概率论与数理统计

（经管类）

主编　王雅丽　陈　伟

湖南师范大学出版社

本书为河北省高等教育教学改革研究重点项目
“高校经管类《高等数学》教学改革的研究与
实践（2015GJJG160）”研究成果

概率论与数理统计

（经管类）

主　编　王雅丽　陈　伟

副主编　王彤歌　王　凯
　　　　李　静　张文敏
　　　　林距华　周银英

审　核　张宝环

学院图书馆
藏书专用章

湖南师范大学出版社

·长沙·

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计(经管类) / 王雅丽，陈伟主编. —长沙：湖南师范大学出版社，2018.7

ISBN 978-7-5648-3236-0

Ⅰ.①概… Ⅱ.①王… ②陈… Ⅲ.①概率论—高等学校—教材 ②数理统计—高等学校—教材 Ⅳ.①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 096451 号

概率论与数理统计(经管类)

Gailvlun yu Shuli Tongji (Jingguanlei)

王雅丽　陈　伟　主编

◇责任编辑：廖小刚
◇责任校对：施　游
◇出版发行：湖南师范大学出版社
　　　　地址：长沙岳麓山　邮编：410081
　　　　电话：0731-88873070　88873071　传真：0731-88872636
　　　　网址：http://press.hunnu.edu.cn
◇经销：湖南省新华书店
◇印刷：湖南雅嘉彩色印刷有限公司
◇开本：787 mm×1092 mm　1/16
◇印张：14.75
◇字数：416 千字
◇版次：2018 年 7 月第 1 版　2018 年 7 月第 1 次印刷
◇书号：ISBN 978-7-5648-3236-0
◇定价：48.00 元

如有印装质量问题，请与承印厂调换

前　言

随着招生规模的迅速扩大,我国高等教育实现了从精英教育到大众教育的过渡,这给我国的高等教育带来了一系列的变化、问题与挑战,就高校经管类《概率论与数理统计》的教学方面,存在着诸如理论与实际相脱节、文理兼收导致学生数学水平参差不齐等诸多问题.

本教材是应上述形势而立的河北省高等教育教学改革研究重点项目"高校经管类《高等数学》教学改革的研究与实践(2015GJJG160)"的研究成果,也是为定位于培养应用型人才而编写的适应经管类的教材.本教材是廊坊师范学院担任《概率论与数理统计》教学的老师的合作成果的结晶,其内容符合教育部最新颁布的高等学校经管类专业《概率论与数理统计》教学大纲的要求.

该书的主要特点是,在每章开头,明示本章的教学目标,使学生学习带有目的性;在内容编排上由浅入深,重点突出,难点分散,便于初学者学习接受;每节的课后习题配有 A、B 两种类型:A 套题是针对基本知识的训练而编写的,B 套题是节选往年的考研题,是为学有余力并准备参加研究生考试的学生安排的,目的是对接考研,激发学生拓展深层次的知识;每章后附有章节自测题,便于学生检测对这一章的掌握程度,也便于复习.

本书共 9 章.第 1—5 章是概率论的基本知识及内容,包含了随机事件与概率、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律及中心极限定律;第 6—9 章是概率统计的基础知识,包含概率统计的基本概念、参数估计、假设检验、方差分析与回归分析.

书中加"*"号的内容,可根据教学需要和学时安排进行取舍.

全书编写分工如下:第 1 章和第 8 章,张文敏,廊坊师范学院;第 2 章和第 6

章，王彤歌，廊坊师范学院；第 3 章和第 5 章，林距华，廊坊师范学院；第 4 章和第 7 章，王雅丽，廊坊师范学院；第 9 章，陈伟，廊坊师范学院. 全书由廊坊师范学院王雅丽绘图、统稿、总纂、校对，廊坊师范学院张宝环审核.

本教材适合作为高等院校经济、管理等非数学类本科专业的《概率论与数理统计》教材，也可作为上述各专业领域读者的教学参考书. 书中有疏漏和不当之处，望广大读者和同行专家批评指正.

编　者

2018 年 6 月

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

目　录

第一章 随机事件及其概率

教学目标

(1)理解随机事件的概念,理解样本空间的概念,掌握事件的关系和运算.

(2)理解概率、条件概率的定义,掌握条件概率的基本性质,会计算古典概型的概率.

