

Detection Technology
and Application of
Polarized Light
Reflection Imaging

偏振光反射成像
探测技术及应用

◎ 薛模根 王 峰 韩裕生 刘 晓 著



中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

偏振光反射成像探测 技术及应用

薛模根 王 峰 韩裕生 刘 晓 著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有，侵权必究。

图书在版编目 (CIP) 数据

偏振光反射成像探测技术及应用 / 薛模根等著. —北京：电子工业出版社，2018.12
ISBN 978-7-121-33343-9

I. ①偏… II. ①薛… III. ①偏振光-光反射-成象系统-探测技术 IV. ①TN941.1
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 318164 号

责任编辑：富 军

印 刷：北京京师印务有限公司

装 订：北京京师印务有限公司

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本：720×1 000 1/16 印张：13.5 字数：242.3 千字

版 次：2018 年 12 月第 1 版

印 次：2018 年 12 月第 1 次印刷

定 价：58.00 元



凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若无调换，售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：(010)88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：(010)88254456。

前　　言

偏振成像技术作为一种新型的光学侦察手段，是光学成像技术的一个重要分支，近年来逐渐受到国内外研究人员的重视，尤其是在军事应用领域的研究成为一大热点。偏振成像技术能够同时获取目标的强度信息和偏振信息，不仅仅依靠空间分辨率，而且通过强度信息和偏振信息的融合对目标进行实时探测。偏振成像技术是一种基于目标偏振特性的光学侦察手段，通过多个偏振方向的偏振分析器，探测目标的反射、辐射光的偏振态，利用偏振态之间的相互关系生成目标图像。

由于偏振信息是矢量，不同物体的偏振信息各不相同，可以通过特殊的偏振解析方法将不同物体的偏振信息区分出来，因此，偏振成像技术能够获取更丰富的目标信息。与现有的光学成像侦察装备相比，偏振成像探测技术主要具有以下几个方面的优势：能够辨别伪装目标；具有穿透雾霾的能力；能够提高水下目标的能见度；能够获取目标更多的细节信息；能够辨识不良照度条件下的目标。偏振成像尤其适合对复杂背景下目标的成像侦察，可同时获取目标光学强度信息和偏振信息，在光电侦察、火控、制导等方面都有极其重要的军事价值，已经成为目标成像探测的热点技术领域之一。

自 2004 年以来，我们课题组针对战场复杂环境下的成像侦察需求，开展了偏振成像探测理论与技术研究。在偏振光成像探测基础理论研究基础上，重点开展了目标偏振反射特性反演、目标全偏振参量检测及特性分析、偏振矢量大气辐射传输、环境偏振光变化特性反演等研究，解决了单路旋转分时、多路平行同时、单路分光同时等不同偏振成像体制的关键技术，研制了相应的成像探测系统，对偏振成像探测的优势在军事上的应用进行了系统验证，为不良气象条件下成像、揭示伪装目标、提取目标细节特征、改善水下成像效果等提供了有效的新途径。

本书共分为 5 章：第 1 章为偏振光成像探测基本理论，介绍了光波的偏振态及其表征、平面波的反射和透射、偏振光学系统的表征等基础知识；第 2 章为目标反射偏振特性反演研究，主要研究目标偏振特性反演过程、目标偏

振双向反射特性反演、目标全偏振参量检测及特性分析、偏振矢量大气辐射传输反演和环境偏振光变化特性反演等内容，为偏振成像探测系统设计及偏振信息解析提供了理论依据；第3章为偏振成像探测系统设计，分析了典型的成像技术体制，重点研究了单路旋转分时成像系统、多路平行同时成像系统、单路分光同时成像系统的组成特点、主要技术参数、系统实现的关键技术及解决途径，介绍了课题组研制的多款偏振光反射成像探测系统，并给出了偏振成像探测系统定标的理论与方法；第4章为偏振图像信息解析与评价，依据处理过程，依次介绍了偏振图像的配准、合成和解析；第5章为偏振光反射成像探测技术的典型应用，主要是针对战场复杂环境下的侦察问题，对雾中目标、伪装目标、水下目标、目标细节侦察等应用情况进行了介绍。

