



普通高等教育农业部“十二五”规划教材
全国高等农林院校“十二五”规划教材



面向 21 世纪 课 程 教 材
Textbook Series for 21st Century

2008 年全国高等农业院校优秀教材

高等数学

第三版

梁保松 陈 涛 主编

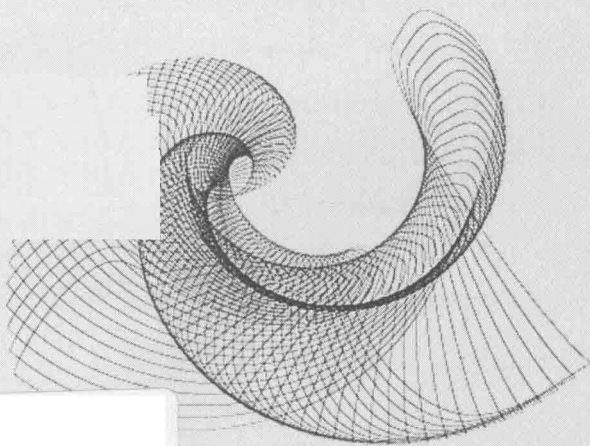
 中国农业出版社

普通高等教育农业部“十二五”规划教材
全国高等农林院校“十二五”规划教材
面向21世纪课程教材
2008年全国高等农业院校优秀教材

高等数学

第三版

梁保松 陈 涛 主编



中国农业出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学 / 梁保松, 陈涛主编. —3 版. —北京:
中国农业出版社, 2012.8 (2016.8 重印)

普通高等教育农业部“十二五”规划教材 全国高等
农林院校“十二五”规划教材 面向 21 世纪课程教材
2008 年全国高等农业院校优秀教材
ISBN 978-7-109-16836-7

I. ①高… II. ①梁… ②陈… III. ①高等数学-高
等学校-教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 137517 号

中国农业出版社出版

(北京市朝阳区农展馆北路 2 号)

(邮政编码 100125)

策划编辑 朱 雷 魏明龙

文字编辑 朱 雷

北京通州皇家印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

2002 年 6 月第 1 版 2012 年 8 月第 3 版

2016 年 8 月第 3 版北京第 5 次印刷

开本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 19.5

字数: 460 千字

定价: 30.00 元

(凡本版图书出现印刷、装订错误, 请向出版社发行部调换)

内 容 提 要

全书内容共九章，主要内容有：函数的极限与连续，导数与微分，微分中值定理与导数的应用，不定积分，定积分，多元函数微分学，二重积分，无穷级数，微分方程与差分方程。

本书各节后配有适量习题，以巩固所学知识。每章后均有自测题，涵盖了本章所学知识，有一定的深度和难度，其题型包括选择题、判断题、填空题和证明题，可供报考研究生者选用。书末附有习题及自测题参考答案。

本书内容丰富，取材广泛、结构严谨、逻辑清晰、叙述详细，可作为高等院校农、林、牧、生命、经管、财会等专业的教学用书，也可作为各类专业技术人员的参考书。

编写人员名单

主 编 梁保松 陈 涛

副 主 编 曹殿立 林淑容 王建平

编写人员 (按姓名拼音为序)

曹殿立 陈 涛 杜世平 方桂英

高胜哲 胡丽萍 李春宏 梁保松

林淑容 王建平 张玉峰

【 前 言 】

本书第一版被教育部列入全国高等教育“面向 21 世纪课程教材”，2002 年由中国农业出版社出版，获 2005 年全国高等农业院校优秀教材奖。2007 年修订为第二版，被列入全国高等农林院校“十一五”规划教材，获 2008 年全国高等农业院校优秀教材奖。第三版被列入普通高等教育农业部“十二五”规划教材。第三版是依据教育部农林高等院校理科基础课教学指导委员会讨论的教学基本要求，结合高等农林院校的教学实际，在广泛听取教师和读者意见的基础上，对第二版教材进行了进一步修订。修订后的第三版教材有以下特点：

一、保持了原教材内容丰富、取材广泛、结构严谨、叙述详细的体系和风格。同时吸收采纳了当前教育教学改革中的一些成功举措，使得新版教材既满足教学需要，更体现时代特色。

二、较多地设置了生物科学、生命科学、经济管理等方面的实例，加强了高等数学与实际的结合，突出了应用数学能力和建模思想的培养。

本书由河南农业大学梁保松担任第一主编，四川农业大学陈涛担任第二主编。副主编有曹殿立、林淑容和王建平，参编为杜世平、胡丽萍、李春宏、张玉峰、高胜哲和方桂英。全书修订工作由河南农业大学梁保松教授统稿和定稿。

