



普通高等教育“十三五”规划教材

# 大学物理实验

李正大 等 编

DAXUE WULI SHIYAN



同济大学出版社  
TONGJI UNIVERSITY PRESS



普通高等教育“十三五”规划教材

# 大学物理实验

主编：李正大 余彦武 黄飞江  
副主编：孙利平 龙英 解琳  
参编：谭志光 周远 莫云飞  
郭有能 王丽丽 陈英  
杨丞 周晓霞 汪之又



同济大学出版社  
TONGJI UNIVERSITY PRESS

## 内 容 提 要

本书是根据高等院校工科“大学物理实验课程教学基本要求”编写而成。该教材本着物理实验教学既能反映时代发展要求,又能极大提高学生的动手能力,并结合长沙学院大学物理实验室的实际情况,使物理实验与理论教学体系更加紧密且相互促进。本教材按照测量、误差及数据处理,常用测量方法,预备物理实验,基础物理实验,综合物理实验,设计与研究性物理实验等章节编写而成。本书在内容上,对基础实验和开放式实验,侧重对基本物理实验现象的深入分析;对综合性实验的设计与研究性实验,则侧重学生科学实验能力、创新精神和科研素养的培训和训练。本书在编排上将传统实验与现代传感技术、应用电子技术、计算机应用技术有机地结合起来。充分体现了多种学科交叉和相互渗透的特点。

## 图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 李正大主编. —上海 : 同济大学出版社, 2017. 8

ISBN 978 - 7 - 5608 - 7278 - 0

I. ①大… II. ①李… III. ①物理学—实验—高等学  
材—教材 IV. ①O4 - 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 192826 号

---

普通高等教育“十三五”规划教材

## 大学物理实验

责任编辑 宋丽霞 责任校对 徐春莲 封面设计 刘文东

---

出版发行 同济大学出版社 [www.tongjipress.com.cn](http://www.tongjipress.com.cn)

(上海市四平路 1239 号 邮编 200092 电话 021 - 65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 三河市海新印务有限公司

开 本 787mm × 1092mm 1/16

印 张 17.5

字 数 428000

版 次 2017 年 8 月第 1 版 2017 年 8 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5608 - 7278 - 0

定 价 42.80 元

---

# 序

物理学是研究物质的基本结构、基本运动形式、相互作用及其转化规律的科学。它的基本理论渗透在自然科学的各个领域，应用于生产技术的许多部门，是其他自然科学和工程技术的基础。联合国为了纪念爱因斯坦发表划时代意义的 5 篇论文，把 2005 年定为国际物理年，称物理学是推动人类文明与进步的科学。

实验是建立物理规律的基本手段，有了伽利略的斜面实验、胡克弹性定律实验等才使得经典力学得以完善；在电学方面同样也是因为有了大量的实验事实作为基础，才使得欧姆定律、库仑定律、法拉第电磁感应定律等得以建立；光的干涉、衍射和偏振也是先后在实验中发现，才使得麦克斯韦电磁理论得到证实；近代物理学的建立更是在实验中发现了 X 射线、电子和放射现象等。可见，实验是物理学理论产生的源泉。

历史上一些重大的科学发现最后成为真理，最终必须经过科学实验来证实。“实践是检验真理的标准”，这里的实践就包含科学实验。物理学是一门以实验为基础的科学。因此，物理实验课是高等理工科院校对学生进行科学实验基本训练的必修基础课程，是本科生接受系统实验方法和实验技能训练的开端，也是本科院校文科学生进行科学素质教育不可缺少的基础课程。

物理实验课覆盖面广，具有丰富的实验思想、方法、手段，同时能提供综合性很强的基本实验技能训练，是培养学生科学实验能力，提高科学素质的重要基础。物理实验在培养学生严谨的治学态度、活跃的创新意识、理论联系实际和适应科学发展的综合应用能力等方面具有其他实践课程不可替代的作用。

长沙学院李正大、余彦武、黄飞江、解琳等老师经过长期的物理实验教学，编写了《大学物理实验》一书，该书根据“高等院校工科本科物理实验课程教学基本要求”，将实验分为基本知识、常用的测量方法、预备物理实验、基础物理实验、综合物理实验、设计与研究性实验等部分，符合当前的教改精神。通过本书的学习，对养成学生良好的实验习惯，培养学生的科学实验能力和严谨的科学作风都具有很好的作用，对提高学生的科学素质和创新精神，能打下坚实的基础。

我衷心希望在今后的物理实验教学中不断改进，不断充实，使这本教材不断完善。同时亦希望物理实验教学既是理工科学生的必修课，也是对文科学生进行科学素质教育的重要选修课。