本书主要由陆军炮兵防空兵学院偏振光成像探测技术安徽省重点实验室薛模根教授、王峰教授、韩裕生教授、刘晓博士等编写，吴云智副教授、王勇讲师、袁宏武副教授、张磊副研究员、杨钒讲师也参加了编写。参加有关课题研究的成员有薛模根、王峰、韩裕生、刘晓、吴云智、王勇、杨钒、郑云飞等。

本书内容的研究受到了国家自然科学基金“雾天条件下海上典型目标全偏振检测方法研究”(41176158)、“海洋典型目标红外偏振方向特性表征方法研究”(41406109)、6项武器装备预研项目等的资助，在此表示衷心感谢。

电子工业出版社对本书的编写和出版给予了热情的支持，对此表示诚挚感谢。书中有不妥之处，敬请读者批评指正。

作者

2018年12月

目 录

第1章 偏振光成像探测基本理论	1
1.1 光波的偏振态及其表征	1
1.1.1 光波的五种偏振态	1
1.1.2 偏振光的数学表示	2
1.1.3 斯托克斯 (Stokes) 向量法	4
1.1.4 琼斯 (Jones) 向量法	8
1.1.5 邦加球	9
1.2 平面波的反射和透射	10
1.2.1 菲涅耳公式	10
1.2.2 反射率和透射率	13
1.2.3 布鲁斯特定律	14
1.2.4 金属面的反射	15
1.3 偏振光学系统的表征方法	18
1.3.1 琼斯 (Jones) 矩阵法	18
1.3.2 米勒 (Mueller) 矩阵法	19
1.3.3 Jones 矩阵和 Mueller 矩阵的关系	22
参考文献	23
第2章 目标反射偏振特性反演研究	25
2.1 目标偏振特性反演过程	25
2.2 目标偏振双向反射特性反演	27
2.2.1 目标偏振双向反射特性模型	27
2.2.2 目标偏振双向反射特性测量	36
2.2.3 目标偏振双向反射特性分析	39
2.3 目标全偏振参量检测及特性分析	46

2.3.1 目标全偏振参量检测方法	46
2.3.2 目标全偏振参量特性分析	48
2.4 偏振矢量大气辐射传输反演	65
2.4.1 偏振矢量辐射传输分析	66
2.4.2 在不同大气状态下偏振敏感性反演	69
2.5 环境偏振光变化特性反演	75
2.5.1 环境偏振光形成机理	75
2.5.2 环境光蒙特卡罗模拟	77
2.5.3 环境偏振光分布模式反演	80
参考文献	83
第3章 偏振成像探测系统设计	86
3.1 偏振成像探测系统的体制	86
3.1.1 单路旋转分时成像体制	86
3.1.2 多路平行同时成像体制	87
3.1.3 单路分光同时成像体制	88
3.1.4 三种体制的比较	89
3.2 单路旋转变换分时偏振成像系统	89
3.2.1 组成及工作原理	90
3.2.2 主要技术指标	91
3.2.3 系统设计及特性分析	91
3.2.4 偏振分析器快速切换定位技术	95
3.3 多路平行同时偏振成像系统	97
3.3.1 组成和工作原理	98
3.3.2 主要技术指标	99
3.3.3 系统设计及特性分析	100
3.3.4 像方远心光路整形优化技术	104
3.4 单路分光同时偏振成像系统	107
3.4.1 组成及工作原理	108
3.4.2 主要技术指标	108
3.4.3 系统设计及特性分析	109

