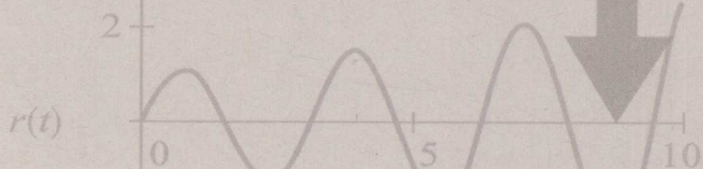


普通高等教育船舶与海洋工程学科“十三五”规划系列教材



动力机械振动 与噪声控制

● 杨农林 主编



华中科技大学出版社
<http://www.hzupress.com>

普通高等教育船舶与海洋工程学科“十三五”规划系列教材

动力机械振动与噪声控制

主 编 杨农林

华中科技大学出版社

中国·武汉

内 容 简 介

本书从帮助船舶与海洋工程专业和动力机械工程专业的大学生掌握振动与噪声控制基本理论出发,系统地介绍了单自由度系统、二自由度系统、多自由度系统、振动主动控制技术、隔振与吸振装置设计、结构振动基础、声波波动方程、声源模型及声场特性、机械噪声控制基本原理等内容。

本书可作为普通高校相应专业的教材,也可供从事相关工程的技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

动力机械振动与噪声控制/杨农林主编. —武汉: 华中科技大学出版社, 2018. 12

普通高等教育船舶与海洋工程学科“十三五”规划系列教材

ISBN 978-7-5680-4786-9

I. ①动… II. ①杨… III. ①动力机械-机械振动-高等学校-教材 ②动力机械-噪声控制-高等学校-教材 IV. ①TB533

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 271448 号

动力机械振动与噪声控制

杨农林 主编

Dongli Jixie Zhendong yu Zaosheng Kongzhi

策划编辑: 万亚军

责任编辑: 戢凤平

封面设计: 原色设计

责任监印: 周治超

出版发行: 华中科技大学出版社(中国·武汉)

电话: (027)81321913

武汉市东湖新技术开发区华工科技园

邮编: 430223

录 排: 华中科技大学惠友文印中心

印 刷: 武汉市籍缘印刷厂

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 9.5

字 数: 249 千字

版 次: 2018 年 12 月第 1 版第 1 次印刷

定 价: 38.00 元



华中出版

本书若有印装质量问题, 请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线: 400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究

序

海洋是孕育生命的“摇篮”，也是养育生命的“牧场”，人类社会发展的历史进程与海洋息息相关。自古以来，人类在利用海洋获得“鱼盐之利”的同时，也获得了“舟楫之便”，仅海上运输一项，就占到了目前国际贸易总运量中的 $2/3$ 以上。而今，随着科学技术的发展，海洋油气开发、海洋能源开发、海水综合利用和海洋生物资源开发及保护等拉开了 21 世纪——海洋新世纪的帷幕。传统的船舶工程因海洋开发而焕发青春，越来越明朗地成为 21 世纪一道亮丽的风景线。

船舶与海洋工程学科是一个有着显著应用背景的学科。大型船舶和海上石油钻井平台是这个学科工程应用的两个典型标志。它们就如同海上的城市，除了宏大的外观，其上也装备有与陆地上相类似的设施，如电站及电网系统、起吊设备、生活起居设施、直升机起降平台等，还装备有独特的设施，如驾控室、动力装置、推进系统、锚泊设备等。因此，该学科与其他相关学科有着密切的联系，如土木工程、动力工程及工程热物理、机械工程、电气工程、控制科学与工程等学科。将现代化的船舶与海洋工程的产品称为集科技大成之作，毫不夸张。

为了满足船舶与海洋工程学科本科生的学习需要，我们在多年教学、科研工作的基础上，参考兄弟院校的相关教材及国内外有关资料文献，编写了本系列教材。本系列教材涵盖了船舶与海洋工程专业和轮机工程专业的主要学习课程，包括船舶与海洋工程概论、轮机工程概论、船舶流体力学、船舶设计原理、船舶与海洋工程结构力学、船舶摇摆与操纵、海洋平台设计原理、海洋资源与环境、舰船电力系统及自动装置、船舶动力装置原理与设计、深海机械与电子技术、舰船液压系统等。本系列教材的编写，旨在为船舶与海洋工程学科相关专业的本科生提供系统的学习教材，同时也向从事造船、航运、海洋开发的科技工作者及对船舶与海洋工程知识有兴趣的广大读者提供一套系统介绍船舶与海洋工程知识的参考书。

