

工程力学学习指导

刘克玲 主 编

郭 龙 副主编

王永跃 主 审

前 言

为适应高校教学改革的需要,笔者针对力学的学习特点,并根据多年的教学经验及学生反馈的情况,组织编写本书,供普通高等院校工科专业学习工程力学的学生、考研生和有关技术人员参考。

本书是与《工程力学》(王永跃、徐光文主编,天津大学出版社,第2版)配套的辅导教材。为了让读者更好地理解课程内容,扎实掌握课程知识点,本书的每一章(不包含第5章)都包含以下五部分内容:第一部分是理论要点,对该章的主要理论知识进行总结概述,以帮助读者更好地掌握教材的重点内容和知识体系;第二部分是例题详解,对各种类型的例题给出了解题指导以及详细的解题过程,以帮助读者掌握更多的解题技巧;第三部分是自测题,包含概念题和计算题,读者可通过这部分题来检验自己的知识掌握情况;第四部分是自测题解答,可帮助读者复核自己的解题过程,以便更好地找到问题所在并逐步提高解题能力;第五部分是配套教材《工程力学》的课后习题解答。第5章因配套教材无习题,所以这一章没有第五部分内容。为方便读者,书中章节次序和习题编号均同教材保持一致。

根据多年的教学情况,学生普遍反映力学难,虽然能听懂老师所讲,但自己一旦做起题来就无从下手。学好力学没有捷径,只有通过大量地做题,多做多看多练习,才能学好。本书尽可能列举多类型的、不同难度的题,供读者练习,希望能对读者有所帮助。

本书由刘克玲任主编,郭龙任副主编,王永跃任主审。参加各章节前四部分内容编写工作的有:第1、2、3、4、15、16章及附录部分由郭龙编写,第5、6、7、8、9、10、11、12、13、14章由刘克玲

编写。参加各章课后习题解答编写工作的有：第1、2章由马丽编写，第3、4章由焦卫、焦永树编写，第6、13章由王永跃编写，第7、8章由李志萍编写，第9、10章由刘永华、陈培奇编写，第11、12、14章由刘克玲编写，第15、16章及附录由郭龙、徐光文编写。

由于编者水平有限，书中难免有疏漏及不妥之处，敬请广大读者批评指正。

编者

2018年4月

目 录

第1章 静力学公理和物体的受力分析	(1)
1.1 理论要点	(1)
1.2 例题详解	(2)
1.3 自测题	(4)
1.4 自测题解答	(4)
1.5 习题解答	(4)
第2章 平面汇交力系与平面力偶系	(9)
2.1 理论要点	(9)
2.2 例题详解	(10)
2.3 自测题	(13)
2.4 自测题解答	(14)
2.5 习题解答	(15)
第3章 平面任意力系	(22)
3.1 理论要点	(22)
3.2 例题详解	(24)
3.3 自测题	(28)
3.4 自测题解答	(29)
3.5 习题解答	(29)
第4章 空间力系	(49)
4.1 理论要点	(49)
4.2 例题详解	(51)
4.3 自测题	(54)
4.4 自测题解答	(56)
4.5 习题解答	(56)
第5章 材料力学的基本概念和假定	(68)
5.1 理论要点	(68)
5.2 例题详解	(69)
5.3 自测题	(72)
5.4 自测题解答	(73)
第6章 轴向拉伸和压缩	(74)
6.1 理论要点	(74)
6.2 例题详解	(77)
6.3 自测题	(90)

6.4	自测题解答	(92)
6.5	习题解答	(92)
第7章	剪切	(105)
7.1	理论要点	(105)
7.2	例题详解	(106)
7.3	自测题	(110)
7.4	自测题解答	(112)
7.5	习题解答	(112)
第8章	扭转	(118)
8.1	理论要点	(118)
8.2	例题详解	(120)
8.3	自测题	(128)
8.4	自测题解答	(131)
8.5	习题解答	(131)
第9章	梁的内力	(143)
9.1	理论要点	(143)
9.2	例题详解	(145)
9.3	自测题	(151)
9.4	自测题解答	(154)
9.5	习题解答	(154)
第10章	梁的应力	(164)
10.1	理论要点	(164)
10.2	例题详解	(168)
10.3	自测题	(174)
10.4	自测题解答	(176)
10.5	习题解答	(177)
第11章	梁弯曲时的变形	(188)
11.1	理论要点	(188)
11.2	例题详解	(189)
11.3	自测题	(199)
11.4	自测题解答	(201)
11.5	习题解答	(202)
第12章	用能量法计算弹性位移	(216)
12.1	理论要点	(216)
12.2	例题详解	(218)
12.3	自测题	(226)
12.4	自测题解答	(227)