参加第一版教材编写的有：梁保松、陈涛、张玉峰、赵玉祥、潘正义、党耀国、叶耀军、杨德彰、曹殿立；参加第二版教材编写的有：梁保松、陈涛、张玉峰、方桂英、曹殿立、叶耀军、林淑容、梅芳、杨燕新、胡丽萍和杜世平。

本书虽已两次修订，但错误和不足之处仍在所难免，敬请广大读者和授课教师批评斧正。

编 者

2012 年 5 月

【 目 录 】

前言

第一章 函数的极限与连续	1
第一节 函数的基本概念	1
一、函数定义	1
二、分段函数	2
三、复合函数	3
四、函数的几种特性	4
五、初等函数	5
习题 1-1	5
第二节 数列的极限	6
一、数列的概念	6
二、数列极限的定义	7
三、数列极限的性质	8
习题 1-2	11
第三节 函数的极限	11
一、自变量趋向于无穷大时函数的极限	12
二、自变量趋向于有限值时函数的极限	13
三、函数极限的性质	15
习题 1-3	15
第四节 无穷小量与无穷大量	15
一、无穷小量	15
二、无穷大量	17
习题 1-4	18
第五节 函数极限的运算法则	18
习题 1-5	21
第六节 两个重要极限	22
一、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	22
二、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	24
习题 1-6	25
第七节 无穷小量的比较	25



习题 1-7	27
第八节 函数的连续性与间断点	28
一、函数的连续性	28
二、函数的间断点	29
习题 1-8	30
第九节 连续函数的运算与初等函数的连续性	31
一、连续函数的运算	31
二、初等函数的连续性	32
三、利用函数的连续性求极限	32
四、闭区间上连续函数的性质	33
习题 1-9	34
第一章自测题	35
第二章 导数与微分	37
第一节 导数的概念	37
一、问题的提出	37
二、导数的定义	38
三、导数的几何意义	40
四、可导与连续的关系	41
习题 2-1	42
第二节 函数的求导法则	43
一、函数的和、差、积、商的求导法则	43
二、反函数的求导法则	46
三、复合函数的求导法则	47
习题 2-2	50
第三节 高阶导数	51
习题 2-3	53
第四节 隐函数及参数方程确定的函数的导数	53
一、隐函数的导数	53
二、由参数方程所确定的函数的导数	55
习题 2-4	56
第五节 函数的微分	57
一、微分的概念	57
二、微分的几何意义	59
三、微分基本公式和微分运算法则	59
四、高阶微分	61
五、微分的简单应用	61
习题 2-5	63
第二章自测题	64
第三章 微分中值定理与导数的应用	67
第一节 微分中值定理	67



一、费尔马定理	67
二、罗尔定理	67
三、拉格朗日中值定理	69
四、柯西定理	71
习题 3-1	72
第二节 洛必达(L'Hospital)法则	73
一、“ $\frac{0}{0}$ ”型未定式	73
二、“ $\frac{\infty}{\infty}$ ”型未定式	74
三、其他类型的未定式	75
习题 3-2	76
第三节 泰勒公式	77
习题 3-3	79
第四节 函数的增减性	79
习题 3-4	81
第五节 函数的极值	82
习题 3-5	85
第六节 函数的最大值和最小值	85
一、最大值和最小值	85
二、应用举例	86
习题 3-6	87
第七节 函数作图法	88
一、函数的凸凹与拐点	88
二、曲线的渐近线	89
三、函数图形的作法	90
习题 3-7	91
第八节 导数在经济分析中的应用	91
一、边际分析	91
二、弹性分析	94
习题 3-8	96
第三章自测题	97
第四章 不定积分	100
第一节 原函数与不定积分	100
一、原函数	100
二、不定积分	101
三、不定积分的几何意义	102
四、基本积分公式和不定积分的性质	102
习题 4-1	104
第二节 换元积分法	105
一、第一换元积分法(凑微分法)	105