教材建设是高校教学中的基础性工作，也是一项长期的工作，需要不断吸取人才培养模式和教学改革成果，吸取学科和行业的新知识、新技术、新成果。本套教材的编写出版只是近年来华中科技大学船舶与海洋工程学院教学改革的初步总结，还需要各位专家、同行提出宝贵意见，以进一步修订、完善，不断提高教材质量。

华中科技大学船舶与海洋工程学科规划教材编写组

2018 年 6 月

前 言

降低动力机械产品的振动和噪声,是开发现代高性能船舶面临的重要课题。同时,提高海军舰艇尤其是潜艇的隐身性,对增强其作战能力与生存能力具有重要作用。振动与噪声控制是高等院校中船舶与海洋工程专业及动力机械工程专业的主干课程。现有的有关教材,大多侧重介绍振动的知识,而对如何控制振动介绍不多,对一些新的振动分析工具较少提及。本书将振动与噪声基础和控制理论结合起来,并以振动的主动控制为对象,系统介绍了从振动机理到控制的一整套方法。作为理论的应用,本书还重点讲述了船舶动力装置的隔振与吸振系统。通过一些例题分析,介绍了现代的计算技术如 Matlab、Ansys 等在振动分析中的应用。

全书共 9 章。第 1 章介绍单自由度系统;第 2 章介绍二自由度系统;第 3 章介绍多自由度系统;第 4 章介绍振动主动控制技术;第 5 章介绍隔振与吸振装置设计;第 6 章介绍结构振动基础;第 7 章介绍声波波动方程;第 8 章介绍声源模型及声场特性;第 9 章介绍机械噪声控制基本原理。

本书由杨农林担任主编,杨昀参与了本书资料的收集、整理以及部分文稿的翻译和审阅。本书可作为普通高校船舶与海洋工程和动力机械工程等相关专业的教材,也可供从事相关工程的技术人员参考。

本书在华中科技大学船舶与海洋工程学院领导的大力支持下编写而成,并承蒙多位同行的帮助,谨在此一并表示谢意。限于编者的学识和水平,加上振动与噪声控制技术的不断发展,书中疏漏和不妥之处在所难免,敬请读者批评指正。

编者

2018 年 6 月于华中科技大学

主要符号表

A	振幅, 面积, 吸声量
B	空气绝热体积弹性模量, 滤波器带宽
$[C]$	阻尼矩阵
c	黏性阻尼系数, 声速
D	耗散函数
E	材料杨氏模量, 电动势
F	外力
$H(s)$	传递函数
I	冲量, 声强
k	波数, 刚度
$[K]$	刚度矩阵
L	级
$[M]$	质量矩阵
$\mathcal{M}$	放大因子
P	阻尼耗散能, 声场绝对压力
p	声压
r	声压反射系数
s	传递率, 断面形状系数
T	力矩, 张力, 绝对温度
T_{60}	混响时间
U	势能, 声场体积速度
u	声场质点振动速度
$[u]$	振型矩阵
V	体积, 动能
W	广义力的功, 声功率
$[W]$	刚度动力矩阵
X	声抗
Z	声阻抗
Z_s	声阻抗率
α	吸声系数, 剪切因子
β	剪切损耗因子
δ	对数衰减率
Δ	弹簧静伸长量, 摩擦位移
ω	频率
$\bar{\omega}$	频率比

ζ	阻尼比
η	损耗因子
λ	特征值, 波长
μ	振幅比, 摩擦系数, 质量比
ν	泊松比
ρ	密度
τ	周期, 声透射系数
ψ	隔振效率
γ	比热比
ϵ	声能密度

下标:

A	声
c	临界
d	阻尼
e	等效
f	摩擦力

目 录

第 1 章 单自由度系统	(1)
1.1 单自由度系统自由振动	(1)
1.2 单自由度系统受迫振动	(5)
1.3 传递函数和频率响应函数	(13)
1.4 复数表示法和系统的阻尼比	(17)
1.5 振动的设计与控制	(18)
1.6 单自由度 PID 控制	(20)
1.7 带有前置补偿器的跟踪控制系统	(24)
1.8 单自由度系统状态空间方程	(25)
1.9 稳定性	(26)
思考题	(28)
第 2 章 二自由度系统	(29)
2.1 二自由度系统自由振动	(29)
2.2 二自由度系统受迫振动	(38)
思考题	(41)
第 3 章 多自由度系统	(42)
3.1 解耦条件与模态分析法	(42)
3.2 无阻尼系统频率响应函数	(45)
3.3 无阻尼系统脉冲响应函数	(46)
3.4 黏性比例阻尼系统模态分析	(46)
3.5 黏性阻尼系统的频率响应函数和脉冲响应函数	(48)
3.6 振动系统分类	(48)
3.7 多自由度系统振动分析的状态空间法	(50)
3.8 振动响应状态空间表示	(50)
思考题	(52)
第 4 章 振动主动控制技术	(53)
4.1 振动的被动控制与主动控制	(53)
4.2 作动器	(54)
4.3 控制律设计方法	(57)
思考题	(62)
第 5 章 隔振与吸振装置设计	(63)
5.1 单层隔振系统	(63)
5.2 双层隔振系统	(65)
5.3 振动主动控制的应用	(66)
思考题	(71)

第 6 章 结构振动基础	(72)
6.1 杆的纵向振动	(72)
6.2 轴的扭转振动	(75)
6.3 梁的横向振动	(77)
6.4 薄板的横向振动	(83)
思考题	(89)
第 7 章 声波波动方程	(90)
7.1 理想流体中的声波方程	(90)
7.2 声场描述	(97)
思考题	(105)
第 8 章 声源模型及声场特性	(106)
8.1 声源模型	(106)
8.2 自由场中的声传播	(109)
8.3 封闭空间声场	(111)
思考题	(118)
第 9 章 机械噪声控制基本原理	(119)
9.1 机械噪声	(119)
9.2 声强法噪声源识别	(120)
9.3 机械噪声源控制概述	(123)
9.4 吸声减噪	(125)
9.5 隔声原理	(127)
9.6 消声器	(134)
9.7 阻尼减振降噪	(139)
思考题	(142)
主要参考文献	(144)

第 1 章 单自由度系统

1.1 单自由度系统自由振动

本节讨论一定初始干扰条件(这种干扰可以是初始位移、初始速度或两者兼有)下系统根据自身固有特性维持的自由振动。考虑如图 1.1.1 所示的弹簧-质量系统,单自由度系统自由振动的微分方程为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (1.1.1)$$

下面将从方程(1.1.1)出发,讨论系统做自由振动的特性及对初始干扰的响应。

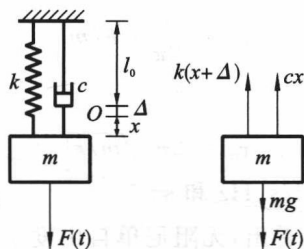


图 1.1.1 弹簧-质量系统

1.1.1 无阻尼系统的振动特性

1. 振动微分方程的解

当单自由度系统中没有阻尼元件时,振动微分方程为

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (1.1.2)$$

方程(1.1.2)是最简单的二阶齐次常系数线性微分方程,可以设方程的解为 $x(t) = ce^{st}$, 代入方程(1.1.2)得特征方程

$$ms^2 + k = 0 \quad (1.1.3)$$

记 $k/m = \omega_n^2$, 由特征方程(1.1.3)可得特征值 $s_{1,2} = \pm i\omega_n$, 方程(1.1.2)的解可写成

$$x(t) = c_1 \cos \omega_n t + c_2 \sin \omega_n t = R \cos(\omega_n t - \varphi) \quad (1.1.4)$$

当系统的初始条件为 $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$ 时,待定常数 c_1 , c_2 , R 和 φ 分别为