3.4.4 偏振光三路均分棱镜设计与光路保偏技术	111
3.5 多核 DSP 偏振图像的采集与处理技术	117
3.5.1 多核 DSP 时钟的同步设计	118
3.5.2 图像采集控制设计	119
3.5.3 多核 DSP 处理系统的设计	120
3.5.4 多级存储空间的设计	122
3.6 偏振成像探测系统定标	124
3.6.1 概述	124
3.6.2 机理分析	125
3.6.3 偏振图像像素输出校正模型	126
3.6.4 偏振成像探测系统误差校正	128
3.6.5 多光轴一致性校正	130
参考文献	133
第 4 章 偏振图像信息解析与评价	134
4.1 图像配准	135
4.1.1 典型图像配准算法	135
4.1.2 偏振成像系统几何偏差分析	137
4.1.3 偏振图像的特点及配准要求	139
4.1.4 基于互信息及多分辨率分析的偏振图像配准算法	140
4.1.5 多核 DSP 偏振图像并行处理技术	146
4.2 偏振图像合成处理	150
4.2.1 偏振图像合成算法	150
4.2.2 多核 DSP 偏振图像合成处理技术	153
4.2.3 多核 DSP 合成处理的数据通信设计	155
4.2.4 偏振图像高速并行处理的测试	157
4.3 偏振信息解析方法	159
4.3.1 偏振信息时域差分解析	159
4.3.2 偏振信息空间域调制融合解析	160
4.3.3 偏振信息多尺度调制融合解析	162
4.3.4 偏振信息 RGB 彩色融合解析	164

4.3.5 偏振信息 IHS 彩色融合解析	165
4.3.6 偏振信息自适应选择融合解析	167
参考文献	170
第5章 偏振光反射成像探测技术的典型应用	173
5.1 雾中目标偏振成像探测研究	173
5.1.1 基于大气偏振特性的偏振成像去雾研究	173
5.1.2 基于时频域分析的偏振成像去雾研究	180
5.2 伪装目标偏振成像探测研究	184
5.3 水下目标偏振成像探测研究	187
5.3.1 水下目标偏振成像探测手段	187
5.3.2 水下目标光成像探测过程建模	188
5.3.3 改善水下目标成像质量的方法	189
5.3.4 室外环境对水下目标被动偏振成像探测实验	190
5.3.5 水下环境对水下目标被动成像探测实验	195
5.3.6 水下对空观测	198
5.4 目标细节偏振成像探测研究	200
参考文献	202

第1章

偏振光成像探测基本理论

1.1 光波的偏振态及其表征

1.1.1 光波的五种偏振态

光波实质上是一种电磁波，完整描述光波需要电场强度 E 、电位移密度 D 、磁场强度 H 和磁通量密度 B 四个参量。当光与物质发生相互作用时，光波的电场对电子的作用力远比磁场对电子的作用力大得多，所以在四个矢量中选用电场强度 E 定义光波的偏振态。偏振是各种矢量波共有的一种性质，用电矢量 E 描述空间某一个固定点所观测到的矢量波随时间变化的特性。

偏振光一般可以分为自然光、部分偏振光、椭圆偏振光、线偏振光和圆偏振光。其中，线偏振光和圆偏振光可以看成是椭圆偏振光的两种特殊情况。

光波电矢量的振动在垂直于光传播方向上的取向无规则。这种光被称为自然光或者非偏振光。电矢量在各个方向上的振动之间无固定相位关系，且各向 E 振动的时间平均值相等。当自然光通过媒介发生折射、反射、吸收和散射后，某一方向的振动比其他方向占优势，振动分布不再对称，这样的光被称为部分偏振光。此时，电矢量在各个方向上的振动之间仍然无固定的相位关系，但是其中某一方向上 E 振动的时间平均值占相对优势。如果电振动

矢量的大小和方向都做有规律的变化，端点轨迹是一个椭圆，则这种光被称为椭圆偏振光。迎着光传播的方向看，当光波电矢量端点顺时针绕过一个椭圆时，这样的椭圆偏振光被称为右旋椭圆偏振光；迎着光传播的方向看，当光波电矢量端点逆时针绕过一个椭圆时，这样的椭圆偏振光被称为左旋椭圆偏振光。

单色光在自由空间的传播过程中，如果电矢量的振动方向保持不变，并只局限在某一确定平面内，则这种光被称为线偏振光或者平面偏振光。其特点是，①在垂直于光传播方向的任一平面上， E 的振动轨迹是一条方位不变的直线；②在传播过程中， E 的振动始终保持在一个确定的平面内。线偏振光在垂直于光传播方向的平面上可以分解为两个互相垂直的相位差 δ 为 0 或 $\pm\pi$ 整数倍的线偏振光。

如果电矢量的大小保持不变，并且方向绕传播轴转动，其末端在垂直于传播方向平面上的轨迹是一个圆，则这种光被称为圆偏振光。圆偏振光在垂直于光传播方向的平面上可以分解为两个互相垂直的、振幅相等的线偏振光。