(3)掌握概率的加法公式、乘法公式,会应用全概率公式和贝叶斯公式.

(4)理解事件独立性的概念,掌握应用事件独立性计算概率的方法.

(5)理解独立重复试验的概率,掌握计算有关事件概率的方法.

概率论与数理统计是一门研究随机现象的数量规律的数学学科,是统计学的理论基础.它有着系统、丰富的内容和许多深刻的结论.20世纪以来,它已广泛应用于工业、国防、国民经济及工程技术等各个领域.本章介绍的随机事件及其概率是概率论中最基本、最重要的概念之一.

§ 1.1
随机事件

1.1.1 随机现象

在自然界和人类社会生活中普遍存在着两类现象.一类是在一定条件下必然出现的现象,称为**确定性现象**.

例如:(1)向空中抛掷一物体,此物体上升到一定高度后必然下落;

(2)在一个标准大气压下把水加热到100℃必然会沸腾;

(3)同性电荷相互排斥,异性电荷相互吸引.

另一类则是在一定条件下我们事先无法准确预知其结果的现象,称为**随机现象**.

例如:(1)在相同的条件下抛一枚均匀的硬币,其结果可能是正面(分值面)向上,也可能是反面向上,重复投掷,每次的结果在出现之前都不能确定;

(2)从同一生产线上生产的灯泡的寿命;

(3)实力相当的一场足球赛,究竟哪个队会赢.

1.1.2 随机试验与随机事件

为了研究和揭示随机现象的统计规律性,就要对随机现象进行大量的重复观察,我们把观察的过程称为试验.满足下列条件的试验称为**随机试验**(本书以下简称"**试验**"):

(1)可重复性:在相同的条件下试验可以重复进行;

(2)可观察性:每次试验的结果具有多种可能性,而且在试验之前可以明确试验的所有可能的结果;

(3)随机性:在每次试验之前不能准确地预言该次试验将出现哪一种结果,但可以肯定会出现上述所有可能结果中的一个.

我们用 E 表示一个试验.把随机试验的每一种可能的结果称为**样本点**,用 ω 表示.用 $\Omega=\{\omega\}$ 表示随机试验 E 的样本点的集合,称为**样本空间或基本空间**.

例如:(1)抛一枚均匀的硬币,其可能出现的结果只有两种:正面、反面.若令 $\omega_1=$正面,$\omega_2=$反面,则 ω_1,ω_2 为该随机试验的两个样本点,则 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2\}$ 为其样本空间.

(2)投掷一颗骰子,观察出现的点数.其可能出现的点数为:1,2,3,4,5,6,若令 $\omega_i=i(i=1,2,3,4,5,6)$,则 $\omega_i(i=1,2,3,4,5,6)$ 为随机试验的样本点,其样本空间 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4,\omega_5,\omega_6\}=\{1,2,3,4,5,6\}$.

试读结束:需要全本请在线购买: www.ertongbook.com

(3)观察单位时间内到达某公交车站候车的人数. 令 $\omega_i(i=0,1,2,\cdots)$为单位时间内有 i 人到达车站候车,则样本点为 $\omega_i(i=0,1,2,\cdots)$,其样本空间为 $\Omega=\{\omega_0,\omega_1,\omega_2,\cdots\}=\{0,1,2,\cdots\}$.

(4)从一批灯泡中任取一只,以小时为单位,测试这只灯泡的寿命. 令 t 表示灯泡的寿命,则大于等于零的任意一个实数都是该试验的一个样本点,其样本空间为 $\Omega=\{t|t\geqslant 0\}$.

每次试验中,可能发生也可能不发生,而在大量试验中具有某种规律性的事件称为**随机事件**(或**偶然事件**),简称为**事件**. 通常用大写字母 A、B、C 等表示.

在随机事件中,有些可以看成是由某些事件复合而成的,而有些事件则不能分解为其他事件的组合. 这种不能分解成其他事件组合的最简单的随机事件称为**基本事件**.

例如,掷一颗骰子的实验中,其出现的点数,“1 点”“2 点”…“6 点”都是基本事件. “奇数点”也是随机事件,但它不是基本事件,它是由“1 点”“3 点”“5 点”这三个基本事件组成的,只要这三个基本事件中的一个发生,“奇数点”这个事件就发生.