12.5	习题解答	(228)
第 13 章	应力状态和强度理论	(244)
13.1	理论要点	(244)
13.2	例题详解	(247)
13.3	自测题	(256)
13.4	自测题解答	(258)
13.5	习题解答	(258)
第 14 章	组合变形	(268)
14.1	理论要点	(268)
14.2	例题详解	(272)
14.3	自测题	(281)
14.4	自测题解答	(283)
14.5	习题解答	(283)
第 15 章	压杆稳定	(291)
15.1	理论要点	(291)
15.2	例题详解	(293)
15.3	自测题	(295)
15.4	自测题解答	(297)
15.5	习题解答	(297)
第 16 章	动载荷	(314)
16.1	理论要点	(314)
16.2	例题详解	(315)
16.3	自测题	(317)
16.4	自测题解答	(318)
16.5	习题解答	(319)
附录 I	截面的几何性质	(329)
I.1	理论要点	(329)
I.2	例题详解	(331)
I.3	自测题	(334)
I.4	自测题解答	(335)
I.5	习题解答	(335)

第1章 静力学公理和物体的受力分析

1.1 理论要点

一、基本概念

(1) **力** 物体间相互的机械作用,这种作用使物体的形状和运动状态发生改变。

(2) **力系** 作用在物体上的一组力。按其作用线的相互关系,可分为共线力系、汇交力系、平行力系和任意力系。

(3) **刚体** 物体在外力作用下,其内部任意两点之间的距离始终保持不变。刚体是一个理想化的力学模型。

(4) **平衡** 物体相对于惯性参考系保持静止或作匀速直线运动的状态。

(5) **平衡力系** 使物体保持平衡状态不变的力系。

(6) **等效力系** 作用于物体上,且效应(内效应或外效应)相同的力系。

二、静力学公理

(1) **力的平行四边形公理** 作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力,合力的作用点也在该点,合力的大小和方向由以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线确定。

(2) **二力平衡公理** 作用在刚体上的两个力,使刚体保持平衡的充分必要条件是这两个力等值、反向、共线。满足二力平衡的刚体称为**二力体**。

(3) **加减平衡力系公理** 在作用于刚体上的任一力系中,加上一个平衡力系或从其中减去一个平衡力系,并不改变原力系对于刚体的作用效应。这个公理是研究力系等效变换的重要依据。

(4) **作用和反作用公理** 两物体间相互作用的力总是等值、反向、共线,且分别作用在这两个物体上。

(5) **刚化公理** 变形体在某一力系作用下处于平衡,如将此变形体置换为刚体,则平衡状态保持不变。

三、两个推论

(1) **刚体上力的可传性** 作用在刚体上某点的力,可以沿着它的作用线移到刚体内的任意一点,并不改变该力对刚体的作用。

(2) **三力平衡汇交定理** 作用于刚体上三个相互平衡的力,若其中两个力的作用线汇交于一点,则此三力必在同一平面内,且第三个力的作用线通过汇交点。

四、约束、约束反力及物体受力图

(1) **约束** 限制物体运动的装置称为约束。

(2) 约束反力 约束对被约束物体的反作用力称为约束反力。

(3) 物体的受力图 能反映出物体所受全部外力的简图。一个完整的受力图应包括研究对象(脱离体)、主动力和约束力三个构成要素。受力图是求解静力学问题的依据,应尽可能准确详尽地反映研究对象的受力特征。

此外,为提高受力分析和受力图的准确度,初学者需要克服如下常见错误。

①画“虚构力”。例如用凭主观想象的“虚力”与主动力去平衡,或者把作用在研究对象之外的力也画到脱离体受力图上。这里一定要注意,受力图上只画出作用在研究对象上的主动力以及其他物体作用在此研究对象上的力,而每一个力都必须有明确的施力物体,不能无中生有。

②画错约束反力的方向。约束力的方向应该按其约束类型确定,有些约束力能预知方向,如柔绳约束力和光滑接触面约束力,有些则可根据三力汇交和二力平衡条件预判其作用线的方位;若方向无法预知,则可在受力图上用大小未知的正交分力表示。