图 1.1 为各种相位差的椭圆轨迹。可以看出，线偏振光和圆偏振光都可看作是椭圆偏振光的特例。

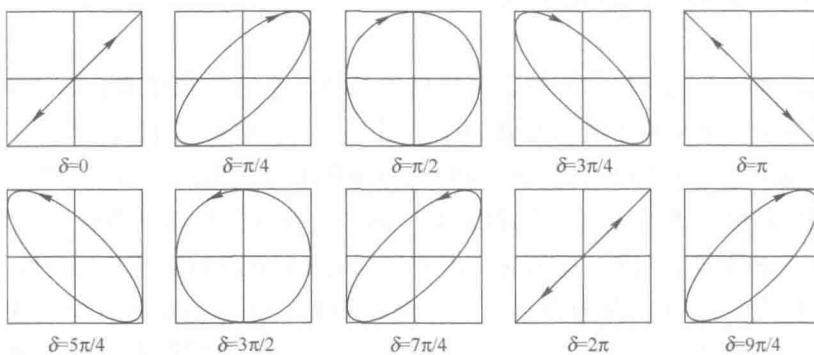


图 1.1 各种相位差的椭圆轨迹

1.1.2 偏振光的数学表示

假设单色偏振光波沿 z 轴方向传播，任意偏振态的椭圆偏振光都可认为是由 x 轴（水平轴）和 y 轴（垂直轴）方向的振动叠加而成的，而且电场矢量 E 随时间 t 正弦变化。在空间某一代表点上，电场矢量端点所描绘的曲线轨

迹为

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_x \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} Z + \varphi_x\right) \\ a_y \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} Z + \varphi_x + \delta\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.1.1)$$

式中, a_x 、 a_y 分别为偏振光 x 、 y 振动分量的振幅; φ_x 为 E_x 分量的相位; δ ($\delta = \varphi_y - \varphi_x$) 为两个分量之间的相对相位差。

图 1.2 将椭圆偏振光在直角坐标系中表示出来, 椭圆长轴在 ξ 轴上, 短轴在 η 轴上, x 轴与 ξ 轴之间的夹角被称为椭圆长轴方位角 ψ ($0 \leq \psi < \pi$)。椭圆在 x 、 y 方向振动分量的振幅分别为 a_x 、 a_y , 相对相位差为 δ 。椭圆在 ξ 、 η 方向上振动分量的振幅分别为 b_ξ 、 b_η 。 α 、 χ 分别被称为椭圆的振幅比角和椭偏率。

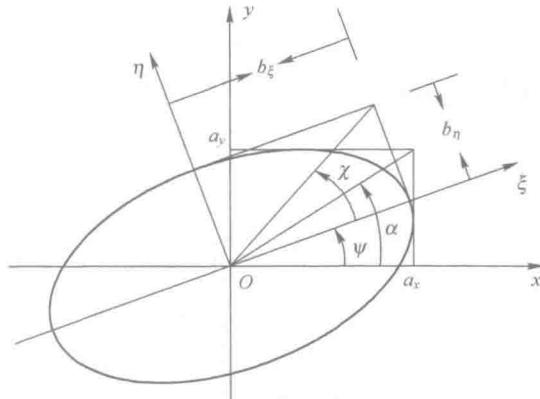


图 1.2 椭圆偏振光各参数示意图

两个坐标系的振动矢量分量 E_ξ 、 E_η 和 E_x 、 E_y 之间的关系为

$$\begin{cases} E_\xi = \cos\psi E_x + \sin\psi E_y \\ E_\eta = -\sin\psi E_x + \cos\psi E_y \end{cases} \quad (1.1.2)$$

在 $x-y$ 坐标系中, 电矢量用 E_x 、 E_y 表示为

$$\begin{cases} E_x = a_x \cos(\tau + \varphi_x) \\ E_y = a_y \cos(\tau + \varphi_y) \end{cases} \quad (1.1.3)$$