每次试验中一定发生的事件称为**必然事件**,用符号 Ω 表示. 每次实验中一定不发生的事件称为**不可能事件**,用符号$\varnothing$表示. 例如,在上面提到的掷骰子实验中,“点数小于 7”是必然事件,“点数不小于 7”是不可能事件.

应该指出:必然事件与不可能事件有着紧密的联系. 如果每次实验中,某一个结果必然发生(如“点数小于 7”),那么这个结果的反面(即“点数不小于 7”)就一定不发生;不论必然事件、不可能事件,还是随机事件,都是相对于一定的实验条件而言的,如果实验的条件变了,事件的性质也会发生变化. 比如,掷两颗骰子时,“点数总和小于 7”是随机事件,而掷 10 颗骰子时,“点数总和小于 7”就是不可能事件. 概率论所研究的都是随机事件,为讨论问题方便,将必然事件 Ω 及不可能事件$\varnothing$作为随机事件的两个极端情况.

1.1.3 随机事件的关系和运算

对于试验的每一个基本事件,用只含有一个元素 ω 的单点集合$\{\omega\}$表示;由若干个基本事件复合而成的事件,用包含若干个相应元素的集合表示;由所有基本事件对应的全部元素组成的集合称为样本空间. 由于任何一次实验的结果必然出现全部基本事件之一,这样样本空间作为一个事件是必然事件,仍以 Ω 表示. 每一个基本事件所对应的元素称为样本空间的样本点. 因而,可以把随机事件定义为样本点的某个集合. 称某事件发生,就是当且仅当属于该集合的某一个样本点在试验中出现. 不可能事件就是空集$\varnothing$. 必然事件就是样本空间 Ω. 于是事件间的关系和运算就可以用集合论的知识来解释.

1. 事件的包含

如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生,即属于 A 的每一个样本点也属于 B,则称事件 B 包含事件 A,或称事件 A 含于事件 B. 记作

$$A\subset B.$$

2. 事件的相等

如果事件 A 包含事件 B,事件 B 也包含事件 A,称事件 A 与事件 B 相等,即 A 与 B 中的样本点完全相同. 记作

$$A=B.$$

3. 事件的并(或和)

两个事件 A、B 中至少有一个发生,即"A 或 B"是一个事件,称为事件 A 与 B 的并(和). 它是由属于 A 或 B 的所有样本点构成的集合. 记作

$$A+B \text{ 或 } A\cup B.$$

n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和表示 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中至少有一个事件发生. 记作

$$\sum_{i=1}^{n}A_i \text{ 或 } \bigcup_{i=1}^{n}A_i.$$

无穷可列个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 至少有一个发生,可表示为

$$\sum_{i=1}^{\infty}A_i \text{ 或 } \bigcup_{i=1}^{\infty}A_i.$$

4. 事件的交(或积)

两个事件 A 与 B 同时发生,即"A 且 B"是一个事件,称为事件 A 与 B 的交. 它是由既属于 A 又属于 B 的所有公共样本点构成的集合. 记作

$$AB \text{ 或 } A\cap B.$$

5. 事件的差

事件 A 发生而事件 B 不发生,是一个事件,称为事件 A 与 B 的差. 它是由属于 A 但不属于 B 的那些样本点构成的集合. 记作

$$A-B.$$

也可记作 $A\overline{B}$,或 $A-AB$.

6. 互不相容事件

如果事件 A 与 B 不能同时发生,即 $AB=\varnothing$,称事件 A 与 B 互不相容(或称互斥). 互不相容事件 A 与 B 没有公共的样本点. 显然,基本事件间是互不相容的.

7. 对立事件(或互逆事件)

事件"非 A"称为 A 的对立事件(或逆事件). 它是由样本空间中所有不属于 A 的样本点组成的集合. 记作

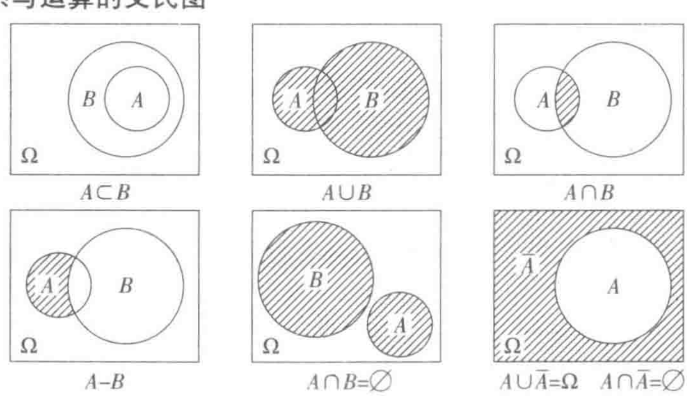
$$\overline{A}.$$

显然,$A\overline{A}=\varnothing$,$A+\overline{A}=\Omega$,$\overline{A}=\Omega-A$,$\overline{\overline{A}}=A$.