二、第二换元积分法	108
习题 4-2	111
第三节 分部积分法	113
习题 4-3	115
第四节 几种特殊类型函数的积分	116
一、有理函数的不定积分	116
二、三角函数有理式的积分	121
三、简单无理函数的积分	122
习题 4-4	124
第五节 不定积分的应用	124
一、不定积分在农业经济中的应用	124
二、不定积分在生物科学中的应用	126
习题 4-5	128
第四章自测题	129
第五章 定积分	131
第一节 定积分的概念与性质	131
一、定积分问题举例	131
二、定积分的定义	132
三、定积分的几何意义	133
四、定积分的性质	134
习题 5-1	137
第二节 微积分基本公式	137
一、积分上限的函数	138
二、牛顿—莱布尼茨公式	140
习题 5-2	142
第三节 定积分的换元积分法和分部积分法	143
一、换元积分法	143
二、分部积分法	145
习题 5-3	146
第四节 广义积分与 Gamma 函数	147
一、积分区间为无穷区间的广义积分	147
二、被积函数具有无穷间断点的广义积分	149
三、Gamma 函数	150
习题 5-4	150
第五节 定积分的应用	151
一、微元法	151
二、平面图形的面积	152
三、体积	155
四、平面曲线的弧长	156
五、变力沿直线所做的功	157
六、经济应用问题	158



习题 5-5	160
第五章自测题	161
第六章 多元函数微分学	164
第一节 空间解析几何简介	164
一、空间直角坐标系	164
二、空间两点间的距离	165
三、空间曲面	165
四、空间曲线	167
五、常见的曲面	167
六、空间曲线在坐标面上的投影	170
习题 6-1	171
第二节 多元函数	171
一、区域	171
二、二元函数	172
习题 6-2	173
第三节 二元函数的极限与连续	174
一、二元函数的极限	174
二、二元函数的连续性	175
习题 6-3	175
第四节 偏导数	176
一、偏导数的概念	176
二、二元函数偏导数的几何意义	177
三、高阶偏导数	178
习题 6-4	179
第五节 全微分	180
一、全微分的定义	180
二、全微分在近似计算中的应用	182
习题 6-5	183
第六节 多元复合函数与隐函数的微分法	183
一、多元复合函数的求导法则	183
二、隐函数的求导法则	184
习题 6-6	186
第七节 多元函数的极值及其应用	187
一、极值的概念	187
二、条件极值(拉格朗日乘数法)	189
三、经济应用问题	191
习题 6-7	193
第六章自测题	194
第七章 二重积分	197
第一节 二重积分的概念与性质	197



一、二重积分的定义	197
二、二重积分的基本性质	198
习题 7-1	200
第二节 直角坐标系下二重积分的计算	201
习题 7-2	205
第三节 二重积分的换元法	206
习题 7-3	209
第四节 二重积分的应用	211
一、体积	211
二、曲面的面积	212
三、其他	212
习题 7-4	213
第七章自测题	213
第八章 无穷级数	217
第一节 数项级数	217
一、级数的敛散性	217
二、收敛级数的基本性质	218
习题 8-1	219
第二节 数项级数的敛散性判别法	220
一、正项级数及其敛散性判别法	220
二、交错级数及其敛散性判别法	224
习题 8-2	225
第三节 幂级数	226
一、幂级数的收敛性	227
二、幂级数的运算	229
习题 8-3	230
第四节 泰勒级数	230
一、泰勒(Taylor)级数	230
二、函数的泰勒展开式	231
习题 8-4	233
第八章自测题	234
第九章 微分方程与差分方程	236
第一节 微分方程的基本概念	236
习题 9-1	238
第二节 一阶微分方程	238
一、可分离变量的微分方程	239
二、齐次方程	242
三、一阶线性微分方程	244
习题 9-2	248
第三节 可降阶的高阶微分方程	249

一、 $y^{(n)}=f(x)$ 型的微分方程	249
二、 $y''=f(x, y')$ 型的微分方程	250
三、 $y''=f(y, y')$ 型的微分方程	251
习题 9-3	253
第四节 二阶常系数线性微分方程	253
一、二阶常系数齐次线性微分方程	253
二、二阶常系数非齐次线性微分方程	255
习题 9-4	258
第五节 差分方程基础	259
一、差分的概念	259
二、差分方程	260
习题 9-5	260
第六节 一阶常系数线性差分方程	261
一、差分方程解的结构	261
二、一阶常系数齐次线性差分方程	261
三、一阶常系数非齐次线性差分方程	261
四、二阶常系数线性差分方程	263
习题 9-6	265
第九章自测题	265
参考答案	267
主要参考文献	295

[第一章]

函数的极限与连续

函数是高等数学的主要研究对象. 所谓函数关系就是变量之间的对应关系. 极限方法是研究变量的一种基本方法. 本章介绍函数、函数的极限和函数的连续性等基本概念, 这些内容构成了全书的基础.

