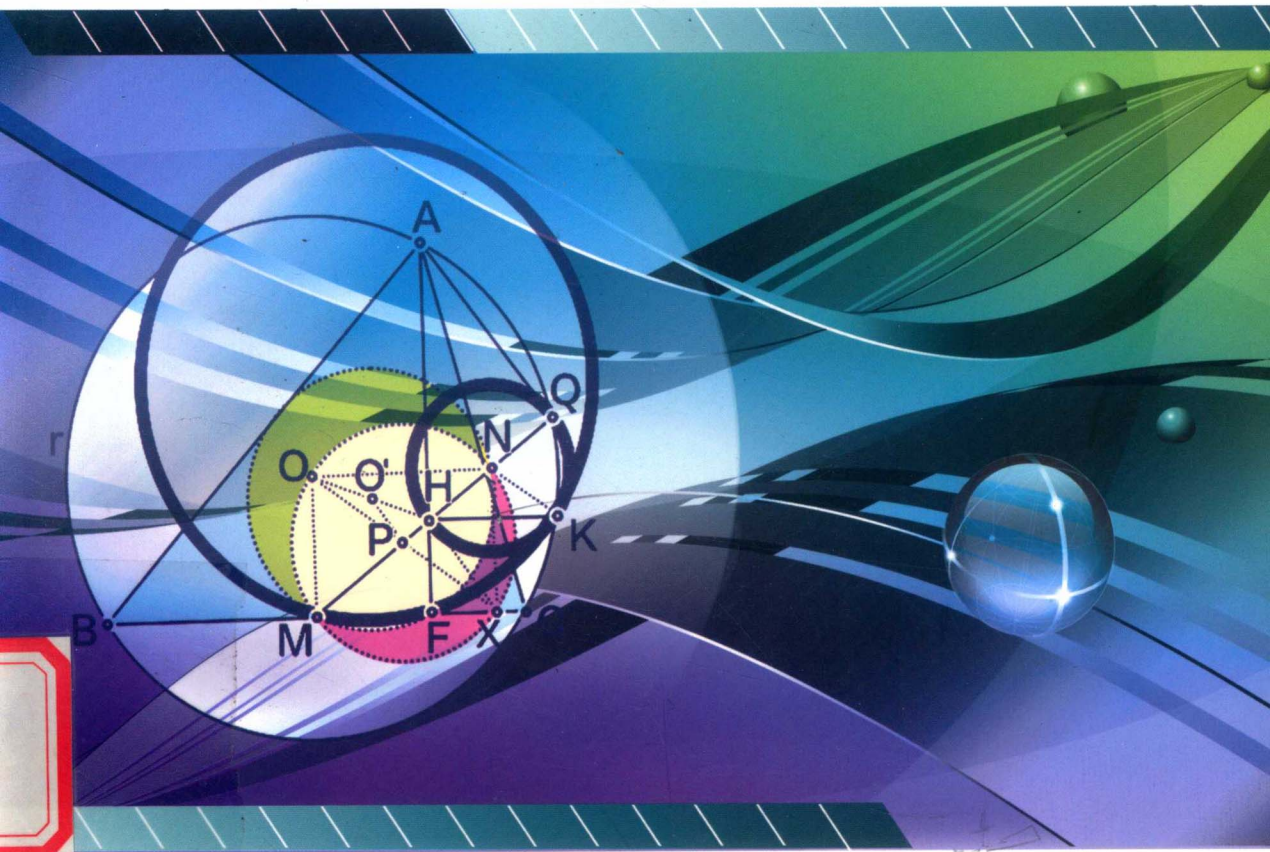


“新工科建设”教学探索成果·“十三五”规划教材

微积分

同步练习与提高(一)

• 余琛妍 李莎莎 涂黎晖 主 编
• 王聚丰 孙海娜 翁云杰 副主编 • 苏德矿 主 审



中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

“新工科建设”教学探索成果 “十三五”规划教材

微积分同步练习与提高 (一)

余琛妍 李莎莎 涂黎晖 主编

王聚丰 孙海娜 翁云杰 副主编

苏德矿 主审

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

本书是与《微积分学(第二版)》上册(高等教育出版社,2013,ISBN 9787040374582)配套的同步练习与提高,内容包括:函数与极限、导数与微分、微分学基本定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、一元微积分学的补充应用和无穷级数。