1.2 例题详解

例题 1-1 如图 1-1 所示杆系结构中, AB 杆与 CD 杆在 C 处用铰链连接, AB 杆端 B 处作用一集中力 F , 不计各杆自重。试分别画出 AB 杆、 CD 杆的受力图。

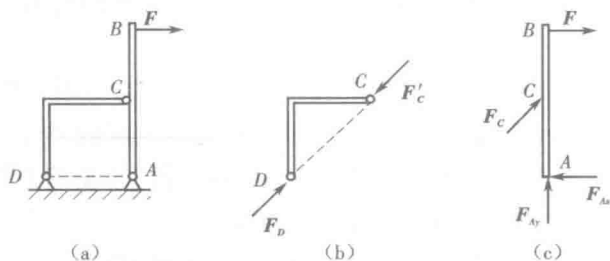


图 1-1

【解题指导】 作用在结构上的主动力仅为作用在 AB 杆端 B 处的集中力 F 。此题中 CD 杆为二力杆,可按照先简单后复杂的次序进行受力分析,即先分析 CD 杆,然后分析 AB 杆。

解 (1)取 CD 杆为研究对象。

该部分无主动力作用,两端采用铰链连接,且杆件不计自重,可视为二力杆,力的作用线方向沿 C 、 D 连线,假设 C 端和 D 端约束力分别为 F'_C 和 F_D ,并按图 1-1(b)所示画出。

(2)取 AB 杆为研究对象。

AB 杆端 B 处受主动力 F 作用。考虑到 C 处来自 CD 杆的作用力 F_C ,且满足 $F_C = -F'_C$,而 AB 杆在 A 处为固定铰支座,根据约束的性质,约束力方向不能确定,所以在 A 处用两个相互垂直的分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 来代替。画出的受力图如图 1-1(c)所示。

另外,对于 AB 杆 A 端的约束反力而言,读者也可根据三力平衡汇交定理自行进一步简化。

例题 1-2 如图 1-2 所示,构件 AB 与构件 CD 在 C 处通过铰链连接,不计各部分构件自重。试分别画出 AB 部分、 CD 部分以及整体的受力图。

【解题指导】 作用在结构上的主动力包括集中力和均布荷载,应完整准确地表示在脱离体对应位置上。特别应该注意的是在选择 AB (或 CD) 部分时,不能遗漏 C 处的作用力和反作用力;而取整体为研究对象时, C 处的作用力为内力,则不应出现在受力图中。

解 (1)取 AB 部分为研究对象。

该部分无主动力作用。构件 AB 在 A 处为固定铰支座,根据约束的性质,约束力方向不能确定,所以在 A 处用两个相互垂直的分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 来代替;在 B 处有滑动铰支座,其约束力 F_B 应过 B 点垂直于支承面且假设方向向上;在 C 处是铰接,其约束力方向不能确定,所以用两个相互垂直的分力 F_{Cx} 、 F_{Cy} 来代替,画出的受力图如图 1-3(a) 所示。

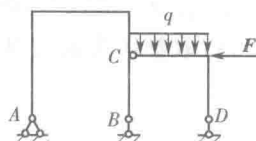


图 1-2

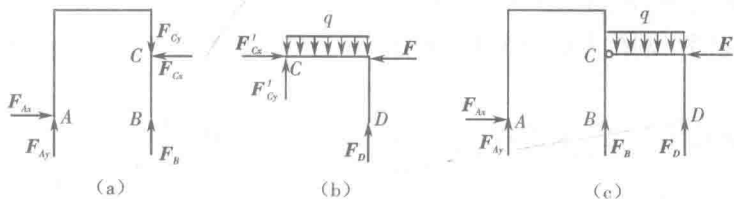


图 1-3

(2)取 CD 部分为研究对象。

该部分受主动力 F 和 q 作用。构件 CD 在 D 处有滑动铰支座,其约束力 F_D 应过 D 点垂直于支承面且假设方向向上;在 C 处有 F_{Cx} 、 F_{Cy} 的反作用力 F'_{Cx} 、 F'_{Cy} ,画出的整体受力图如图 1-3(b) 所示。