罗维治

2017 年 3 月

## 前　　言

物理学是研究物质的基本结构、基本运动形式、相互作用及其转化规律的学科。它的基本理论渗透在自然科学的各个领域，应用于生产技术的许多部门，是自然科学和工程技术的基础，在人才的科学素质培养中具有重要的地位。

物理学本质上是一门实验科学。物理实验是科学实验的先驱，体现了大多数科学实验的共性，在实验思想、实验方法以及实验手段等方面是各学科科学实验的基础。

物理实验课是高等理工科院校对学生进行科学实验基本训练的必修基础课程，是本科生接受系统实验方法和实验技能训练的开端。物理实验课覆盖面广，具有丰富的实验思想、方法、手段，同时能提供综合性很强的基本实验技能训练，是培养学生科学实验能力、提高科学素质的重要基础。在培养学生严谨的治学态度、活跃的创新意识、理论联系实际和适应科技发展的综合应用能力等方面具有其他实践类课程不可替代的作用。

本书是根据“高等院校工科本科物理实验课程教学基本要求”中基础实验部分的要求编写的。本教程编写本着物理实验教学应该时刻面对时代发展的宗旨，并结合了长沙学院大学物理实验室的实际情况，使实验教学体系更加切合实际，教材内容与现有设备配合更加密切，使物理实验教学更富有成效。

根据物理实验课必须预习这一特点，我们在实验中安排了预习思考题，以帮助学生抓住重点进行预习。另外，在实验的格式中，以实验原理、实验内容为主，力图让学生在仔细阅读实验原理和仪器介绍后，根据实验内容完成实验，以避免不预习、不了解实验原理和仪器，只照教材上的实验步骤就能完成实验的现象。同时，为了引导学生实验后进一步分析讨论、巩固提高，每个实验后还安排了讨论与思考题。

参与本书编写的有长沙学院余彦武、黄飞江、孙利平、龙英、谭志光、周远、莫云飞、郭有能、王丽丽、陈英、杨丞、周晓霞、汪之又，南雅物理教师解琳等。同时，在编写时，参考了许多兄弟院校的相关教材，在此表示衷心的感谢！还感谢罗维治教授为本书所提出的建议。

由于编者的经验和水平有限，本教材不妥之处在所难免，恳请读者和同行专家们批评指正。

编　者：李正大

2017年3月

# 目 录

<b>第一章 绪 论</b>	<b>001</b>
第一节 物理实验课程的地位、任务和要求 .....	001
第二节 物理实验课程的基本教学环节 .....	002
<b>第二章 测量误差与数据处理</b>	<b>004</b>
第一节 测量、误差及不确定度 .....	004
第二节 有效数字及其运算规则 .....	010
第三节 数据处理的常用方法 .....	013
第四节 测量结果的表示 .....	016
<b>第三章 物理实验中常用的测量方法</b>	<b>018</b>
第一节 比较法 .....	018
第二节 放大法 .....	019
第三节 平衡法 .....	021
第四节 补偿法 .....	021
第五节 转换法 .....	022
第六节 模拟法 .....	023
第七节 干涉法 .....	025
第八节 示踪法 .....	025
第九节 量纲分析法 .....	025
<b>第四章 预备物理实验</b>	<b>027</b>
实验 1 长度、质量以及时间的测量 .....	027
实验 2 温度的测量 .....	037
实验 3 电流、电压和电阻的测量 .....	040
实验 4 基本光学仪器的使用 .....	043
实验 5 物理演示实验 .....	046
实验 6 计算机模拟仿真实验 .....	053
<b>第五章 基础物理实验</b>	<b>063</b>
实验 7 气轨上运动定律的研究 .....	063
实验 8 动量守恒定律的验证 .....	066
实验 9 刚体转动惯量的测定 .....	070
实验 10 空气比热容比的测量 .....	074
实验 11 冰的熔解热的测定 .....	076
实验 12 不良导体导热系数的测定 .....	080
实验 13 金属线胀系数的测定 .....	082

