5.5 本章小结 .....                               | 198 |
| 参考文献 .....                                   | 198 |

|                                         |     |
|-----------------------------------------|-----|
| 第 6 章 正交多子集非对称相关性序列设计 .....             | 201 |
| 6.1 相互正交的 ZCZ 序列子集 .....                | 201 |
| 6.1.1 基于互补序列级联迭代的正交 ZCZ 子集设计 .....      | 202 |
| 6.1.2 基于正交矩阵扩展的正交 ZCZ 子集设计 .....        | 205 |
| 6.1.3 基于完美序列移位交织的正交 ZCZ 多相子集设计 .....    | 211 |
| 6.2 正交多子集序列集合 .....                     | 216 |
| 6.2.1 单一序列的 IPCC 性能 .....               | 216 |
| 6.2.2 正交序列的数量限制 .....                   | 216 |
| 6.2.3 ZCCPs 集合的单序列速率提升方案 .....          | 217 |
| 6.3 基于循环移位的低值 IPCC 正交多子集设计 .....        | 218 |
| 6.3.1 低值 IPCC 正交多子集设计方法 .....           | 218 |
| 6.3.2 正交子集之间的 IPCC 性能 .....             | 218 |
| 6.3.3 序列集合的 PAPR 性能 .....               | 221 |
| 6.3.4 多子集组合应用策略 .....                   | 223 |
| 6.4 具有三值 IPCC 特性的正交多子集设计 .....          | 223 |
| 6.4.1 三值 IPCC 正交多子集设计方法 .....           | 224 |
| 6.4.2 正交子集之间的三值 IPCC 性能 .....           | 225 |
| 6.4.3 多进制扩频 OFDM 系统中三值 IPCC 集合的应用 ..... | 228 |
| 6.5 基于任意间隔抽取级联的低值 IPCC 正交多子集设计 .....    | 231 |
| 6.5.1 大数量低值 IPCC 正交多子集设计方法 .....        | 231 |
| 6.5.2 序列集合的性能分析 .....                   | 232 |
| 6.6 本章小结 .....                          | 237 |
| 参考文献 .....                              | 238 |
| 第 7 章 序列在 OFDM 通信系统中的应用 .....           | 241 |
| 7.1 OFDM 视频传输系统简介 .....                 | 241 |
| 7.1.1 系统研制背景 .....                      | 241 |
| 7.1.2 系统组成和性能指标 .....                   | 242 |
| 7.1.3 基带单元方案 .....                      | 242 |
| 7.1.4 射频单元方案 .....                      | 244 |
| 7.2 帧头结构中的各类序列设计 .....                  | 246 |
| 7.2.1 OFDM 视频传输系统的帧头结构 .....            | 246 |
| 7.2.2 AGC 序列设计 .....                    | 247 |
| 7.2.3 短训练序列设计 .....                     | 249 |
| 7.2.4 长训练序列设计 .....                     | 250 |
| 7.2.5 信道估计序列设计 .....                    | 251 |