本书按章节编写了与教材内容相对应的基础练习题,并在题目之后留了相应的解题空间,以便学生可以随时书写解题步骤,同时也利于教师的批阅。通过同步基础练习题的训练,希望学生能更好地掌握每一章节的内容和重点、难点;本书每个章节还设有综合提高练习题,使部分学有余力的学生可以进一步尝试,开阔解题思路,提高自身解题能力,达到分层次教学的目的;最后,本书收录了微积分课程的期中、期末考试样卷,旨在让学生了解试卷类型和知识分布,帮助学生取得理想的成绩。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

微积分同步练习与提高. 一 / 余琛妍, 李莎莎, 涂黎晖主编. —北京: 电子工业出版社, 2018.2

ISBN 978-7-121-31975-4

I. ①微… II. ①余… ②李… ③涂… III. ①微积分—高等学校—教学参考资料 IV. ①O172

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第139779号

策划编辑: 章海涛

责任编辑: 章海涛 文字编辑: 刘 瑀

印 刷: 三河市鑫金马印装有限公司

装 订: 三河市鑫金马印装有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编: 100036

开 本: 787×1092 1/16 印张: 22.25 字数: 273千字

版 次: 2018年2月第1版

印 次: 2018年2月第1次印刷

定 价: 30.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010)88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 zlt@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式: 192910558 (QQ群)。

前 言

微积分是高等学校工科类专业和经管类专业的一门重要的数学基础课。能否用数学的思维、方法去思考、推理及定量分析一些自然现象和经济现象，是衡量民族科学文化素质的重要标志，提高数学素养在培养高素质人才中有着不可替代的重要作用。

本书是与高等教育出版社出版的《微积分学》(上册)(蔡燧林 吴正昌 孙海娜 编著)相配套的学习辅导用书，主要面向使用该教材的学生，也可供使用该教材的教师参考。本书分成三大部分：第一部分为基础题，根据《微积分学》的章节顺序和教学进度，选出适量的习题并留有解题空间，可作为作业供学生练习，同时也为老师批阅和学生复习提供了方便；第二部分为提高题，在原有的习题难度基础上，结合教材内容和考研大纲筛选出具有一定综合性的习题，并给出了详细的解题思路和解答过程，有的还提供了多种解法，该部分可作为学有余力的学生提高数学解题能力的参考题；第三部分为期中、期末样卷，可供学生复习备考使用。

本书的编写自始至终得到了浙江大学宁波理工学院领导的支持和关怀，数学组全体教师对各章节习题进行了筛选、演算和校正，并提出了很多宝贵的意见，编者在此一并向他们表示衷心的感谢。

高等教育出版社出版的《微积分学》(上册)在浙江大学宁波理工学院和其他一些院校已经使用十多年，编写与该教材配套的用书是我们多年的心愿，现将长期教学实践积累的点滴写出来，为数学课程的学习带来更多的方便。由于我们对编写此类书缺乏经验，水平有限，书中难免存在不足之处，恳请同行和读者批评指正。

编 者
浙江大学宁波理工学院

目 录

第1章 函数	1
1.1 函数概念	1
1.2 函数的几种特性	2
1.3 反函数与复合函数	4
1.4 基本初等函数与初等函数	4
第2章 极限与连续	6
2.1 数列的极限	6
2.2 函数的极限	7
2.3 无穷大与无穷小	8
2.4 极限的运算	9
2.5 判别极限存在的两个重要准则、两个重要极限	11
2.6 无穷小的比较	13
2.7 函数的连续性	15
第3章 导数与微分	17
3.1 导数的概念	17
3.2 导数的四则运算、反函数与复合函数的导数	19
3.3 高阶导数	24
3.4 隐函数求导法	25
3.5 函数的微分	27
第4章 微分学的基本定理与导数的应用	29
4.1 微分学中值定理	29
4.2 洛必达法则	30
4.3 函数的单调性与极值、最大值、最小值及不等式问题	32
4.4 曲线的凹向、渐近线与函数图形的描绘	34
4.5 泰勒定理	35
第5章 不定积分	37
5.1 不定积分的概念与性质	37
5.2 几种基本的积分方法	40
5.3 几种典型类型的积分举例	48
第6章 定积分及其应用	50
6.1 定积分的概念	50