式中, $\tau = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} Z$ 。

在 ξ - η 坐标系中，椭圆长轴在 ξ 轴上， E_ξ 、 E_η 之间的相位差为 $\frac{\pi}{2}$ ，电矢量 E 用 E_ξ 、 E_η 表示为

$$\begin{cases} E_\xi = a_\xi \cos(\tau + \varphi_\xi) \\ E_\eta = a_\eta \cos\left(\tau + \varphi_\xi \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp a_\eta \sin(\tau + \varphi_\xi) \end{cases} \quad (1.1.4)$$

式中，最后一个等号右边的“-”表示右旋，“+”表示左旋。联立式 (1.1.2)~式 (1.1.4) 可以得到 a_x 、 a_y 、 b_ξ 、 b_η 、 α 、 χ 、 ψ 、 δ 之间的关系为

$$\begin{aligned} b_\xi^2 + b_\eta^2 &= a_x^2 + a_y^2 \\ \pm b_\xi b_\eta &= a_x a_y \sin \delta \\ \tan 2\psi &= \tan 2\alpha \cos \delta \\ \tan \chi &= \pm b_\eta / b_\xi \\ \sin 2\chi &= \sin 2\alpha \sin \delta \end{aligned} \quad (1.1.5)$$

式中， $\delta = \varphi_x - \varphi_y$ 。 δ 值为正或负时，分别表示右旋椭圆偏振光和左旋椭圆偏振光。

可见，对某一椭圆偏振光而言，其参数 a_x 、 a_y 、 b_ξ 、 b_η 、 α 、 χ 、 ψ 、 δ 之间的关系是确定的。根据椭圆的长、短轴 b_ξ 、 b_η 和取向 ψ 可以求出振幅 a_x 、 a_y 和相位差 δ ；反之，根据 a_x 、 a_y 和 δ 可以得到 b_ξ 、 b_η 和 ψ 。 a_x 、 a_y 和 δ 或 b_ξ 、 b_η 和 ψ 都可以唯一确定椭圆的外形和空间取向。

1.1.3 斯托克斯 (Stokes) 向量法

表征椭圆偏振需要三个独立的量，如振幅 a_x 、 a_y 和相位差 δ 或椭圆的长、短轴 b_ξ 、 b_η 和椭圆方位角 ψ 。在实用上，用斯托克斯向量表征光的偏振态更加便利。这种方法是 George Stokes 于 1852 年在关于部分偏振光的研究中引进的，用四个实数作为参数描述准单色或单色平面光波的各种偏振态。

Stokes 向量的四个参数分别用 S_0 、 S_1 、 S_2 和 S_3 表示。它包含偏振光的振幅、相位及偏振信息。

Stokes 向量的量纲是光强。四个分量是光强度的时间平均值。其物理含义为： S_0 表示总入射光的光强； S_1 表示水平、垂直分量光强的差； S_2 表示 45° 、 135° 分量光强的差； S_3 表示右旋、左旋圆偏振分量光强的差。表 1.1 给出了

典型偏振光的归一化 Stokes 向量。

表 1.1 典型偏振光的归一化 Stokes 向量

水平线偏振光	垂直线偏振光	45°线偏振光	135°线偏振光
$[1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$	$[1 \ -1 \ 0 \ 0]^T$	$[1 \ 0 \ 1 \ 0]^T$	$[1 \ 0 \ -1 \ 0]^T$
右旋圆偏振光		左旋圆偏振光	
$[1 \ 0 \ 0 \ 1]^T$	$[1 \ 0 \ 0 \ -1]^T$		

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x + I_y \\ I_x - I_y \\ I_{45} - I_{135} \\ I_r - I_l \end{bmatrix} \quad (1.1.6)$$