实验 14 液体表面张力系数的测定 .....	087
实验 15 用惠斯通电桥测电阻 .....	091
实验 16 用板式电势差计测量电动势 .....	094
实验 17 用箱式电位差计校正电表 .....	097
实验 18 RLC 电路稳态过程的研究 .....	100
实验 19 RLC 串联电路暂态过程的研究 .....	105
实验 20 静电场的模拟描绘 .....	109
实验 21 磁场的测量与描绘 .....	111
实验 22 示波器的调试和使用 .....	115
实验 23 阿贝折射仪测量介质的折射率 .....	122
实验 24 旋光仪测定溶液的浓度 .....	125
实验 25 分光计的调节和使用 .....	129
实验 26 用透射光栅测定光波波长 .....	136
实验 27 用准静态法测导热系数和比热 .....	140
<b>第六章 综合物理实验</b>	<b>150</b>
实验 28 拉伸法测金属丝的杨氏模量 .....	150
实验 29 超声波测量声速 .....	153
实验 30 电子束的聚焦与偏转 .....	158
实验 31 铁磁材料的磁滞回线和基本磁化曲线 .....	162
实验 32 霍尔效应及其应用 .....	170
实验 33 非线性混沌实验 .....	176
实验 34 光的等厚干涉——牛顿环 .....	180
实验 35 迈克尔逊干涉仪 .....	184
实验 36 全息摄影 .....	187
实验 37 塞曼效应 .....	191
实验 38 夫兰克—赫兹实验 .....	197
实验 39 密立根油滴实验 .....	203
实验 40 氢原子光谱的研究 .....	208
实验 41 PASCO 系列实验 .....	214
实验 42 空气热机实验 .....	222
实验 43 红外物理特性及应用实验 .....	229
实验 44 光电效应和普朗克常数的测定 .....	233
实验 45 用双臂电桥测量导体的电阻率 .....	240
<b>第七章 设计与研究性物理实验</b>	<b>245</b>
实验 46 重力加速度的测定 .....	248
实验 47 弹簧振子的研究 .....	249
实验 48 电表的改装与校准 .....	250
实验 49 光栅特性的研究 .....	251
实验 50 多普勒效应在卫星位置中的应用 .....	253
实验 51 激光监听 .....	258
实验 52 光速的测量 .....	262
<b>附 录 .....</b>	<b>270</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>274</b>

# 第一章

## 绪 论

### 第一节 物理实验课程的地位、任务和要求

#### 一、物理实验课程的地位

以物质的结构、运动规律以及相互作用为研究内容的物理学，是建立在实验基础之上的，物理学是实验的科学，物理学概念的建立和规律的发现依赖于反复实验。

物理实验的思想、方法、技术和仪器已经普遍运用于自然科学研究的各个领域和工程技术的各个部门。

物理实验是高等学校理工类学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修基础课程，是学生进入大学后系统学习实验方法和实验技能的开端。它的教学目的在于使学生学习物理实验基础知识的同时，受到严格的科学训练，掌握初步的实验能力，养成良好的实验习惯和严谨的科学作风。

#### 二、物理实验课程的基本任务

《高等院校工科本科基础课程教学基本要求》明确提出了大学物理实验课程的基本任务：

1. 通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验知识，加深对物理学原理的理解。

2. 培养与提高学生的科学实验能力，其中包括：

- (1) 能通过阅读实验教材或资料，做好实验前的准备；
- (2) 能借助教材或仪器说明书正确使用物理实验仪器；
- (3) 能运用物理学理论对实验现象进行初步分析判断；
- (4) 能正确记录和处理实验数据，绘制曲线，分析实验结果，撰写合格的实验报告；
- (5) 能够完成简单的设计性与研究性内容的实验。

3. 培养与提高学生的科学实验素养，要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风，严肃认真的工作态度，主动研究的探索精神，遵守纪律、团结协作和爱护公共财产的优良品德。

#### 三、物理实验课程的基本要求

1. 对学生进行辩证唯物主义世界观和方法论的教育，使学生了解科学实验的重要性，明确物理实验课程的地位、作用和任务。

2. 在整个实验过程中,教育学生养成良好的实验习惯,爱护公共财物,遵守安全制度,树立优良学风。

3. 要求学生了解评定测量结果可靠性的基本知识和基本方法,具备正确处理实验数据的初步能力。

4. 通过物理实验的基本训练,要求学生做到以下几点:

(1)能够自行完成预习、进行实验和撰写实验报告等主要实验环节;

(2)能够正确调试常用实验装置,掌握基本操作技术;

(3)了解物理实验中常见的实验方法和测量方法,能够进行基本物理量的一般测量和数据处理,了解常用仪器的性能,并掌握使用方法;

(4)通过一定数量的综合性实验,真正提高进行综合实验的能力;

(5)通过少量的设计性与研究性实验,在实验方案的制定、测量仪器的选择和配置、测量条件的确定等方面受到初步训练;

(6)适当利用计算机进行一些模拟、仿真和实时数据采集的实验。

## 第二章 物理实验课程的基本教学环节

物理实验教学一般可分为实验预习、实验操作和撰写实验报告三个环节。

### 一、实验预习

实验预习是为实验操作做准备的,通过实验预习,应明确以下三个问题:做什么? 怎么做? 为什么? 为此需要做到以下几点:

1. 认真阅读实验指导书、参考资料等,对于验证性实验应充分理解与要验证的规律有关的概念、理论以及物理过程;对于探索性实验更应充分熟悉与实验有关的知识以及要研究的物理过程和期望得到的带有规律性的物理现象,明确实验目的与要求。

2. 弄清实验中使用的基本仪器的构造原理、操作规程、读数原理和方法以及注意事项。特别是注意事项,不仅要仔细看,还要牢记,否则会造成仪器损坏,甚至人身安全事故。

3. 弄懂实验原理和实验方法。

4. 拟定实验步骤、数据表格等。

5. 校园网上提供了《大学物理实验》计算机辅助教学软件,可通过软件进行相关的模拟实验操作,由此建立起一定的感性认识。

6. 完成预习思考题。

### 二、实验操作

实验操作是整个实验教学中最重要的一个环节,动手能力、分析问题和解决问题等能力的培养,主要在具体的实验操作时完成。在该环节中,学生要在教师指导下进行仪器的正确安装和调整,各种物理现象的仔细观察,实验原始数据的完整记录。为此要注意下述几方面的问题:

1. 掌握“三先三后”的原则,即先观察后测量,先练习后测量,先粗测后细测。
2. 注意“三基”,即实验的基本知识、基本方法和基本技能,抓住重点。
3. 不要单纯追求实验数据,应学会分析实验问题。
4. 实验中要贯彻“三严”,即严肃的态度、严格的要求、严密的观测。遵守各项规章制度,注意安全。
5. 实验原始数据在实验指导教师审核、签字后,方才有效,应认真对待实验原始数据,它将为以后的计算和问题分析提供宝贵的第一手资料。
6. 离开实验室前,应自觉整理好仪器,关闭电源、水源,填写“仪器设备使用登记本”并做好实验室的卫生保洁工作。

### 三、实验报告

写出合格的实验报告是培养科学实验能力的组成部分,是物理实验课程所应担负的具体的培养训练任务之一。实验报告是对实验工作的全面总结,既要全面,又要简单明了,应做到用词确切、字迹工整、数据完整、图表规范、结果明确。撰写实验报告的过程主要是对综合思维能力和文字表达能力的训练,也为日后在科学研究、工程实践等实际工作中撰写实验报告、研究成果报告、科技论文等打下基础,这种能力将直接影响以后从事科学与工程实践活动的工作能力和工作业绩。

一份完整的实验报告应包括以下几个方面的内容:

1. 实验名称。
2. 实验目的。
3. 实验原理,包括基本关系式,必要的电路、光路等简图以及数据表格。书写原理时,不要照抄实验指导书,应用自己理解了的语言来概述。
4. 仪器设备,包括型号、规格、参数等。
5. 实验步骤,概括地写出实验进行的主要过程。
6. 实验数据图表。
7. 数据处理与误差分析。
8. 实验结果,要给出完整的表达式,在观察现象或验证定律时,要写出实验结论。
9. 问题讨论,包括对实验中现象的解释、对实验方法的改进与建议、作业题、实验后的心得体会等。

撰写实验报告中,必须注意以下两个问题。

1. 不可把实验报告与实验指导书混为一谈。实验报告与实验指导书从语体到具体内容都有原则的区别。实验指导书向学生提出实验的任务、目的、要求,阐明实验原理,提供实验的思路和方法,告诉学生应该怎么做。而实验报告是在完成实验过程之后写出的总结,具体回答如何做,获得了什么结果,实验的意义价值何在。这些必须由实验者在实验后用自己的语言来归纳、总结。
2. 实验报告的核心特征就是实事求是。因此,在实验报告中,对实验过程中所应记录的实验条件、实验现象、实验数据应严格如实地予以记录,对测量数据有效位数不得随意增删。

## 第二章

# 测量误差与数据处理

## 第一节 测量、误差及不确定度

### 一、测量与误差

#### 1. 测量

无论是研究物理现象、验证物理原理，还是研究物质特性等，都要进行测量。测量就是将被测物理量与一个选作计量标准单位的同类物理量进行比较的过程。

测量可分为直接测量与间接测量、等精度测量与非等精度测量。直接从仪器或量具上读出待测量的大小，为直接测量。例如，用米尺测量物体的长度，用天平测量物体的质量，用秒表计时等都是直接测量。如果待测量是由若干个直接测量值经过一定的函数关系运算后获得的，则为间接测量。例如，测量物体的密度时先测出物体的体积和质量，再用公式计算出物体的密度。物理实验中的测量多数是间接测量。等精度测量是在相同测量条件下对同一物理量进行的多次重复性测量，非等精度测量是在不相同测量条件下对同一物理量进行的多次重复性测量。