|                                              |     |
|----------------------------------------------|-----|
| 7.3 系统中序列相关的关键技术研究 .....                     | 253 |
| 7.3.1 数据符号的 PAPR 抑制 .....                    | 253 |
| 7.3.2 窗序列设计与数字上/下变频 .....                    | 260 |
| 7.3.3 级联积分梳状滤波器对信号频谱的影响 .....                | 264 |
| 7.3.4 基于训练序列的整数/小数倍频偏估计 .....                | 269 |
| 7.3.5 基于信道序列的最小二乘信道估计 .....                  | 275 |
| 7.4 系统样机测试联调 .....                           | 281 |
| 7.4.1 外场测试结果 .....                           | 281 |
| 7.4.2 三类传输模式的测试比较 .....                      | 283 |
| 7.5 本章小结 .....                               | 289 |
| 参考文献 .....                                   | 290 |
| 第 8 章 序列在多进制扩频系统中的应用 .....                   | 294 |
| 8.1 短波多进制扩频系统简介 .....                        | 294 |
| 8.1.1 短波 CMOS-OFDM Modem 研制背景 .....          | 294 |
| 8.1.2 Modem 基本功能与接口设置 .....                  | 295 |
| 8.1.3 系统参数设置 .....                           | 295 |
| 8.1.4 帧头序列设计 .....                           | 296 |
| 8.2 基于 ZCCPs 序列集合的 CMOS-OFDM 结构设计 .....      | 300 |
| 8.2.1 OFDM 与直接序列扩频的合并 .....                  | 300 |
| 8.2.2 OFDM 直流空载中序列的排列 .....                  | 301 |
| 8.2.3 CMOS-OFDM 结构的设计原理 .....                | 302 |
| 8.2.4 CMOS-OFDM 结构中扩频与解扩的实现 .....            | 303 |
| 8.3 CMOS-OFDM 结构的性能仿真与分析 .....               | 304 |
| 8.3.1 仿真参数设置 .....                           | 304 |
| 8.3.2 各类序列集合选择 .....                         | 306 |
| 8.3.3 CMOS-OFDM 结构中 ZCCPs 序列的 PAPR 性能 .....  | 306 |
| 8.3.4 ZCCPs 序列应用于 CMOS-OFDM 结构的 BER 性能 ..... | 308 |
| 8.4 短波 CMOS-OFDM Modem 外场测试 .....            | 315 |
| 8.4.1 测试所用仪器设备 .....                         | 316 |
| 8.4.2 测试场地选择 .....                           | 316 |
| 8.4.3 外场测试结果 .....                           | 318 |
| 8.5 本章小结 .....                               | 319 |
| 参考文献 .....                                   | 320 |
| 附录 A 缩略语 .....                               | 325 |
| 附录 B 符号表 .....                               | 329 |
| 编后记 .....                                    | 331 |

# 第1章 绪 论

自从 20 世纪 50 年代 Zierler 等生成  $m$  序列以来, 序列设计理论开始受到人们广泛的关注, 并在通信、雷达、导航等军事和民用领域获得了重要的应用。随着社会繁荣和科技进步, 特别是无线通信技术的迅猛发展, 人们对序列设计的需求日益增加, 对序列分析的指标也不断提高, 从最初的随机性能进一步拓展到良好的自/互相关性、任意的序列长度、高的线性复杂度、大的序列数量、低的峰值平均功率比 (Peak to Average Power Ratio, PAPR) 等诸多性能。为了满足更多的新兴的应用场景需求, 有关序列设计的研究在近几年来呈现出一种新的研究方向, 即研究者们力求进一步细化序列设计的颗粒度, 从传统的单一序列集合转变为更加高效的多级序列子集, 从整体的相关性能转变为整体/局部联合的相关性能。这种转变的显著特性使序列集合的参数设置更加灵活, 例如序列的自相关性可以在位移区间分段设计、序列的互相关性可以在不同的序列子集之间生成不同的数值、序列的数量可以根据具体的应用场景成倍数增长等, 从而形成了非对称相关性序列理论, 使得序列能够在无线通信系统中发挥更大的效能。

本章首先介绍了序列设计的基础知识, 包括序列的含义、相关运算和性能指标, 然后给出了 5 种有重要理论研究意义和实际应用价值的典型序列类型, 它们都具有理想或局部理想的相关性能。其中, 重点讨论了非对称相关性序列的性能, 并从多子序列类型和单一序列类型两个方面分析了该类序列的国内外研究现状。通过实例介绍, 阐明了序列设计在传统扩频系统、码分多址 (Code Division Multiple Access, CDMA) 系统和正交频分复用 (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) 系统中的具体应用。最后, 对本书的内容体系和组织结构进行了简单的说明。

## 1.1 序列的基本概念

序列设计是一种基于数学中的有限域知识和代数运算的理论, 它面向实际系统的具体需求研究序列的系统性的、可操控的生成方法。针对不同的应用场景, 它可以通过改变序列设计算法的参数, 以数学推导的方式获得具有不同长度、数量和性能的序列集合。

相比较基于计算机穷尽搜索的另一种序列生成方法, 这种基于设计算法的序列生成方法具有更强的体系性、更大的灵活性和更高的效率等优势, 因此成为序列

生成方法研究的主流方向。但是,无论是序列设计还是序列搜索,有关序列的基本概念、评价序列的基本指标以及所生成序列的应用场景都是相同的,因此下面将对这些序列的基本知识进行介绍和说明。