式中，六种光强 I_x 、 I_y 、 I_{45} 、 I_{135} 、 I_r 、 I_l 可以用 a_x 、 a_y 、 δ 表示为

$$I_x = \langle E_x E_x^* \rangle = \langle |E_x|^2 \rangle = a_x^2$$

$$I_y = \langle E_y E_y^* \rangle = \langle |E_y|^2 \rangle = a_y^2$$

$$I_{45^\circ} = \langle |E_x/\sqrt{2} + E_y/\sqrt{2}|^2 \rangle = \frac{1}{2}(a_x^2 + a_y^2 + 2a_x a_y \cos\delta)$$

$$I_{135^\circ} = \langle |-E_x/\sqrt{2} + E_y/\sqrt{2}|^2 \rangle = \frac{1}{2}(a_x^2 + a_y^2 - 2a_x a_y \cos\delta) \quad (1.1.7)$$

$$I_r = \left\langle \left| E_x \exp\left(i \frac{\pi}{2}\right) / \sqrt{2} + E_y / \sqrt{2} \right|^2 \right\rangle = \frac{1}{2}(a_x^2 + a_y^2 + 2a_x a_y \sin\delta)$$

$$I_l = \left\langle \left| E_x \exp(-i\pi/2) / \sqrt{2} + E_y / \sqrt{2} \right|^2 \right\rangle = \frac{1}{2}(a_x^2 + a_y^2 - 2a_x a_y \sin\delta)$$

式中， $\langle \rangle$ 表示测量的时间平均值；* 表示复共轭。

综合式 (1.1.6) 和式 (1.1.7), Stokes 向量可用振幅 a_x 、 a_y 和相位差 δ 表示为

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle E_x E_x^* \rangle + \langle E_y E_y^* \rangle \\ \langle E_x E_x^* \rangle - \langle E_y E_y^* \rangle \\ \langle E_x E_y^* \rangle + \langle E_y E_x^* \rangle \\ i(\langle E_x E_y^* \rangle - \langle E_y E_x^* \rangle) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x^2 + a_y^2 \\ a_x^2 - a_y^2 \\ 2a_x a_y \cos\delta \\ 2a_x a_y \sin\delta \end{bmatrix} \quad (1.1.8)$$

当然, 也可以用椭偏率 χ 和椭圆方位角 ψ 来表示 Stokes 向量, 即

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_0 \cos 2\chi \cos 2\psi \\ S_0 \cos 2\chi \sin 2\psi \\ S_0 \sin 2\chi \end{bmatrix} \quad (1.1.9)$$

可见, 椭圆长轴 b_ξ 、短轴 b_η 、椭偏率 χ 、椭圆方位角 ψ 和 Stokes 向量的各分量有如下关系, 即

$$\chi = \arctan \frac{b_\eta}{b_\xi} = \frac{1}{2} \arctan \frac{S_3}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} \quad (1.1.10)$$

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan \frac{S_2}{S_1} \quad (1.1.11)$$

描述偏振光的一个重要参量是偏振度 (Degree of Polarization)。偏振度定义为全偏振分量的强度与该光波总强度的比值, 用 DOP 表示, 即

$$DOP = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \quad (1.1.12)$$

此外, 线偏振度 DOLP (Degree of Line Polarization) 和圆偏振度 DOCP (Degree of Circle Polarization) 分别定义为

$$DOLP = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}{S_0} \quad (1.1.13)$$

$$DOCP = \frac{S_3}{S_0} \quad (1.1.14)$$

偏振度 DOP 的取值范围为 0~1, 非偏振光的 DOP 值为 0, 完全偏振光的 DOP 值为 1, 两部分偏振光的 DOP 值大于 0 且小于 1。完全偏振光的偏振态

可以是线偏振、圆偏振或者椭圆偏振。完全偏振光的 Stokes 向量一定满足 $S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$ 。部分偏振光可分解为完全偏振光和非偏振光之和，即

$$\mathbf{S} = S_0 \text{DOP} \begin{bmatrix} 1 \\ S_1/(S_0 \text{DOP}) \\ S_2/(S_0 \text{DOP}) \\ S_3/(S_0 \text{DOP}) \end{bmatrix} + (1-\text{DOP}) S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.1.15)$$

使用 Stokes 向量时，通常对其光强归一，归一后的 Stokes 向量为

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{S_1}{S_0} & \frac{S_2}{S_0} & \frac{S_3}{S_0} \end{bmatrix}^T \quad (1.1.16)$$