6.2	定积分的性质及微积分学基本定理	50
6.3	定积分的换元法与分部积分法	51
6.4	反常积分	55
6.5	定积分在几何上的应用	56
第7章	一元微积分学的补充应用	58
7.1	参数方程与极坐标方程及其微分法	58
7.2	平面曲线的弧长与曲率	60
7.3	定积分与反常积分在物理上的某些应用	61
7.4	一元微积分在经济中的某些应用	61
第8章	无穷级数	62
8.1	无穷级数的基本概念及其性质	62
8.2	正项级数及其判别法	63
8.3	交错级数与任意项级数及它们的判别法	65
8.4	幂级数及其性质	67
8.5	函数展开成幂级数及应用	67
附录 A.1	极限与连续提高题	70
附录 A.2	导数与微分提高题	72
附录 A.3	微分学的基本定理与导数的应用提高题	74
附录 A.4	不定积分提高题	76
附录 A.5	定积分及其应用提高题	78
附录 A.6	一元微积分学的补充应用提高题	81
附录 A.7	无穷级数提高题	82
附录 B.1	《微积分 I》期中考试样卷(一)	85
附录 B.2	《微积分 I》期中考试样卷(二)	90
附录 B.3	《微积分 I》期末考试样卷(一)	97
附录 B.4	《微积分 I》期末考试样卷(二)	103
附录 B.5	《微积分 I》期末考试样卷(三)	109
附录 B.6	《微积分 I》期末考试样卷(四)	115
附录 C.1	习题答案	121
附录 C.2	提高题答案	128
附录 C.3	考试样卷答案	162

2. 求 $y = \sqrt{\lg(5x-4)}$ 的定义域。

第 1 章 函数

1.1 函数概念

1. 求 $f(x)$ 。

(1) 已知 $f(x^2) = \frac{1}{x} (x < 0)$;

设函数 $y = y(x)$ 由方程 $x^2 - \arcsin y = \pi$ 所确定, 求 $y = y(x)$ 的定义域。

(2) 已知 $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} (x \neq 0)$;

1.2 函数的几种特性

4. 设 $f(x)$ 的定义域为 $(-a, a) (a > 0)$, 问下列函数的奇偶性。

(3) 已知 $f(\sin^2 x) = \cos 2x + \tan^2 x$;

15. $\varphi(x) = f(x) - f(-x)$ 。

(4) 已知 $f(2 + \cos x) = \sin^2 x + \tan^2 x$ 。

2. 求 $y = \sqrt{\lg(5x - 4x^2)}$ 的定义域。

3. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $x^2 - \arcsin y = \pi$ 所确定, 求 $y = y(x)$ 的定义域。

1.2 函数的几种特性

4. 设 $f(x)$ 的定义域为 $(-a, a) (a > 0)$, 问下列函数的奇偶性。

(1) $\varphi(x) = f(x) + f(-x)$;

(2) $\varphi(x) = f(x) - f(-x)$ 。

5. 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 分别是定义在 $(-\infty, \infty)$ 上的严格单调增函数与严格单调减函数, 试讨论下列函数在 $(-\infty, \infty)$ 上的单调性。

- (1) $f(g(x))$; (2) $g(f(x))$; (3) $f(f(x))$;
(4) $g(g(x))$; (5) $f(x)g(x)$; (6) $(f(x))^2$;
(7) $(g(x))^2$ 。

6. 设常数 δ 满足 $0 < \delta < 1$, 讨论函数 $f(x) = \frac{1}{x}$:

(1) 在区间 $(0, 1)$ 内的有界性;

(2) 在区间 $[\delta, 1)$ 内的有界性。

1.3 反函数与复合函数

7. 求下列函数的反函数 $x = \varphi(y)$, 并注明反函数的定义域。

(1) $y = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \quad (-\infty < x < +\infty);$

(2) $y = \begin{cases} e^x, & -\infty < x \leq 0 \\ -\frac{1}{x}, & 0 < x < +\infty \end{cases}.$

1.4 基本初等函数与初等函数

8. 求下列函数值:

(1) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right);$

(2) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right);$

(3) $\arcsin\left(\sin\frac{3\pi}{2}\right)$; 第2章 极限与连续

2.1 数列的极限

1. 以等腰直角三角形 ABC 的斜边 $AB=2$, 将斜边分成 $2n$ 等份, 作内接台形 (如图 2-1 所示), 求台形面积 A_n 并求 $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$ 是多少?