### 1.1.1 序列的含义

**定义 1.1<sup>[1]</sup>** 序列也称为码字,是某个符号集(域或环)上的一列有序字符串。令  $\mathbf{a} = (a(0), a(1), \dots, a(L-1))$  表示一个序列,则  $a(l)$  为序列  $\mathbf{a}$  的第  $l$  个元素,  $L$  为序列  $\mathbf{a}$  的长度(也称为周期),其中  $0 \leq l \leq L-1$ 。

多个具有相同长度的序列组成一个序列集合,对于序列集合  $\{\mathbf{a}_i, 0 \leq i \leq M-1\}$ ,其中  $\mathbf{a}_i = (a_i(0), a_i(1), \dots, a_i(L-1))$  为其第  $i$  个序列,该集合的序列数量为  $M$ 。

序列具有各种不同的分类方式,可以按照序列元素所属的符号集进行分类,若  $a(l) \in \{-1, 1\}$ ,则称  $\mathbf{a}$  为二元序列;若  $a(l) \in \{-1, 1, 0\}$ ,则称  $\mathbf{a}$  为三元序列;若  $a(l) \in \{e^{j2\pi n/N}, 0 \leq n \leq N-1\}$ ,则称  $\mathbf{a}$  为多相序列。注意,二元序列的元素  $a(l)$  有时也取自符号集合  $\{0, 1\}$ ,此时为了便于实际应用和进行相关运算,可以按照  $(-1)^{a(l)}$  的映射关系,将符号集合从  $\{0, 1\}$  转换成  $\{1, -1\}$ 。类似地,多相序列有时也可以仅用其指数变量  $n$  来表示,即多相序列  $\mathbf{a}$  的元素可以表示为  $a(l) \in \{n, 0 \leq n \leq N-1\}$ 。

可以按照序列在扩频通信中的工作方式进行分类,即划分为直扩序列、跳频(Frequency Hopping, FH)序列和跳时(Time Hopping, TH)序列三类。若扩频通信直接采用经过二元信息比特(1或-1)乘积的序列对载波进行调制,则此时的序列被称为直接扩频序列(简称直扩序列),相应的扩频操作被称为直接序列扩频(Direct Sequence Spread Spectrum, DSSS)<sup>[2-5]</sup>;若扩频通信利用序列的元素值来控制选取特定载波频率集合中的某个频率,则称该序列为跳频序列,相应的扩频操作被称为跳频扩频(Frequency Hopping Spread Spectrum, FHSS)<sup>[6]</sup>;若扩频通信利用序列的元素值来控制选取特定时隙集合中的某个时隙,则称该序列为跳时序列<sup>[7-11]</sup>,相应的扩频操作被称为跳时扩频(Time Hopping Spread Spectrum, THSS)。上述三类扩频通信方式各有利弊,可以单独使用,也可相互结合来提高抗干扰性能。

可以按照应用系统中单个用户所使用的序列数量进行分类,即划分为单一序列(Single Sequence, SS)类型和多子序列(Multiple Subsequences, MS)类型。单一序列类型的序列以单个序列的方式进行工作,每个用户被分配一个序列。例如,  $m$  序列<sup>[12]</sup>、Gold 序列<sup>[13]</sup> 等都属于单一序列类型的序列。不同于单一序列类型的序列,多子序列类型的序列则是每个序列又包含多个子序列,这些子序列同时被分配给某个用户使用,其自相关函数等于多个子序列各自的自相关函数之和,其互相关



函数也等于相对应的多个子序列之间的互相关函数之和。Golay 互补序列<sup>[14]</sup>就是典型的多子序列类型的序列，该类序列的显著优势是可以同时获得理想的非周期自/互相关性能。

### 1.1.2 序列的相关运算

相关函数通常被用来表征序列的相关运算，可以分为自相关函数 (Auto Correlation Function, ACF) 和互相关函数 (Cross Correlation Function, CCF)。