#### 2. 误差

每一个实验者都希望测量的结果能符合客观实际。但在实际测量中，由于测量仪器、测量方法、测量条件和测量人员等种种因素的影响，不可能使测量值与客观存在的真值完全相同，使得测量结果的量值与真值之间总存在一定的差值。此差值称为该测量值的测量误差。

真值( $X$ )：被测量在其所处的确定条件下，客观具有的量值。

误差( $\Delta x$ )：测量值( $x$ )与真值( $X$ )之差，又称绝对误差。即

$$\Delta x = x - X$$

相对误差( $E_r$ )：绝对误差( $\Delta x$ )与真值  $X$  的比值。即

$$E_r = \frac{\Delta x}{X} \times 100\%$$

误差按其特征和表现形式可以分为系统误差、随机误差和过失误差三类。

#### (1) 系统误差

在同一条件下多次测量同一量时，误差的大小和方向保持恒定，或在条件改变时，误差的大小和方向按一定规律变化，这种误差称为系统误差，其特点是具有确定的规律。系统误差来源于以下几个方面：①由于实验理论和实验方法不完善带来的误差，例如，计算

公式的近似性所引起的误差;②由于仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用仪器而造成的误差;③由于环境条件变化所引起的误差;④由于观测者生理或心理特点造成的误差;等等。

系统误差的确定性反映在:测量条件一经确定,误差也随之确定,重复测量时,误差的绝对值和符号均保持不变。因此,在相同实验条件下,多次重复测量不可能发现系统误差。对观测者来说,可能知道系统误差的规律及其产生的原因,也可能不知道。已被确切掌握了大小、规律和符号的系统误差,称为可定系统误差;对大小、规律和符号不能确切掌握的系统误差称为未定系统误差。前者一般可以在测量过程中采取相应措施予以消除或在测量结果中进行修正,而后者一般难以做出修正,只能估计出它的取值范围。

### (2) 随机误差

在同一条件下多次测量同一物理量时,每次出现的误差时大时小、时正时负,没有确定的规律,但总体来说,服从一定的统计规律,这种误差称为随机误差。它的特点是单个具有随机性,而总体服从统计规律。随机误差的这种特点使我们能够在确定条件下,通过多次重复测量来发现,而且可以根据相应的统计分布规律来讨论它对测量结果的影响。

### (3) 过失误差

测量时,由于观测者不正确地使用仪器、粗心大意观察错误或记错数据而引起的误差称为过失误差。它实际上是一种测量错误,这种数据应当剔除。

### 3. 测量的精密度、准确度和精确度

精密度、准确度和精确度是评价测量结果好坏的三个概念,但其涵义却有所不同,使用时,应加以区别。

测量的精密度高,指测量数据比较集中,偶然误差较小,但系统误差的大小不明确。

测量的准确度高,是指测量数据的平均值偏离,真值较少,测量结果的系统误差较小,但数据分散的情况,即偶然误差的大小的数据不明确。

测量的精确度高,是指测量数据比较集中在真值附近,即测量的系统误差和偶然误差都比较小。精确度是对测量的系统误差与偶然误差的综合评定。

图 2-1 所示是用打靶时弹着点的情况为例,说明这三个词的意义。(a)图表示射击的精密度高但准确度差;(b)图表示射击的准确度高但精密度差;(c)图表示精密度和准确度均较好,即精确度高。

影响测量结果精度的主要因素,有时是偶然误差,有时是系统误差。一般情况下,测量的误差是偶然误差和系统误差的总和。

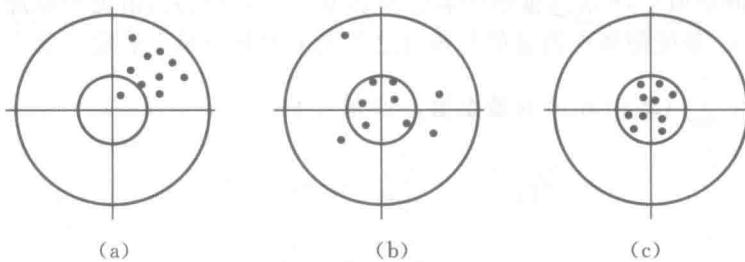


图 2-1 弹着点分布

## 二、误差的处理

### 1. 随机误差的处理

#### (1) 随机误差的统计规律

理论和实践都证明,当测量次数足够多时,一组等精度测量数据的随机误差服从一定的统计规律,最常见的一种统计规律是正态分布(高斯分布),若横坐标为误差  $\Delta x$ ,纵坐标为误差出现的概率密度函数  $f(\Delta x)$ ,则正态分布曲线如图 2-2 所示,其数学表达式为

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n}} \quad (n \rightarrow \infty)$$