8. 完备事件组

若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为两两互不相容的事件,并且 $A_1+\cdots+A_n=\Omega$,称 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 构成一个完备事件组.

9. 事件的关系与运算的文氏图



10. 事件间的运算律

(1)交换律：$A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$.

(2)结合律：$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$，

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$.

(3)分配律：$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$，

$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$.

(4)德摩根定律(对偶律)：$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$(可以推广到任意多个事件的情形).

例 1 设 A、B、C 是样本空间 Ω 中的三个随机事件，试用 A、B、C 的运算表达式表示下列随机事件.

(1)A 与 B 发生，但 C 不发生；(2)事件 A、B、C 中至少有一个发生；

(3)事件 A、B、C 中至少有两个发生；(4)事件 A、B、C 中恰好有两个发生；

(5)事件 A、B、C 中不多于一个事件发生.

解 (1)$AB\overline{C}$；(2)$A\cup B\cup C$ 或 $A+B+C$；

(3)$AB\cup BC\cup AC$ 或 $AB+BC+AC$；

(4)$AB\overline{C}\cup A\overline{B}C\cup\overline{A}BC$ 或 $AB\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}BC$；

(5)$\overline{A}\overline{B}\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C$ 或$\overline{AB\cup BC\cup AC}$.

例 2 一名射手连续向某个目标射击三次，事件 A_i 表示该射手第 i 次射击时击中目标($i=1,2,3$). 试用文字叙述下列事件.

(1)$A_1\cup A_2$；(2)$\overline{A}_2$；(3)$A_1\cup A_2\cup A_3$；(4)$A_1A_2A_3$；(5)$A_3\overline{A}_2$；(6)$\overline{A}_2\cup\overline{A}_3$.

解 (1)$A_1\cup A_2$ 表示前两次中至少有一次击中；(2)$\overline{A}_2$ 表示第二次未击中；

(3)$A_1\cup A_2\cup A_3$ 表示三次中至少有一次击中；(4)$A_1A_2A_3$ 表示三次都击中；

(5)$A_3\overline{A}_2$ 表示第三次击中但第二次未击中；(6)$\overline{A}_2\cup\overline{A}_3$ 表示后二次中至少有一次未击中.

习题 1.1

(A)

1. 将一枚均匀的硬币抛两次，事件 A,B,C 分别表示"第一次出现正面"，"两次出现同一面"，"至少有一次出现正面". 试写出样本空间及事件 A,B,C 中的样本点.

2. 在掷两颗骰子的试验中，事件 A,B,C,D 分别表示"点数之和为偶数"，"点数之和小于5"，"点数相等"，"至少有一颗骰子的点数为 3". 试写出样本空间及事件 AB，$A+B$，$\overline{A}C$，BC，$A-B-C-D$ 中的样本点.

3. 将下列事件用 A,B,C 表示出来：

(1)A,B,C 都发生或都不发生；(2)A,B,C 中不多于一个发生；(3)A,B,C 中不多于两个发生；(4)A,B,C 中至少有两个发生.

4. 以 A,B,C 分别表示某城市居民订阅日报、晚报和体育报. 试用 A,B,C 表示以下事件：

(1)只订阅日报；(2)只订日报和晚报；(3)只订一种报；(4)正好订两种报；(5)至少订阅一种报；(6)不订阅任何报；(7)至多订阅一种报；(8)三种报纸都订阅；(9)三种报纸不全订阅.

5. 甲、乙、丙三人各射击一次，事件 A_1，A_2，A_3 分别表示甲、乙、丙射中. 试说明下列事件所表示的结果：$\overline{A}_2$，A_2+A_3，$\overline{A_1A_2}$，$\overline{A_1+A_2}$，$A_1A_2\overline{A}_3$，$A_1A_2+A_2A_3+A_1A_3$.