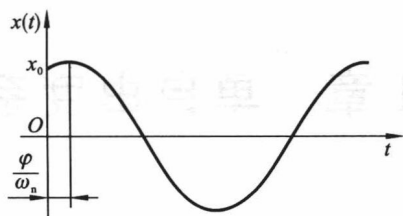
$$c_1 = x_0, \quad c_2 = \dot{x}_0 / \omega_n, \quad R = \sqrt{x_0^2 + (\dot{x}_0 / \omega_n)^2}$$

$$\varphi = \begin{cases} \arctan \frac{\dot{x}_0}{x_0 \omega_n}, & x_0 > 0 \\ \pi + \arctan \frac{\dot{x}_0}{x_0 \omega_n}, & x_0 < 0 \end{cases} \quad (1.1.5)$$

位移 $x(t)$ 随时间变化的规律如图 1.1.2 所示。

2. 振动特性

考察式(1.1.4)和式(1.1.5)的物理意义,可以把单自由度系统无阻尼自由振动的特性归

图 1.1.2 $x(t)$ 随时间的变换规律

纳为:

(1) 简谐振动。无阻尼单自由度系统受到初始干扰后做简谐振动。

(2) 固有频率。系统固有圆频率的表达式为

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.1.6)$$

系统固有频率为

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k/m} \quad (1.1.7)$$

系统振动的周期为

$$\tau_n = 2\pi \sqrt{m/k} \quad (1.1.8)$$

其中, ω_n 、 f_n 和 τ_n 的单位分别是 rad/s、Hz 和 s。

从式(1.1.6)~式(1.1.8)可以看出,无阻尼单自由度系统做自由振动时,固有频率只与系统本身元件的参数有关,即系统固有频率的平方与系统的等效刚度成正比,与系统的等效质量成反比。系统振动周期的平方与系统的等效质量成正比,与系统的等效刚度成反比。因为系统的等效质量越大,在同样弹性回复力下加速度越小,回到平衡位置所需的时间越长;若系统的等效质量相同,系统等效刚度越小,在同样位移下弹性回复力越小,加速度也越小,回到平衡位置所需的时间也越长。

1.1.2 黏性阻尼系统的振动特性

1. 振动微分方程的解

具有黏性阻尼的单自由度系统做自由振动时,微分方程式同方程(1.1.1),即 $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$ 。根据微分方程解的理论,可设方程(1.1.1)的解为

$$x = Ae^{st} \quad (1.1.9)$$

把式(1.1.9)代入方程(1.1.1),得到特征方程

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (1.1.10)$$

特征值为

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}} \quad (1.1.11)$$

定义 临界阻尼系数 c_c 为使系统特征方程(1.1.11)具有两个相同实根(即式(1.1.11)中的根式值为零)时的阻尼系数,即

$$c_c = 2\sqrt{mk} \quad (1.1.12)$$

定义 系统无量纲的阻尼比或阻尼因子 ζ 为阻尼系数与临界阻尼系数之比,即

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \quad (1.1.13)$$

把式(1.1.13)代入式(1.1.11)得到用无量纲的阻尼比表示的特征值为

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (1.1.14)$$

从式(1.1.13)可以看出阻尼比 ζ 与系统的阻尼系数、刚度和质量都有关,是系统的一个特征参数。因此,从式(1.1.14)出发,讨论系统的阻尼比 $\zeta > 1$ 、 $\zeta = 1$ 和 $\zeta < 1$ 三种情况。

(1) $\zeta > 1$ (过阻尼)。方程的解为

$$x(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} \quad (1.1.15)$$

当系统的初始条件为 $t = 0$ 时, $x(0) = x_0$ 和 $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$,则

$$A_1 = \frac{\dot{x}_0 - x_0 s_2}{s_1 - s_2}, \quad A_2 = \frac{\dot{x}_0 - x_0 s_1}{s_2 - s_1}$$

$$x(t) = \frac{1}{s_1 - s_2} [(\dot{x}_0 - x_0 s_2) e^{s_1 t} + (x_0 s_1 - \dot{x}_0) e^{s_2 t}] \quad (1.1.16)$$