式中,  $\sigma$  为总体标准误差。

图 2-2 中阴影部分的面积就是随机误差在  $\pm \sigma$  范围内的概率,即随机误差落在  $(-\sigma, +\sigma)$  区间中的置信概率  $P = 68.3\%$ ; 误差落在  $(-2\sigma, +2\sigma)$  区间中的置信概率  $P = 95.4\%$ ; 误差落在  $(-3\sigma, +3\sigma)$  区间中的置信概率  $P = 99.7\%$ 。可见测量值的误差超出  $\pm 3\sigma$  范围的情况几乎不会出现,我们把  $3\sigma$  称为极限误差。由此可知,标准误差  $\sigma$  是一个统计特征值,它表明了一组等精度测量数据的随机误差的概率分布情况。图 2-2 所示曲线下总面积不变,曲线形状取决于  $\sigma$  值的大小,  $\sigma$  小, 曲线陡, 绝对值小的误差出现的机会多, 测量数据集中, 精密度高。可见  $\sigma$  反映了测量值的离散程度。

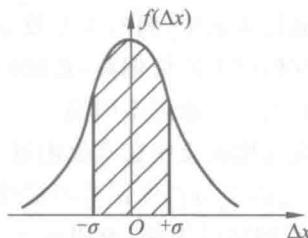


图 2-2 正态分布曲线

#### (2) 随机误差的估算

在实际测量中,测量的次数总是有限的,而且被测量的真值是未知的,因此,标准误差只具有理论价值,对它的实际处理只能进行估算。

设在一组测量值中,  $n$  次测量的测量值分别为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 由统计原理可知, 其真值的最佳估计值  $x_0$  是能使各次测量值与该值之差的平方和为最小的那个值。

即  $f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2$  有最小值。

$$\frac{df(x)}{dx_0} = -\sum_{i=1}^n 2(x_i - x_0) = 0$$

$$x_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}$$

即算术平均值  $\bar{x}$  最接近于真值。

我们将各次测量值  $x_i$  与算术平均值  $\bar{x}$  之差称为该次测量的残差, 为

$$u_i = x_i - \bar{x}$$

因为我们只知道  $u_i$  而不知道  $\Delta x_i$ , 所以, 我们只能用残差代替误差计算, 此时, 总体标准误差的估计值为

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n u_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2-1)$$

式中,  $S$  为总体标准误差  $\sigma$  的估计值, 称为实验标准偏差。式(2-1)称为贝塞尔公式, 它表示一测量列中各测量值所对应的标准偏差。

从统计意义上讲,  $\bar{x}$  应比每一个测量值  $x_i$  都更接近于真值。经理论推导得到平均值的实验标准偏差  $S(\bar{x})$  为

$$S(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (2-2)$$

## 2. 系统误差的处理

### (1) 系统误差的发现

发现系统误差是消除和修正系统误差的前提, 应从系统误差的来源着手分析:

①理论分析法。测量过程中因理论公式的近似性等原因造成系统误差常常可以从理论上做出判断并估计其量值, 如伏安法测电阻。

②实验对比法。对被测量的物理量采用实验方法对比、测量方法对比、仪器对比、测量条件对比来研究其结果的变化规律, 从而发现可能存在的系统误差。

③数据分析法。分析多次测量的数据分布规律来发现系统误差。

### (2) 系统误差的减小和修正

①通过理论公式引入修正值。

②消除系统误差产生的因素。

③改进测量原理和测量方法。

## 三、测量结果的不确定度

测量不但要得到被测量的最佳估计值, 而且对其可靠性也应作出评定。不确定度是与测量结果相联系的一种参数, 用于表征测量值的可能的分散情况, 也就是因测量误差的存在而对被测量结果不能肯定的程度。不确定度小, 测量结果可信赖程度高; 不确定度大, 测量结果可信赖程度低。

测量不确定度一般由若干分量组成。原则上可以分为 A, B 两类。

### 1. 不确定度 A 类分量

不确定度 A 类分量是指可以采用统计方法计算的不确定度。

在物理实验教学中我们约定 A 类不确定度取实验标准偏差, 因此可以像计算标准偏差那样, 用贝塞尔公式计算被测量的 A 类不确定度  $u_A$ , 即

$$u_A = S(\bar{x}) \quad (2-3)$$

## 2. 不确定度 B 类分量

不确定度 B 类分量是指用非统计方法求出或评定出的不确定度。评定 B 类不确定度常用估计方法,估计要适当,需要确定分布规律,同时要参照标准,更需要估计者的实践经验、学识水平,因而不同的估计者可能有不同的结论。