(3)取整体为研究对象。画出的受力图如图 1-3(c) 所示。

例题 1-3 如图 1-4(a) 所示组合梁,不计自重。

试分别画出 AC 部分、 CE 部分和整体的受力图。

【解题指导】 作用在结构上的主动力包括集中力 F 、集中力偶 M 和均布荷载 q 。此题按照先简单后复杂的次序进行受力分析,即先分析 CE 部分,然后分析 AC 部分,最后分析组合梁整体。

解 (1)取梁 CE 为研究对象。

梁 CE 受到的主动力只有集中力 F 。梁 CE 在 E 处有滑动铰支座,其约束力 F_E 应过 E 点垂直于支承面且假设方向向上;在 C 处是铰接,根据约束的性质,约束力方向不能确定,所以用两个相互垂直的分力 F_{Cx} 、 F_{Cy} 来代替,画出的受力图如图 1-4(b) 所示。

(2)取梁 AC 为研究对象。

梁 AC 受到的主动力有荷载集度为 q 的均布荷载和集中力偶 M 。梁 AC 在 B 处有滑动铰支座,其约束力 F_B 应过 B 点垂直于支承面并假设方向向上;在 C 处有 F_{Cx} 、 F_{Cy} 的反作用力 F'_{Cx} 、 F'_{Cy} ;在 A 处有固定铰支座,根据约束的性质,约束力方向不能确定,所以用两个相互垂直

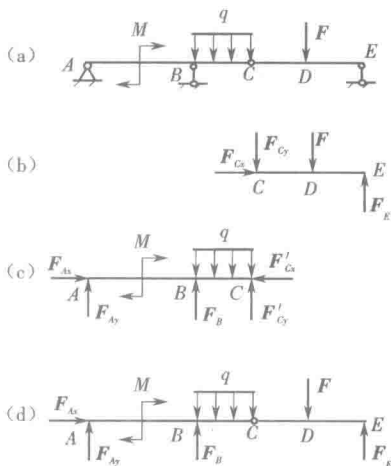


图 1-4

的分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 来代替,画出的受力图如图 1-4(c)所示。

(3)取整体为研究对象。画出整体的受力图如图 1-4(d)所示。

1.3 自测题

1-1 刚体受三个力作用,若力的作用线相交于同一点,则该刚体必处于平衡状态。

()

1-2 两个物体通过铰链连接,根据力的可传性,将作用在其中一个物体上的力沿其作用线移动到另一个物体上,而不影响两个物体间的作用力与反作用力。

()

1-3 合力的大小不一定比组成它的分力大。

()