过阻尼系统的 $x-t$ 曲线如图1.1.3所示。

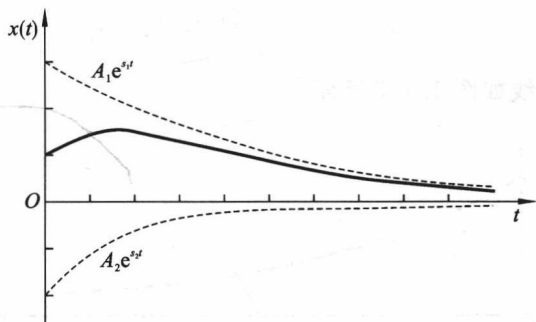


图 1.1.3 过阻尼系统的 $x-t$ 曲线

(2) $\zeta = 1$ (临界阻尼)。当阻尼比 $\zeta = 1$ 时, $s_1 = s_2 = -\omega_n = s$,方程的解为

$$x(t) = (A_1 + A_2 t) e^{st} \quad (1.1.17)$$

当系统的初始条件为 $t = 0$ 时, $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$,则 $A_1 = x_0$, $A_2 = \dot{x}_0 - x_0 s$,于是 $x(t)$ 可写成

$$x(t) = e^{st} [x_0 + (\dot{x}_0 - \dot{x}_0 s) t] \quad (1.1.18)$$

临界阻尼系统的 $x-t$ 曲线如图1.1.4所示。

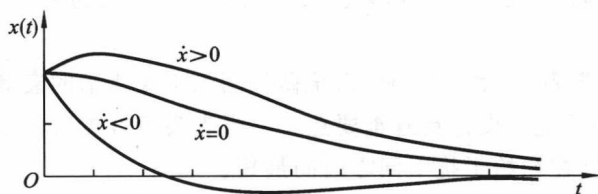


图 1.1.4 临界阻尼系统的 $x-t$ 曲线

(3) $\zeta < 1$ (弱阻尼)。弱阻尼时式(1.1.11)中根式的值小于零, s_1 和 s_2 是一对共轭复数,即

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm i\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (1.1.19)$$

记

$$\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = \omega_d \quad (1.1.20)$$

称 ω_d 为系统有阻尼固有圆频率, 单位为 rad/s。系统的响应为

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} (A_1 e^{i\omega_d t} + A_2 e^{-i\omega_d t})$$

或

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} (B_1 \cos\omega_d t + B_2 \sin\omega_d t) \quad (1.1.21)$$

当系统的初始条件为 $t=0$ 时, $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$, $B_1 = x_0$, $B_2 = \frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}{\omega_d}$, 则系统的响应也能表示成

$$x(t) = R e^{-\zeta\omega_n t} \cos(\omega_d t - \varphi) \quad (1.1.22)$$

式中

$$R = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}{\omega_d} \right)^2}$$

$$\varphi = \begin{cases} \arctan\left(\frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}{\omega_d x_0}\right), & x_0 > 0 \\ \pi + \arctan\left(\frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}{\omega_d x_0}\right), & x_0 < 0 \end{cases}$$

弱阻尼系统的 $x-t$ 曲线如图 1.1.5 所示。

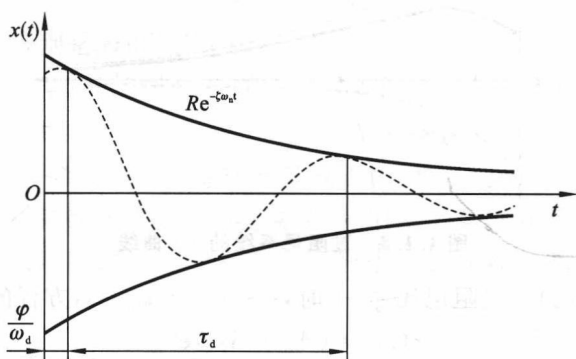


图 1.1.5 弱阻尼系统的 $x-t$ 曲线

2. 振动特性

从黏性阻尼系统振动微分方程的解, 可以归纳出系统的如下振动特性:

(1) 当系统具有过阻尼 ($\zeta > 1$) 时, 系统做如图 1.1.3 所示的衰减运动而不是振动, 因而不作更多的讨论。

(2) 当系统具有临界阻尼 ($\zeta = 1$) 时, 系统做如图 1.1.4 所示的衰减运动, 它也不是振动, 但临界阻尼对仪器表头系统的设计具有重要意义。当表头等效单自由度系统的阻尼系数等于临界阻尼时, 表头的指针在初始干扰下回零时间最短。