第一节 函数的基本概念

在初等数学中, 读者已学过函数概念, 本节仅就这方面内容归纳和补充.

一、函数定义

定义 1 设 x 和 y 是两个变量, D 是一非空数集. 如果对于每个数 $x \in D$, 变量 y 按照一定法则 f 有唯一确定的数值与 x 对应, 则称 y 是 x 的函数, 记作 $y = f(x)$. 数集 D 叫做这个函数的定义域, f 叫做对应法则, x 叫做自变量, y 叫做因变量.

当 x 取数值 $x_0 \in D$ 时, 与 x_0 对应的 y 的数值称为 $y = f(x)$ 在 x_0 处的函数值, 记作 $f(x_0)$. 当 x 取遍 D 的各个数值时, 对应的函数值的全体组成的数集

$$W = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$$

称为函数的值域.

由函数的定义可知, 一个函数由对应法则 f 及定义域 D 所完全确定, 选用什么字母表示函数不是本质的. 也就是说, 两个函数相同的充分必要条件是其定义域与对应法则完全相同. 例如, $f(x) = \sqrt[3]{x^4 - x^3}$ 与 $g(x) = x \sqrt[3]{x-1}$ 这两个函数的定义域都是 $(-\infty, +\infty)$, 而且对应法则也相同, 因而这两个函数是相同的. 函数 $f(x) = x$ 与 $g(x) = \frac{x^2 - x}{x - 1}$ 是不相同的, 因为 $f(x)$ 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 而 $g(x)$ 的定义域是 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$. 显然, $f(x) = 1 + x^2$ 与 $g(t) = 1 + t^2$ 是同一个函数.

例 1 对任意实数 x , 记 $[x]$ 为不超过 x 的最大整数.

例如, $[\sqrt{2}] = 1$, $[-\pi] = -4$, $[\pi] = 3$, $[0] = 0$, 称 $f(x) = [x]$ 为取整函数.

它的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 值域是整数集, 其图形如图 1-1 所示.

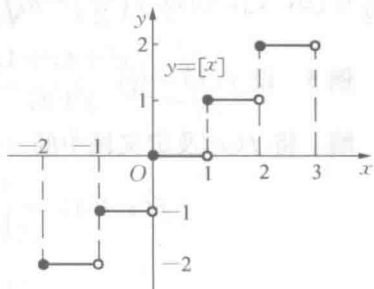


图 1-1



二、分段函数

例2 函数

$$y = f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

的定义域 $D = (-\infty, +\infty)$, 值域 $W = [0, +\infty)$, 其图形关于 y 轴对称(图 1-2). 这个函数称为绝对值函数.

例3 函数

$$y = f(x) = \begin{cases} -1+x^2, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1+x^2, & x > 0 \end{cases}$$

的定义域 $D = (-\infty, +\infty)$, 值域 $W = (-1, +\infty)$, 其图形如图 1-3 所示.

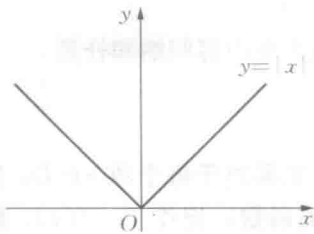


图 1-2

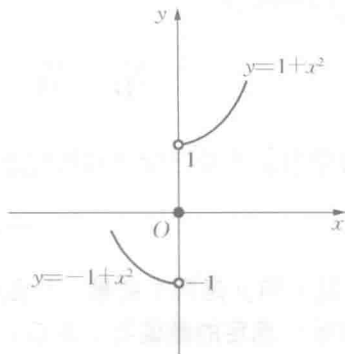


图 1-3

在例 2 和例 3 中看到, 有时一个函数要用几个式子表示, 这种在自变量的不同变化范围内, 对应法则用不同式子来表示的函数, 称为分段函数. 例 2 和例 3 都是分段函数.

例4 函数

$$y = f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1+x, & x > 1 \end{cases}$$

是一个分段函数, 它的定义域 $D = [0, +\infty)$. 分段函数的对应法则是由自变量所在的范围所确定的, 在求分段函数的函数值时, 应根据自变量所在的范围, 选择相应的对应法则. 例

如 $\frac{1}{2} \in [0, 1]$, 所以 $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$. $4 \in (1, +\infty)$, 所以 $f(4) = 1+4=5$.