**定义 1.2**<sup>[15]</sup> 对于序列集合中的两个序列  $a_i$  和  $a_j$ ，它们在位移  $\tau$  上的非周期互相关函数  $\psi_{a_i, a_j}(\tau)$  和周期互相关函数  $\phi_{a_i, a_j}(\tau)$  可以分别定义如下：

$$\psi_{a_i, a_j}(\tau) = \begin{cases} \sum_{l=0}^{L-1-\tau} a_i(l) a_j^*(l+\tau), & 0 \leq \tau \leq L-1 \\ \sum_{l=0}^{L-1+\tau} a_i(l-\tau) a_j^*(l), & 1-L \leq \tau < 0 \\ 0, & |\tau| \geq L \end{cases} \quad (1.1)$$

$$\phi_{a_i, a_j}(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} a_i(l) a_j^*(l+\tau)_L, \quad 0 \leq \tau \leq L-1 \quad (1.2)$$

其中，符号  $*$  表示复共轭，式 (1.2) 中的  $(l+\tau)_L$  表示  $l+\tau$  按照模  $L$  运算。当  $i=j$  时，上面两式分别成为非周期自相关函数和周期自相关函数，简记为  $\psi_{a_i}(\tau)$  和  $\phi_{a_i}(\tau)$ 。

虽然非周期相关函数和周期相关函数分别有不同的应用场景，但是它们之间存在着确定的关联。周期相关函数可用不同位移的非周期相关函数来表示，即

$$\phi_{a_i, a_j}(\tau) = \psi_{a_i, a_j}(\tau) + \psi_{a_i, a_j}(\tau - L) \quad (1.3)$$

一般情况下，周期相关函数也可以被称为偶相关函数，那么相对应的奇相关函数  $\hat{\phi}_{a_i, a_j}(\tau)$  可以定义如下

$$\hat{\phi}_{a_i, a_j}(\tau) = \psi_{a_i, a_j}(\tau) - \psi_{a_i, a_j}(\tau - L) \quad (1.4)$$

若  $\tau = 0$ ，则称此时的相关函数为同相相关；若  $\tau \neq 0$ ，则称为异相相关。例如， $\psi_{a_i, a_j}(0)$  (或  $\phi_{a_i, a_j}(0)$ ) 被称为  $a_i$  和  $a_j$  的同相非周期 (或周期) 互相关，而  $\psi_{a_i}(\tau)$  (或  $\phi_{a_i}(\tau)$ ) 在  $\tau \neq 0$  时被称为  $a_i$  的异相非周期 (或周期) 自相关。

对于任意的位移  $\tau$ ，当  $\psi_{a_i, a_j}(\tau) = 0$  (或  $\phi_{a_i, a_j}(\tau) = 0$ ) 时，则称  $a_i$  和  $a_j$  具有理想的非周期 (或周期) 互相关性能；当  $a_i$  的异相非周期 (或周期) 自相关等于零时，则称  $a_i$  具有理想的非周期 (或周期) 自相关性能。

需要指出,上述讨论的仅是针对直扩序列的相关运算,跳频和跳时序列的相关运算则是通过统计一个周期内频隙、时隙上的碰撞次数来处理,其方法有所不同,具体可以参考文献[16-24]。

### 1.1.3 序列的性能指标

在很多情况下,序列又可以被称作伪随机 (Pseudo-Random, PR) 序列或伪噪声 (Pseudo-Noise, PN) 序列,这体现出序列应该具有类似于噪声的随机特性。然而,在无线通信中,随机性已经不再是人们唯一关心的序列特性。随着 CDMA、OFDM 等技术的应用,需要序列具备更多的性质。

#### 1.1.3.1 序列设计的基本要求和准则

一般来说,序列应该满足如下几个基本要求和准则<sup>[1]</sup>。

##### 1. 优良的相关性能

CDMA 通信以及 DSSS 通信常常以相关检测技术来检测、判决通信信号,序列的非理想相关性能 (自相关性能和互相关性能) 是造成多址干扰 (Multiple Access Interference, MAI) 和多径干扰 (Multiple Path Interference, MPI) 的根源,优良的相关性能可以极大地降低误码率。因此,优良的自/互相关性能是序列设计的一个重要指标,通常也是人们最关心的一个序列性能。