1-4 作用在同一刚体上的两个力,使刚体保持平衡的充分必要条件是该两力_____、_____、_____。

1-5 作用在物体上同一点的两个力,其合力的作用点在_____,合力的大小和方向由_____确定。

1-6 如图 1-5 所示,构件 AC 与构件 BC 在 C 处铰接,不计各构件自重。试分别画出构件 AC、构件 BC 以及整体的受力图。

1-7 如图 1-6 所示组合梁,由构件 AC 及 CD 在 C 处用铰链连接而成,不计各构件自重。试分别画出构件 AC、构件 CD 以及整体的受力图。

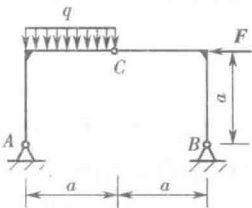


图 1-5

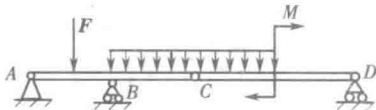


图 1-6

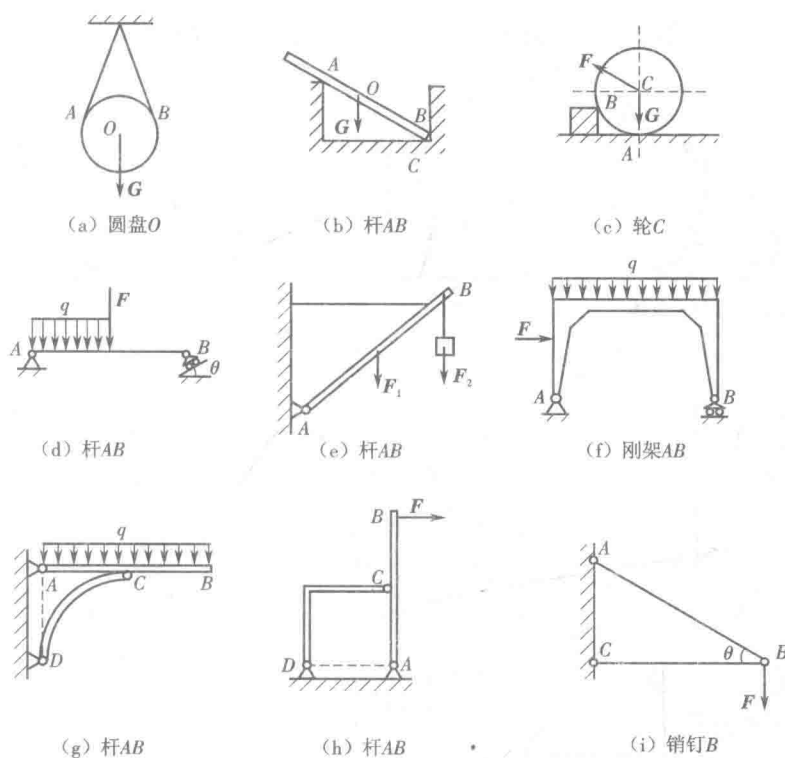
1.4 自测题解答

此部分内容请扫二维码。



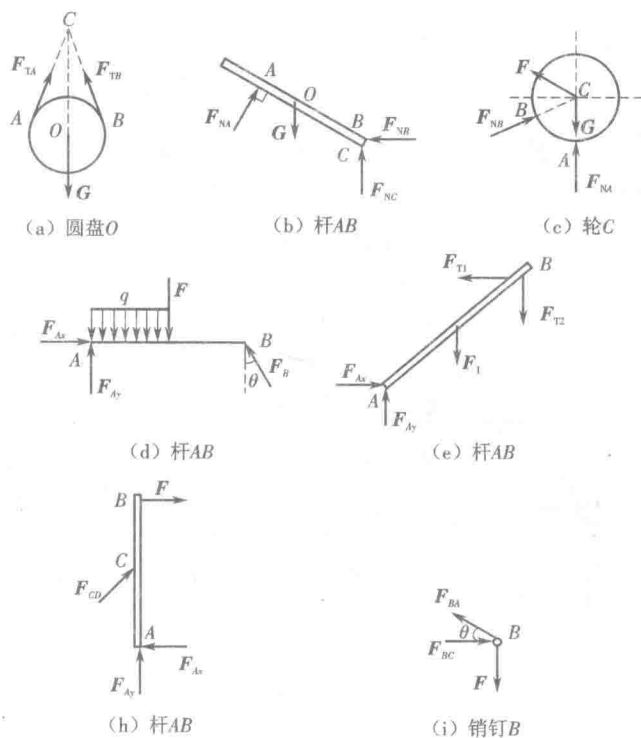
1.5 习题解答

1-1 画出下列各图中指定物体的受力图。未画出重力的物体其自重不计,所有接触处均为光滑接触。

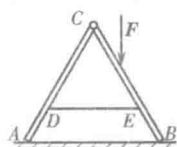


习题 1-1 图

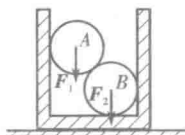
解



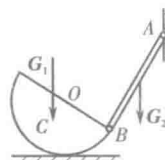
1-2 画出下列各图中指定物体的受力图。未画出重力的物体其自重不计,所有接触处均为光滑接触。