在物理实验教学中我们约定 B 类不确定度是测量仪器的误差,仪器的误差限一般在仪器的说明书中注明,指在正确使用仪器的条件下,测量值和被测量的真值之间可能产生的最大误差  $\Delta_{\text{仪}}$ 。如给出的误差  $\Delta_{\text{仪}}$  的范围在  $[-a, +a]$  之内,估计误差概率分布是均匀分布,根据均匀分布理论,其不确定度 B 类分量  $u_B$  为

$$u_B = \Delta_{\text{仪}} \quad (2-4)$$

在教学中,我们约定,正确使用仪器时的仪器误差限  $\Delta_{\text{仪}}$  可按如下原则来确定:

(1) 对可估读测量数据的仪器,  $\Delta_{\text{仪}}$  为最小刻度的一半。

比如,米尺的最小刻度为 1 mm,则米尺的  $\Delta_{\text{仪}} = 0.5 \text{ mm}$ 。

(2) 对不可估读测量数据的仪器  $\Delta_{\text{仪}}$  为仪器最小分辨读数。

比如,分辨率为 0.05 mm 的游标卡尺,则其  $\Delta_{\text{仪}} = 0.05 \text{ mm}$ ;分辨率为 0.02 mm 的游标卡尺,则其  $\Delta_{\text{仪}} = 0.02 \text{ mm}$ ;分辨率为 30" 和 1' 的分光计,其  $\Delta_{\text{仪}}$  分别为 30" 或 1';各类数字式仪表,  $\Delta_{\text{仪}}$  为仪器最小读数。

(3) 对有仪器说明书或注明仪器精度等级的仪器  $\Delta_{\text{仪}}$  按仪器说明书计算。

比如,螺旋测微器(0~50 mm),  $\Delta_{\text{仪}} = 0.004 \text{ mm}$ ;电磁仪表(指针式电流表、电压表),  $\Delta_{\text{仪}} = AK\%$  ( $A$  为量程,  $K$  为仪表精度等级)。

## 3. 合成不确定度

考虑到误差来源主要有两部分:由统计方法计算的 A 类不确定度  $u_A$  和由于仪器误差等因素而用非统计方法评定的 B 类不确定度  $u_B$ ,且 A 类和 B 类不确定度是相互独立的,故其合成不确定度为

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (2-5)$$

相对不确定度为

$$E_r = \frac{u_c}{x} \times 100\% \quad (2-6)$$

## 四、直接测量结果的不确定度

### 1. 单次测量结果的不确定度计算

因单次测量不存在不确定度 A 类分量,故单次测量的合成不确定度就等于不确定度 B 类分量。

### 2. 多次测量结果的不确定度计算

对 A 类不确定度主要讨论多次等精度测量条件下,读数分散对应的不确定度,并且用贝塞尔公式计算 A 类不确定度。对 B 类不确定度,主要讨论仪器不准所对应的不确定度,然后求两类不确定度的“方和根”,得到合成不确定度。

**例 2-1** 用螺旋测微器测量小钢球的直径,五次测量值分别为 5.499 mm、5.550 mm、5.499 mm、5.498 mm、5.498 mm。试求其合成不确定度。

解  $u_A = S(\bar{d}) = 0.00\ 037\text{ mm}$

螺旋测微器的误差限为 0.004 mm

$$u_B = 0.004\text{ mm}$$

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0.00\ 037^2 + 0.004^2} = 0.004\text{ (mm)}$$

## 五、间接测量结果的合成不确定度

间接测量的最佳估计值和合成不确定度是由直接测量结果通过函数式计算出来的。

设间接测量的函数式为

$$N = F(x, y, z, \dots)$$

其中,  $x = \bar{x} \pm u_c(\bar{x})$ ,  $y = \bar{y} \pm u_c(\bar{y})$ ,  $z = \bar{z} \pm u_c(\bar{z})$ , ...

则间接测量量  $N$  的最佳估计值为

$$\bar{N} = F(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots)$$

函数  $N$  的全微分是

$$dN = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy + \frac{\partial F}{\partial z} dz + \dots$$

改微分号为不确定度符号, 求其“方和根”得到间接测量量  $N$  的不确定度为

$$u_c(\bar{N}) = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 u_c^2(\bar{x}) + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 u_c^2(\bar{y}) + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 u_c^2(\bar{z}) + \dots} \quad (2-7)$$

特别地, 当间接测量的函数式为积商形式(或含和差的积商形式), 为使运算简便, 可以先将函数式两边同时取自然对数, 然后再求全微分, 即

$$\frac{dN}{N} = \frac{\partial \ln F}{\partial x} dx + \frac{\partial \ln F}{\partial y} dy + \frac{\partial \ln F}{\partial z} dz + \dots$$