##### 2. 大的序列数量

在多址通信系统中,序列集合中序列的数量越大,意味着所能容纳的用户数量越多。同时,对于多进制扩频 (M-ary Spread Spectrum, MSS) 而言,更大的序列数量所能提供的数据传输速率也就越高。从另一个角度看,序列数量越大,允许改变扩频序列的范围也就越大,从而可以提高系统抗侦察的能力。那么,拥有庞大的序列数量也是序列设计中的一个重要准则,由于序列设计理论界限的约束,人们通常会牺牲序列集合的其他方面的性能来获得更多的序列。

##### 3. 良好的随机性

随机性是阻止非法使用者复制、预测序列的一种度量指标,它也是序列设计的一个传统标准,这解释了为什么序列也被称为伪随机序列。例如,人们希望二元序列能够像二元随机信号一样,“0”元素和“1”元素的个数能够尽量接近, $m$  序列之所以获得广泛的应用,一个主要的原因就在于其任意一个序列的“0”元素和“1”元素的个数相差 1。

##### 4. 高的线性复杂度

线性复杂度是指非法使用者利用线性移位寄存器来产生破译序列所需移位寄存器的个数。很明显,线性复杂度越大,破译序列的难度也就越大。这一特性在保密通信、军事通信等领域显得尤其重要。

### 5. 灵活的序列长度

序列的长度表征序列不重复出现的那一段字符串的长度。在各种各样的实际应用中,对序列的长度要求各异,因此希望序列设计中能够灵活地控制其长度,否则序列的应用将会受到制约。例如,有些序列集合为了获得特定的性能,只能获得某些特定的序列长度,从而限制了应用系统对序列的选取。

### 6. 低的 PAPR

随着第四代 (4G)、第五代 (5G) 移动通信系统的兴起,序列在无线通信中的应用已经不再局限于扩频方式,而是可以作为 OFDM 调制的训练序列或参考序列,此时要求序列的 PAPR 尽可能低,从而更大地发挥发射机功率放大器的效能。例如,经典的 Golay 互补配对就可以将 PAPR 有效地控制到 3dB 以下。

#### 1.1.3.2 序列设计理论界限

除了上述的基本要求,在进行序列设计、序列评价的过程中还需要参考相应的设计机理方面的约束,即序列集合的理论界限。

理论界限是序列设计中不可缺少的参考标准,评定序列的优劣通常要看它们是否达到或接近相应的理论界限。寻找更紧的理论界限一直是人们追求的目标和研究的热点, Sidelnikov 在 1971 年首先导出了  $q$  次单位复根序列集周期相关函数的理论界限<sup>[25]</sup>,随后大量关于序列设计理论界限的研究被获得<sup>[26-30]</sup>。下面主要介绍受到广泛关注的 Welch 界<sup>[26]</sup>和 Sarwate 界<sup>[27]</sup>。

在 1974 年, Welch 基于矢量内积分别获得了复值序列集合的周期相关和非周期相关的理论下界。

**定理 1.1** (周期相关的 Welch 界)<sup>[26]</sup> 设  $A = \{a_0, a_1, \dots, a_{M-1}\}$  是一个复值序列集合,序列数量为  $M$ ,序列长度为  $L$ ,第  $m$  个序列可表示为  $a_m = \{a_m(0), a_m(1), \dots, a_m(L-1)\}$ ,且满足  $\phi_{a_m}(0) = \sum_{l=0}^{L-1} |a_m(l)|^2 = 1$ ,其中  $0 \leq m \leq M-1$ 。令  $\phi_a$  表示集合  $A$  中最大的周期异相自相关函数值,  $\phi_c$  表示集合  $A$  中最大的周期互相关函数值,且  $\phi_{\max} = \max \{\phi_a, \phi_c\}$ ,则有

$$\phi_{\max}^{2k} \geq \frac{1}{ML-1} \left[ \frac{ML}{\binom{L+k-1}{k}} - 1 \right] \quad (1.5)$$

其中,  $k$  是任意一个正整数。当  $k=1$  时,进一步有

$$\phi_{\max} \geq \sqrt{\frac{M-1}{ML-1}} \quad (1.6)$$