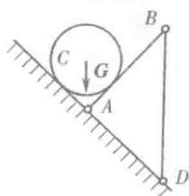
(a) AC杆; BC杆; 整体



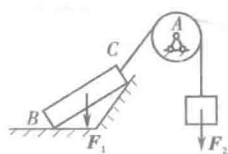
(b) 球A; 球B; 整体



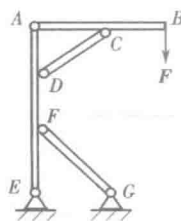
(c) AB杆; 半球O; 整体



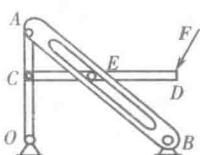
(d) AB杆; 轮C



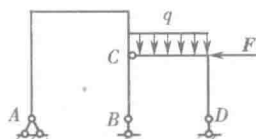
(e) BC杆; 滑轮A; 整体



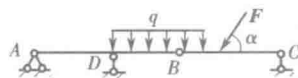
(f) 横梁AB; 主柱AE; 整体



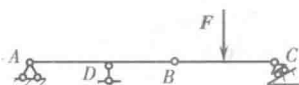
(g) OA杆; AB杆; CD杆; 整体



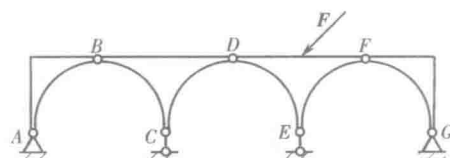
(h) 构件AB; 构件CD; 整体



(i) AB杆; BC杆; 整体



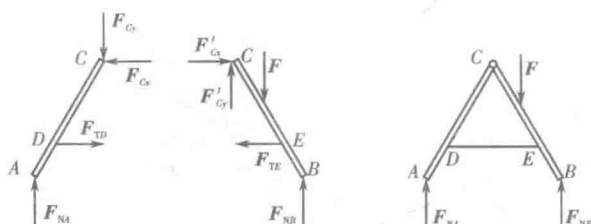
(j) AB杆; BC杆; 整体



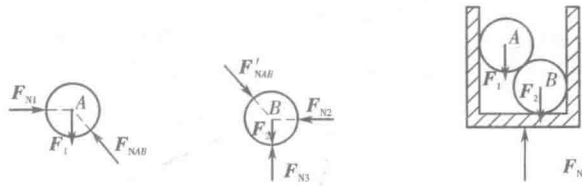
(k) 构件AB; 构件BCD; 构件DEF; 构件FG; 整体

习题 1-2 图

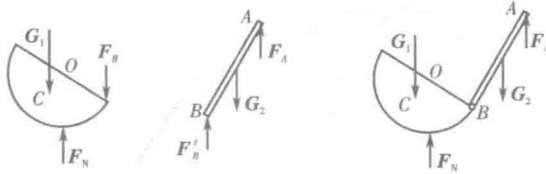
解



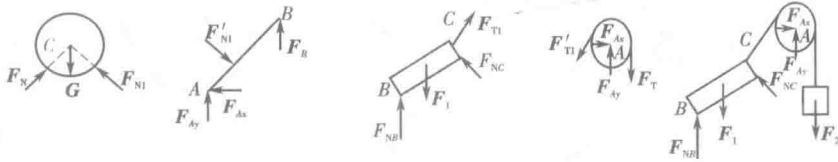
(a) AC杆; BC杆; 整体



(b) 球A; 球B; 整体

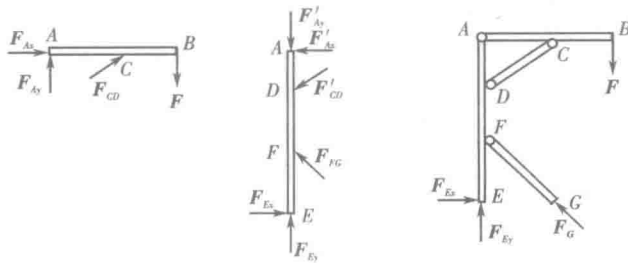


(c) AB杆; 半球O; 整体

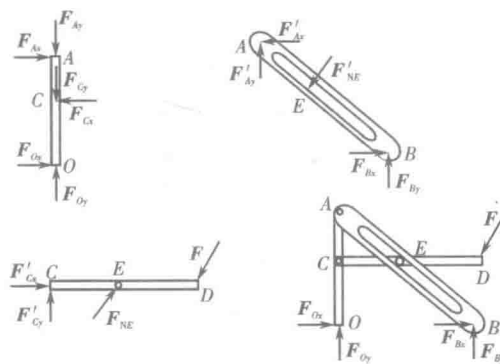


(d) AB杆; 轮C

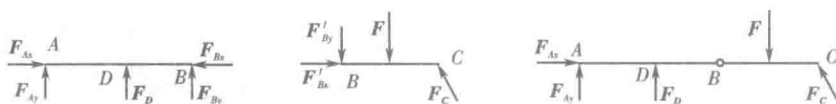
(e) BC杆; 滑轮A; 整体



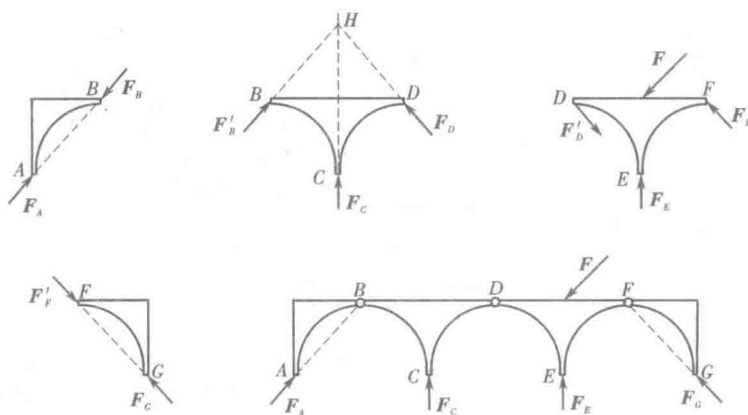
(f) 横梁AB; 立柱AE; 整体



(g) OA杆; AB杆; CD杆; 整体



(j) AB杆; BC杆; 整体



(k) 构件AB; 构件BCD; 构件DEF; 构件FG; 整体

习题 1-1(f)、(g), 1-2(h)、(i) 答案请扫二维码。



第2章 平面汇交力系与平面力偶系

2.1 理论要点

一、基本概念

(1) **力的投影** 力 F 在坐标轴上的投影等于力的模乘以力与投影轴正向间夹角 α 的余弦,它是标量,在直角坐标系下,可表示为 $F_x = F \cos \alpha, F_y = F \sin \alpha$ 。