偏振光的 Stokes 向量表征与选取的坐标相关，设一偏振光在笛卡儿坐标系 xoy 中，Stokes 向量为 $[I \ Q \ U \ V]^T$ ，在另一笛卡儿坐标系 $x'oy'$ 中，Stokes 向量为 $[I' \ Q' \ U' \ V']^T$ 。坐标系 $x'oy'$ 是由坐标系 xoy 绕原点逆时针旋转 θ 角得到的。 E_x 和 E_y 分别是偏振光在坐标系 xoy 中分解得到的水平分量和垂直分量。 $E_{x'}$ 和 $E_{y'}$ 分别是偏振光在坐标系 $x'oy'$ 中分解得到的水平分量和垂直分量，有如下关系，即

$$\begin{bmatrix} E_{x'} \\ E_{y'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad (1.1.17)$$

将式 (1.1.17) 代入式 (1.1.8) 得

$$\begin{bmatrix} I' \\ Q' \\ U' \\ V' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x E_{x'}^* + E_y E_{y'}^* \\ E_{x'} E_{x'}^* - E_{y'} E_{y'}^* \\ E_{x'} E_{y'}^* + E_{y'} E_{x'}^* \\ i(E_{x'} E_{y'}^* - E_{y'} E_{x'}^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ Q \cos 2\theta + U \sin 2\theta \\ -Q \sin 2\theta + U \cos 2\theta \\ V \end{bmatrix} \quad (1.1.18)$$

可见， $[I \ Q \ U \ V]^T$ 和其经过坐标旋转 θ 角后得到与 $[I' \ Q' \ U' \ V']^T$ 之间的关系为

$$\begin{bmatrix} I' \\ Q' \\ U' \\ V' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} \quad (1.1.19)$$

1.1.4 琼斯 (Jones) 向量法

1941 年, 琼斯 (R. C. Jones) 用一个列向量表示电场矢量的 x 、 y 分量。单色偏振光可用互为正交的两个振动分量表示。这两个分量作为向量的 x 、 y 分量元素, 通常将偏振光矢量表示为下面的形式, 即

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{x_0} e^{i\delta_1} \\ E_{y_0} e^{i\delta_2} \end{bmatrix} \quad (1.1.20)$$

这个向量被称为 Jones 向量, 用来表示椭圆偏振光。Jones 向量包含光波振幅和相位信息。其中, E_{x_0} 、 E_{y_0} 表示光波电场振动在 x 、 y 轴方向上的振幅; δ_1 、 δ_2 分别是两个分量的相位。

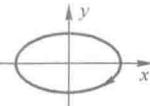
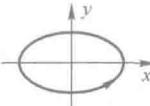
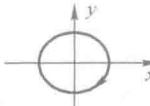
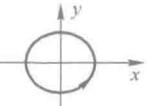
通常把强度的平方根提到向量前作为共同因子, 这个归一化的向量被称为归一化 Jones 向量, 强度单位是 1。

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{x_0} e^{i\delta_1} \\ E_{y_0} e^{i\delta_2} \end{bmatrix} = \sqrt{E_{x_0}^2 + E_{y_0}^2} \begin{bmatrix} \cos\alpha * e^{i\delta_1} \\ \sin\alpha * e^{i\delta_2} \end{bmatrix} \quad (1.1.21)$$

式中, $\cos\alpha = E_{x_0} / \sqrt{E_{x_0}^2 + E_{y_0}^2}$; $\sin\alpha = E_{y_0} / \sqrt{E_{x_0}^2 + E_{y_0}^2}$; $\tan\alpha (|E_{x_0}| / |E_{y_0}|)$ 被称为振幅比; 振幅比角 α 的定义域为 $(0, \pi/2)$ 。

由式 (1.1.21) 可以得到几种典型偏振光的 Jones 向量, 见表 1.2。当两束同频率、同方向传播的偏振光叠加时, 可由 Jones 向量相加求得, 合成后的偏振态与两束偏振光之间的绝对相位差值和各自的光强有关。

表 1.2 几种典型偏振光的 Jones 向量

右旋正椭圆偏振光	左旋正椭圆偏振光	右旋圆偏振光	右旋圆偏振光
			
$[\cos\alpha \quad j\sin\alpha]^T$	$[\cos\alpha \quad -j\sin\alpha]^T$	$[1 \quad j]^T / \sqrt{2}$	$[1 \quad -j]^T / \sqrt{2}$