(4) $\arctan\left(\tan\frac{5\pi}{4}\right)$;



图 2-1

2. 设数列 $\{u_n\}$ 的通项 u_n 如下, 指出它们是否收敛. 若收敛, 求出其极限是多少?

(5) $\arcsin\left(\cos\frac{4\pi}{7}\right)$; (1) $u_n = \frac{n-1}{n+1}$; (3) $u_n = n(-1)^n$;

(4) $u_n = \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi}{2}$; (5) $u_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n}$.

(6) $\sin\left[\arccos\left(-\frac{5}{13}\right)\right]$.

第2章 极限与连续

2.1 数列的极限

1. 设等腰直角三角形 ABC 的斜边 $AB=2$, 将斜边分成 $2n$ 等份, 作内接台阶形 (如图 2-1 所示)。求台阶形面积 A_n , 并求出 $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$ 是多少?

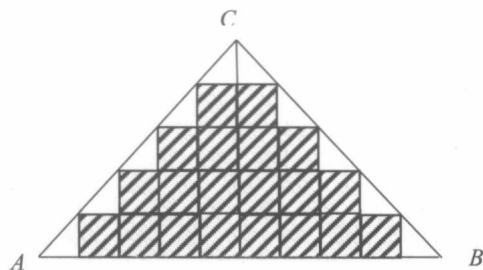


图 2-1

2. 设数列 $\{u_n\}$ 的通项 u_n 如下, 指出它们是否收敛? 若收敛, 求出其极限是多少?

(1) $u_n = \frac{1}{2^n}$; (2) $u_n = \frac{n-1}{n+1}$; (3) $u_n = n(-1)^n$;

(4) $u_n = \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi}{2}$; (5) $u_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n}$ 。

2.2 函数的极限

3. 指出下列极限是否存在, 若存在, 则求出其极限值:

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$;

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^-} [x]$;

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin x$;

(5) $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$;

(6) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{x}}$.

4. 设 $f(x)$ 如下, 指出 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 是否存在, 若存在, 则求出该极限值:

(1) $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$;

$$(2) f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}}, & x > 0 \\ \sin x, & x < 0 \end{cases}.$$

2.3 无穷大与无穷小

5. 指出下列各题中, 哪个是无穷小, 哪个是无穷大; 哪个既不是无穷小, 也不是无穷大。

(1) 当 $x \rightarrow 0$ 时 $\tan x$;

(2) 当 $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ 时 $\tan x$;

(3) 当 $x \rightarrow 0$ 时 $\sqrt[3]{x} \sin \frac{1}{x}$;

(4) 当 $x \rightarrow \infty$ 时 $x \cos x$;

(5) 当 $x \rightarrow 0$ 时 $\frac{1}{1 - \cos x}$;

(6) 当 $x \rightarrow 0$ 时 $\frac{1}{\ln|x|}$ 。

2.4 极限的运算

6. 求下列极限:

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \pi x}{x+2};$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x^2+1};$

(3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\tan \frac{\pi}{2} x};$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + 1}{e^x - 1}$

7. 求下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1} \right);$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^2 - a^2} (a \neq 0);$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2}{1 - 4x^2};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2}{1 - 4x^3};$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2}{1 - 4x^2};$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)^{30} (2x+3)^{70}}{(2x+1)^{100}};$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + x);$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} - x - 1}{\sqrt{x^2 + \sin x}}.$$

2.5 判别极限存在的两个重要准则、两个重要极限

8. 取“1”，“0”，“ ∞ ”，“不存在但也不是无穷”中适当的填入下列空格。

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}};$$