(2) **平面汇交力系** 各力的作用线都在同一平面内且汇交于一点的力系。

(3) **力偶** 大小相等、方向相反而不共线的两个平行力所组成的力系。力偶中两个力的作用线间的垂直距离 d 称为**力偶臂**。力偶具有如下性质:

- ①力偶不能用一个力来代替,既不能合成为一个合力,也不能与一个力平衡;
- ②力偶中的两个力在任一轴上投影的代数和恒为零;
- ③力偶对于其作用面内任意一点之矩恒等于力偶矩,而与所选矩心的位置无关;
- ④只要保持力偶矩不变,力偶可以在其作用面内任意移转,且可以同时改变力偶中力的大小和力偶臂的长短,而不改变力偶对刚体的作用效应。

(4) **力偶矩** 力偶中力的大小与力偶臂长度的乘积并冠以正负号, $M = \pm Fd$,规定逆时针为正,它表示力偶对物体的转动效应。

(5) **平面力偶系** 作用在同一平面内的一组力偶。

二、基本定理

(1) **合力投影定理** 汇交力系的合力在某一轴上的投影等于各分力在同一轴上投影的代数和。合力 F_R 在 x, y 轴上的投影为

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx} &= \sum_{i=1}^n F_{xi} = \sum F_x \\ F_{Ry} &= \sum_{i=1}^n F_{yi} = \sum F_y \end{aligned} \right\}$$

(2) **合力矩定理** 平面汇交力系的合力对于平面内任一点之矩等于所有各分力对于该点之矩的代数和。即

$$M_O(F_R) = \sum_{i=1}^n M_O(F_i)$$

当力矩的力臂不易求出时,常将力分解为两个容易确定力臂的分力(通常分解为正交力),然后应用合力矩定理计算力矩。

(3) **力偶等效定理** 作用在同一平面内的两个力偶彼此等效的充分必要条件是这两个力

偶转向相同,且力偶矩的值也相等。

(4) **力的平移定理** 将作用在刚体上某点的力平行移动到该刚体上的任一新点,但必须在该力与新作用点所决定的平面内附加一个力偶,此力偶矩等于原来的力对新作用点之矩。它是力系简化的重要依据。

三、平面汇交力系的合成与平衡条件

(1) **合成** 合成方法有几何法和解析法。

几何法:合力矢是力多边形的封闭边,合力作用线通过力系的汇交点。

解析法:在直角坐标系中,合力 F_R 的大小和方向余弦为

$$\left. \begin{aligned} F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} \\ \cos(F_R, i) &= \frac{F_{Rx}}{F_R} = \frac{\sum F_x}{F_R} \\ \cos(F_R, j) &= \frac{F_{Ry}}{F_R} = \frac{\sum F_y}{F_R} \end{aligned} \right\}$$