例5 设 $f(x) = \begin{cases} x^3+4x+1, & x \geq 1, \\ x+2, & x < 1, \end{cases}$ 求 $f(x+4)$ 的定义域.

解 将 $f(x)$ 及定义域中的 x 分别用 $x+4$ 代换, 得

$$\begin{aligned} f(x+4) &= \begin{cases} (x+4)^3+4(x+4)+1, & x+4 \geq 1, \\ (x+4)+2, & x+4 < 1 \end{cases} \\ &= \begin{cases} (x+4)^3+4(x+4)+1, & x \geq -3, \\ x+6, & x < -3, \end{cases} \end{aligned}$$



$f(x+4)$ 的定义域为 $(-\infty, -3) \cup [-3, +\infty) = (-\infty, +\infty)$.

注意: 分段函数的定义域是各段函数定义域的并集.

三、复合函数

定义 2 设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 E , 函数 $u=\varphi(x)$ 的定义域为 D , 值域为 W . 若 $W \cap E$ 非空, 则称函数 $y=f[\varphi(x)]$ 是由函数 $y=f(u)$ 和函数 $u=\varphi(x)$ 复合而成的复合函数, 记作 $y=(f \circ \varphi)(x)=f[\varphi(x)]$ (图 1-4), u 称为中间变量.

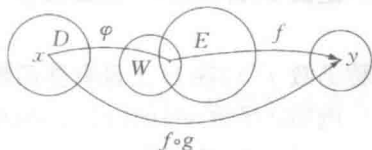


图 1-4

例 6 设 $y=f(u)=u^2$, $u=\varphi(x)=1-x^2$, 则复合而成的函数为

$$y=f[\varphi(x)]=(1-x^2)^2 \quad (-\infty < x < +\infty).$$

例 7 设 $y=f(u)=\sqrt{u}$, $u=\varphi(x)=1-x^2$, 则复合而成的函数为

$$y=f[\varphi(x)]=\sqrt{1-x^2} \quad (-1 \leq x \leq 1).$$

虽然函数 $u=\varphi(x)=1-x^2$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 但为了使复合后的函数有意义, 必须使 $u \geq 0$, 故限制 x 的范围为 $[-1, 1]$.

例 8 设函数 $y=f(u)=\arcsin u$, $u=\varphi(x)=3+x^2$, 则由于 x 无论取何值均有 $u \geq 3$, 故 $u=\varphi(x)$ 的值域 $W=[3, +\infty)$, 而 $y=f(u)$ 的定义域 $E=[-1, 1]$, $W \cap E = \emptyset$, 故 $y=f[\varphi(x)]$ 无定义.

例 8 表明: 并非任何两个函数都能够复合成一个复合函数.

例 9 设 $f(x)=x^2$, $g(x)=3x$, 求 $f[g(x)]$ 及 $g[f(x)]$.

解 $f[g(x)]=f(3x)=(3x)^2=9x^2$, $g[f(x)]=g(x^2)=3x^2$.

例 9 表明: $f[g(x)]$ 与 $g[f(x)]$ 一般来说是不同的.

关于复合函数, 重要的是把一个复合函数分解成若干个简单函数.

例如, $y=\ln \sin \sqrt{x^2+1}$ 可以分解为

$$y=\ln u, \quad u=\sin v, \quad v=\sqrt{w}, \quad w=x^2+1.$$

例 10 设 $f(\sin t)=1+\cos 2t$, 求 $f(x)$ ($|x| \leq 1$).

解 因为 $1+\cos 2t=2(1-\sin^2 t)$, 故 $f(\sin t)=2(1-\sin^2 t)$. 它可以看做是由 $f(x)=2(1-x^2)$ 与 $x=\sin t$ 复合而成的复合函数, 从而

$$f(x)=2(1-x^2).$$

例 11 设 $\varphi(x+1)=\begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 2x, & 1 < x \leq 2, \end{cases}$ 求 $\varphi(x)$.