6. 设事件 A,B,C 满足 $ABC\neq\Phi$,试把下列事件表示为一些互不相容的事件的和:$A+B+C,AB+C,B-AC$.

7. 两个事件互不相容与两个事件对立有何区别? 举例说明.

8. 对于事件 A,B,若 $AB=\bar{A}\cap\bar{B}$,问 A,B 有什么关系?

9. 化简 $\overline{(\overline{AB}\cup C)(\overline{AC})}$.

10. 证明:$(A\cup B)-B=A-AB=A\bar{B}=A-B$.

(B)

(2000 年考研数学三真题,3 分)在电炉子上安装了 4 个温控器,其显示温度的误差是随机的,在使用过程中,只要有两个温控器显示的温度不低于临界温度 t_0,电炉就断电,以 E 表示事件"电炉断电",而 $T_1\leqslant T_2\leqslant T_3\leqslant T_4$ 为 4 个温控器的按递增顺序排列的温度值,则事件 E 等于(　　).

A. $\{T_1\geqslant t_0\}$　　B. $\{T_2\geqslant t_0\}$　　C. $\{T_3\geqslant t_0\}$　　D. $\{T_4\geqslant t_0\}$

§1.2 随机事件的概率

对于一个随机事件 A,在一次随机试验中,它是否会发生,事先并不能确定. 但我们会问,在一次实验中,事件 A 发生的可能性有多大? 并希望找到一个合适的数来表示事件 A 在一次实验中发生的可能性大小. 为此,本节首先引入频率的概念,它描述了事件发生的频繁程度,进而引出表征事件在一次实验中发生的可能性大小的概率.

1.2.1 频率及其性质

定义 1 若在相同条件下进行 n 次实验,其中事件 A 发生的次数为 $r_n(A)$,则称 $f_n(A)=\dfrac{r_n(A)}{n}$ 为事件 A 发生的**频率**.

易见,频率具有下述基本性质:

(1) $0\leqslant f_n(A)\leqslant 1$;

(2) $f_n(\Omega)=1$;

(3) 设 $A_1,A_2,\cdots,A_m$ 是两两互不相容的事件,则

$$f_n(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_m)=f_n(A_1)+f_n(A_2)+\cdots+f_n(A_m).$$

根据上述定义,频率反映了一个随机事件在大量重复实验中发生的频繁程度. 例如,抛掷一枚均匀硬币时,在一次实验中虽然不能肯定是否会出现正面,但大量重复实验时,发现出现

正面和反面的次数大致相等，即各占总实验次数的比例大致为 0.5，并且随着实验次数的增加，这一比例更加稳定地趋于 0.5. 这似乎表明，频率的稳定值与事件发生的可能性大小（概率）之间有着内在的联系.

例 1 圆周率 $\pi=3.1415926\cdots$是一个无限不循环小数，我国数学家祖冲之第一次把它计算到小数点后七位，这个记录保持了 1000 多年！以后不断有人把它算得更精确. 1873 年，英国学者沈克士公布了一个 π 的数值，该数值在小数点后一共有 707 位之多！但几十年后，曼彻斯特的费林生对它产生了怀疑. 他统计了 π 的 608 位小数，得到了下表中的结果：

数字	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
出现次数	60	62	67	68	64	56	62	44	58	67

你能说出他产生怀疑的理由吗?

因为 π 是一个无限不循环小数，所以，理论上每个数字出现的次数应近似相等，或它们出现的频率应都接近于 0.1，但 7 出现的频率过小. 这就是费林产生怀疑的理由.

例 2 检查某工厂一批产品的质量，从中分别抽取 10 件、20 件、50 件、100 件、150 件、200 件、300 件来检查，检查结果及次品出现的频率列入下表.

抽取产品总件数 n	10	20	50	100	150	200	300
次品数 μ	0	1	3	5	7	11	16
次品频率 μ/n	0	0.050	0.060	0.050	0.047	0.055	0.053

由表可以看出，在抽出的 n 件产品中，次品数 μ 随着 n 的不同而取不同的值，但次品频率 $\frac{\mu}{n}$仅在 0.05 附近有微小变化. 这里 0.05 就是次品频率的稳定值.