(2) **平衡条件** 力系的合力为零,即 $F_R = 0$ 。

几何条件:力多边形自行封闭。

解析条件:力系中各力在任一坐标轴上的投影代数和均等于零,即

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$$

四、平面力偶系的合成与平衡

(1) **合成** 平面力偶系可以合成为一个合力偶,此合力偶矩等于原力偶系中各力偶矩的代数和,即

$$M = \sum_{i=1}^n M_i = \sum M_i$$

(2) **平衡条件** 平面力偶系平衡的充分必要条件是力偶系的合力偶矩为零,即力偶系中各力偶矩的代数和等于零,即

$$\sum M_i = 0$$

2.2 例题详解

例题 2-1 如图 2-1(a) 所示三角支架由杆 AB、AC 铰接而成,在铰 A 处作用力 F 。杆的自重不计,试求出杆 AB、AC 所受的力。

【解题指导】 杆 AB、AC 可视为二力杆,其受力沿杆长方向。故可取节点 A 为研究对象,通过平面汇交力系平衡的几何条件或解析条件,求解杆 AB、AC 的受力。

解 (1) 几何法。根据平面汇交力系平衡的几何条件,主动力 F 、杆件受力 F_{AB} 和 F_{AC} 可围成封闭直角力三角形,如图 2-1(b) 所示。由几何关系可得

$$F_{AC} = \frac{F}{\sin 60^\circ} = 1.155F, F_{AB} = F \tan 30^\circ = 0.58F$$

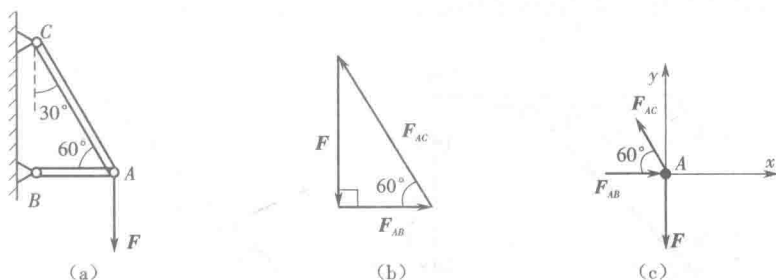


图 2-1

(2) 解析法。建立直角坐标系,取节点 A 为研究对象,其受力如图 2-1(c) 所示。列平衡方程得

$$\sum F_y = 0, \quad F_{AC} \sin 60^\circ - F = 0$$

$$F_{AC} = 1.155F$$

$$\sum F_x = 0, \quad F_{AB} - F_{AC} \cos 60^\circ = 0$$

$$F_{AB} = F_{AC} \cos 60^\circ = 1.155F \times 0.5 = 0.58F$$

例题 2-2 如图 2-2(a) 所示三铰刚架受水平力 F 作用,刚架的跨度为 $2l$,高度为 l 。试求支座 A、B 处的约束反力。

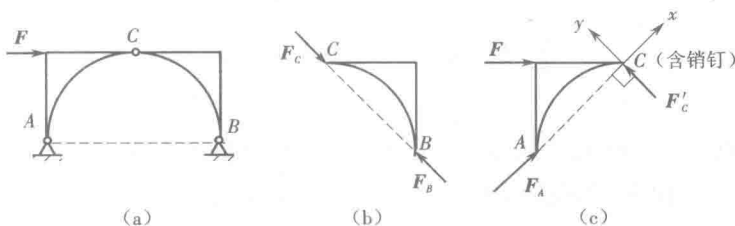


图 2-2

【解题指导】 刚架 BC 可视为二力杆,其受力如图 2-2(b) 所示。若取刚架 AC 为研究对象,主动力 F 与来自 BC 部分的反作用力 F'_C 相交于 C 点,根据三力汇交定理,可知 A 处的约束力 F_A 必经过 C 点,故可取节点 C 为研究对象,通过平面汇交力系平衡的解析条件,即可求解支座 A、B 处的约束反力。

解 (1) 取刚架 BC 为研究对象,可得 $F_B = F_C$ 。

(2) 取刚架 AC 为研究对象,考虑到 C 处的作用力与反作用力,建立直角坐标系如图 2-2(c) 所示,列平衡方程得

$$\sum F_y = 0, \quad F'_C - F \sin 45^\circ = 0$$

$$F'_C = F \sin 45^\circ = 0.707F = F_B$$

$$\sum F_x = 0, \quad F_A + F \cos 45^\circ = 0$$

$$F_A = -F \cos 45^\circ = -0.707F$$

例题 2-3 刚杆 ABC 与杆件 DE 在 E 处铰接, C 处受集中力 F 作用,如图 2-3(a) 所示。