解 因为 $\varphi(x+1)=\begin{cases} (x+1-1)^2, & 1 \leq x+1 \leq 2, \\ 2(x+1-1), & 2 < x+1 \leq 3, \end{cases}$ 令 $t=x+1$, 得

$$\varphi(t)=\begin{cases} (t-1)^2, & 1 \leq t \leq 2, \\ 2(t-1), & 2 < t \leq 3, \end{cases}$$

所以

$$\varphi(x)=\begin{cases} (x-1)^2, & 1 \leq x \leq 2, \\ 2(x-1), & 2 < x \leq 3. \end{cases}$$

例 12 已知 $f(x)=e^{x^2}$, $f[\varphi(x)]=1-x$, 且 $\varphi(x) > 0$, 求 $\varphi(x)$, 并写出它的定义域.



解 由 $f(x)=e^{x^2}$, 得 $f[\varphi(x)]=e^{[\varphi(x)]^2}$, 又由题设 $f[\varphi(x)]=1-x$, 故 $e^{[\varphi(x)]^2}=1-x$, 即 $[\varphi(x)]^2=\ln(1-x)$. 因 $\varphi(x)=\sqrt{\ln(1-x)}$, $\varphi(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 0)$.

四、函数的几种特性

定义 3(有界性) 设函数 $y=f(x)$, $x \in D$, 若存在常数 $E>0$, 使任意 $x \in D$ 都有

$$|f(x)| \leq E,$$

则称函数 $f(x)$ 在 D 上是有界函数.

例如, 函数 $y=\sin x$, $y=\cos x$ 在整个数轴上是有界的, 因为对一切 x , 有 $|\sin x| \leq 1$ 和 $|\cos x| \leq 1$. 而函数 $y=x^3$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上无界.

有界函数的等价定义是:

设函数 $y=f(x)$, $x \in D$, 若存在两个数 m 和 M , 使任意 $x \in D$ 都有

$$m \leq f(x) \leq M,$$

则称函数 $f(x)$ 在 D 上是有界函数.

定义 4(单调性) 设函数 $y=f(x)$, $x \in D$, 若对任意 $x_1, x_2 \in D$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 有:

(1) $f(x_1) \leq f(x_2)$ 成立, 则称 $f(x)$ 在 D 上单调增加; $f(x_1) < f(x_2)$ 成立, 则称 $f(x)$ 在 D 上严格单调增加.

(2) $f(x_1) \geq f(x_2)$ 成立, 则称 $f(x)$ 在 D 上单调减少; $f(x_1) > f(x_2)$ 成立, 则称 $f(x)$ 在 D 上严格单调减少.

例如, $y=x^3$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是严格单调增加的; $y=x^2$ 在 $(-\infty, 0)$ 内严格单调减少, 在 $(0, +\infty)$ 内严格单调增加, 但在整个定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内不是单调的; 函数 $y=[x]$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是单调增加的, 但不是严格单调增加的, 因为任意 $x_1, x_2 \in D$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $[x_1] \leq [x_2]$.

定义 5(奇偶性) 设函数 $y=f(x)$, $x \in D$, 其中 D 是关于原点对称的数集. 若对任意 $x \in D$, 有 $f(-x)=-f(x)$, 则称 $f(x)$ 是奇函数; 若对任意 $x \in D$, 有 $f(-x)=f(x)$, 则称 $f(x)$ 是偶函数.

例如, $y=\sin x$, $y=x^3$ 是奇函数; $y=\cos x$, $y=x^2$ 是偶函数; $y=\sin x+\cos x$ 既不是奇函数也不是偶函数.

奇函数的图形关于原点对称, 偶函数的图形关于 y 轴对称.

例 13 已知 $af(x)+bf\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{c}{x}$, $|a| \neq |b|$, 证明 $f(x)$ 是奇函数.

证 令 $u=\frac{1}{x}$, 代入原方程, 得 $af\left(\frac{1}{u}\right)+bf(u)=cu$, 从而 $af\left(\frac{1}{x}\right)+bf(x)=cx$.

将原方程及上面方程的两边分别乘 a, b , 然后相减, 得

$$a^2 f(x) - b^2 f(x) = \frac{ac}{x} - b cx = \frac{ac - bc x^2}{x}.$$

因为 $|a| \neq |b|$, 故有 $f(x) = \frac{ac - bc x^2}{(a^2 - b^2)x}$, 于是 $f(-x) = -\frac{ac - bc x^2}{(a^2 - b^2)x} = -f(x)$. 故 $f(x)$ 是奇函数.

例 14 设 $f(x) = \begin{cases} \cos x - x, & -\pi \leq x < 0, \\ \cos x + x, & 0 \leq x \leq \pi, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在其定义域内为偶函数.