实际观察中，通过大量重复实验得到随机事件的频率稳定于某个数值的例子还有很多. 它们均表明这样一个事实：当实验次数增大时，事件 A 发生的频率 $f_n(A)$总是稳定在一个确定数 p 附近，而且偏差随着实验次数的增大而越来越小. 频率的这种性质在概率论中称为频率的**稳定性**. 频率具有稳定性的事实说明了刻画随机事件 A 发生的可能性大小的数——概率的客观存在性.

定义 2 在相同条件下重复进行 n 次实验，若事件 A 发生的频率 $f_n(A)=\frac{r_n(A)}{n}$随着实验次数 n 的增大而稳定地在某个常数 $p(0\leqslant p\leqslant 1)$附近摆动，则称 p 为事件 A 的**概率**，记为 $P(A)$.

上述定义称为随机事件概率的统计定义. 根据这一定义，在实际应用时，往往可用实验次数足够大时的频率来估计概率的大小，且随着实验次数的增加，估计的精度会越来越高.

例 3 从某鱼池中取 100 条鱼，做上记号后再放入该鱼池中. 现从该池中任意捉来 40 条鱼，发现其中两条有记号，问池内大约有多少条鱼?

解 设池内有 n 条鱼，则从池中捉到一条有记号的鱼的概率为$\frac{100}{n}$，它近似于捉到有记号的鱼的频率$\frac{2}{40}$，即$\frac{100}{n}\approx\frac{2}{40}$，解之得 $n\approx 2000$，故池内大约有 2000 条鱼.

1.2.2 概率的公理化定义

任何一个数学概念都是对现实世界的抽象,这种抽象使得其具有广泛的使用性.事件的频率解释为概率提供了经验基础,但是不能作为一个严格的数学定义,从概率论有关问题的研究算起,经过近三个世纪的漫长探索历程,人们才真正完整地解决了概率的严格数学定义.1933年,苏联著名的数学家柯尔莫哥洛夫,在他的《概率论的基本概念》一书中给出了现在已被广泛接受的概率公理化体系,第一次将概率论建立在严密的逻辑基础上.

定义3 设 E 是随机实验,Ω 是它的样本空间,对于 E 的每一个事件 A 赋予一个实数,记为 $P(A)$,若 $P(A)$ 满足下列三个条件:

(1)非负性:对每一个事件 A,有 $P(A)\geqslant 0$;

(2)完备性:$P(\Omega)=1$;

(3)可列可加性:设 $A_1,A_2,\cdots$ 是两两互不相容的事件,则有

$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i)=\sum_{i=1}^{\infty}P(A_i),$$

则称 $P(A)$ 为事件 A 的概率.

1.2.3 概率的性质

由概率的公理化定义,可推出概率的一些重要性质.

性质1 $P(\varnothing)=0$.

证明 令 $A_n=\varnothing(n=1,2,\cdots)$,则 $\bigcup\limits_{n=1}^{\infty}A_n=\varnothing$,且 $A_iA_j=\varnothing(i\neq j,i,j=1,2,\cdots)$.由概率的可列可加性得

$$P(\varnothing)=P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty}A_n\right)=\sum_{n=1}^{\infty}P(A_n)=\sum_{n=1}^{\infty}P(\varnothing).$$

由概率的非负性知,$P(\varnothing)\geqslant 0$,故由上式可知 $P(\varnothing)=0$.

注意:不可能事件的概率为0,但反之不然.

性质2(有限可加性) 设 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 是两两互不相容的事件,则有

$$P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n).$$

证明 令 $A_{n+1}=A_{n+2}=\cdots=\varnothing$,即有 $A_iA_j=\varnothing,i\neq j,i,j=1,2,\cdots$.由概率的可列可加性得

$$\begin{aligned}P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)&=P\left(\bigcup_{k=1}^{\infty}A_k\right)=\sum_{k=1}^{\infty}P(A_k)=\sum_{k=1}^{n}P(A_k)+\sum_{k=n+1}^{\infty}P(A_k)\\&=\sum_{k=1}^{n}P(A_k)+0\\&=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n).\end{aligned}$$

性质3 $P(\overline{A})=1-P(A)$.

证明 因 $A\cup\overline{A}=\Omega$,且 $A\overline{A}=\varnothing$,由性质2,得

$$1=P(\Omega)=P(A\cup\overline{A})=P(A)+P(\overline{A}).$$

试读结束:需要全本请在线购买: www.ertongbook.com