同样改微分号为不确定度符号, 求其“方和根”, 便可得间接测量量  $N$  的相对不确定度:

$$E_r = \frac{u_c(\bar{N})}{\bar{N}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2 u_c^2(\bar{x}) + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2 u_c^2(\bar{y}) + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2 u_c^2(\bar{z}) + \dots} \quad (2-8)$$

而间接测量量  $N$  合成不确定度为

$$u_c(\bar{N}) = \bar{N} E_r \quad (2-9)$$

**例 2-2** 用螺旋测微器测量某圆柱体的体积, 其直径最佳估计值  $\bar{d} = 1.0\ 080\text{ cm}$ ,  $\bar{d}$  的合成不确定度  $u_c(\bar{d}) = 5.88\text{ }\mu\text{m}$ , 高度的最佳估计值  $\bar{h} = 1.0\ 110\text{ cm}$ ,  $\bar{h}$  的合成不确定度  $u_c(\bar{h}) = 3.48\text{ }\mu\text{m}$ 。求体积的合成不确定度。

解 由  $V = \frac{1}{4}\pi d^2 h$ , 得

$$\bar{V} = \frac{1}{4}\pi \bar{d}^2 \bar{h}, \frac{\partial \ln V}{\partial d} = \frac{2}{d}, \frac{\partial \ln V}{\partial h} = \frac{1}{h}$$

把有关数据代入上式, 则合成不确定度为

$$u_c(\bar{V}) = \bar{V} \sqrt{\left(\frac{\partial \ln V}{\partial d}\right)^2 u_c^2(\bar{d}) + \left(\frac{\partial \ln V}{\partial h}\right)^2 u_c^2(\bar{h})} = 0.001\text{ (cm}^3\text{)}$$

常用函数的合成不确定度分式见表 2-1。

表 2-1 常用函数的不确定度传递公式

函数式	不确定度传递公式
$N = x + y$	$u_N = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$
$N = x - y$	$u_N = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$
$N = ax + by + cz$	$u_N = \sqrt{a^2 u_x^2 + b^2 u_y^2 + c^2 u_z^2}$
$N = x \cdot y$	$u_N/N = \sqrt{(u_x/x)^2 + (u_y/y)^2}$
$N = x/y$	$u_N/N = \sqrt{(u_x/x)^2 + (u_y/y)^2}$
$N = x^a y^b z^{-c}$	$u_N/N = \sqrt{a^2 (u_x/x)^2 + b^2 (u_y/y)^2 + c^2 (u_z/z)^2}$
$N = \sin x$	$u_N =  \cos x  u_x$
$N = \ln x$	$u_N = u_x/x$

## 第二节 有效数字及其运算规则

任何物理量的测量都存在误差,因而表示该测量值的数值位数不应随意取位,而应能正确反映测量精度。另一方面,数值计算都有一定的近似性,这就要求计算的准确性必须与测量的准确性相适应。

### 一、有效数字的基本概念

能够正确而有效地表示测量和实验结果的数字,称为有效数字。有效数字由直接从度量仪器最小分度以上的若干位准确数值与最小分度的下一位(有时是在同一位)估读(或称可疑)数值构成。例如用毫米尺去测量一个物体的长度,如图 2-3 所示,读出的长度为 3.59 cm,读数的前 2 位 3.5 直接由尺上读出的,是准确的,称为可靠数字,末位数 0.09 是从尺上最小分度之间估计出来的,这个数字带有一定的误差,因而称之为可疑数字。普通毫米尺读出的 3.59 cm 只得到 3 位有效数字,读到小数点后 2 位为止。要想提高测量精度,可以换用其他精确度更高的仪器,比如用螺旋测微器测同一物体的长度,得到 3.594 2 cm 的结果,其中 3.594 是可靠数,而末位的“2”估读到小数点后第 4 位上。可见,有效数字位数的多少不仅与被测对象本身有关,还与所选用的测量仪器的精度有关。通常情况下,仪器精度越高,对于同一被测对象,所得结果的有效数字位数越多。

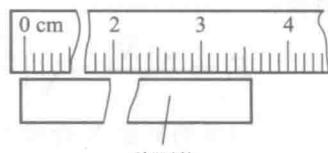


图 2-3 直接测量示意图

有效数字位数的多少,还与测量方法有关。例如用秒表测量单摆的周期,其误差主要由启动和制动表时手的动作与目测协调的程度决定,一般其误差为 0.2 s。如只测一个周期,得到  $T=1.9$  s,若测连续的 100 个周期,如果  $100T=191.2$  s,则周期的平均值  $T=1.912$  s。可见,采用不同的测量方法,结果的有效数字也随之变化。

一般情况下,测量结果的有效数字位数愈多,其相对误差愈小,测量亦愈准确。因而在进行误差分析时,可以用误差大小评价测量的质量,有时也可以根据有效数字的位数多