(3) 当系统具有弱阻尼 ($\zeta < 1$) 时, 如图 1.1.5 所示, 系统做振幅按指数衰减的准周期振动。准周期为 $\tau_d = 2\pi/\omega_d$, 衰减振动曲线的包络线为 $\pm R e^{-\zeta\omega_n t}$ 。

从关系式 (1.1.20) 可以看出 $\omega_d < \omega_n$, 因而 $\tau_d > \tau_n$ 。当阻尼比较小时, ω_d 和 ω_n 的误差相当小, 即使当阻尼比 $\zeta = 0.6$ 时, ω_d 和 ω_n 之比也有 0.866。因此, 工程中讨论系统的固有频率或周期时, 往往忽略系统的阻尼。

1.2 单自由度系统受迫振动

本节将讨论和自由振动有本质区别的由外界持续激励引起的振动,称为受迫振动。

外界激励引起系统振动的状态称为响应。对于线性系统,可分别求出对初始条件和对外界激励的响应,然后把它们合成得到系统的总响应。这是建立在叠加原理基础上的。

系统对外界激励的响应的求解方法,取决于激励的类型。简谐激励力引起的受迫振动具有基础性质,最能揭示振动规律,故将对它做较详细的讨论。周期性激励力,可用傅里叶级数将其作为许多谐波函数的叠加使之简化为简谐激励。对于非周期性任意激励力,将介绍脉冲响应和杜哈曼积分。

1.2.1 简谐激励的响应

1. 振动微分方程的解

如图 1.1.1 所示的黏性阻尼弹簧-质量系统,若设激励力 $F(t) = F_0 \sin \omega t$,则系统受迫振动的微分方程形式为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t \quad (1.2.1)$$

式(1.2.1)是一个二阶常系数非齐次线性微分方程,它的解由两部分组成。在弱阻尼情况下,齐次解已由式(1.1.22)得到,另设非齐次解

$$x_2(t) = X_0 \sin(\omega t - \Phi) \quad (1.2.2)$$

式中: X_0 为受迫振动的振幅; ω 为受迫振动的圆频率; Φ 是质量位移 $x_2(t)$ 与激励力 $F(t)$ 之间的相位差。所以式(1.2.1)的全解为

$$x(t) = R \cdot e^{-\zeta \omega_n t} \cos(\omega_d t - \varphi) + X_0 \sin(\omega t - \Phi) \quad (1.2.3)$$

式(1.2.3)中等式右边第一项表示有阻尼自由振动响应,它是衰减振动,仅在振动开始后的一段时间内有意义,属于瞬态解。等式右边第二项表示受迫振动响应,它是持续的等幅振动,属于稳态解。下面来讨论稳态解。

对式(1.2.2)求导后代入式(1.2.1),整理后得

$$[X_0(k - m\omega^2) - F_0 \cos \Phi] \sin(\omega t - \Phi) + (c\omega X_0 - F_0 \sin \Phi) \cos(\omega t - \Phi) = 0$$

由于 $\sin(\omega t - \Phi)$ 和 $\cos(\omega t - \Phi)$ 不为零,必有

$$\left. \begin{aligned} X_0(k - m\omega^2) - F_0 \cos \Phi &= 0 \\ c\omega X_0 - F_0 \sin \Phi &= 0 \end{aligned} \right\}$$

解此联立方程得 X_0 和 Φ , 即

$$X_0 = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad (1.2.4)$$

$$\Phi = \arctan \frac{c\omega}{k - m\omega^2} \quad (1.2.5)$$

令频率比 $\bar{\omega} = \omega/\omega_n$, 有

$$X_0 = \frac{F_0/k}{\sqrt{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + (2\zeta\bar{\omega})^2}} \quad (1.2.6)$$

$$\Phi = \arctan \frac{2\zeta\bar{\omega}}{1 - \bar{\omega}^2} \quad (1.2.7)$$

其中： $\omega_n^2 = k/m, c/2m = \zeta\omega_n$ 。所以系统的稳态响应为

$$x_2(t) = \frac{1}{\sqrt{(1-\bar{\omega}^2)^2 + (2\zeta\bar{\omega})^2}} F_0/k \sin(\omega t - \Phi) \tag{1.2.8}$$

令

$$\mathcal{M} = \frac{1}{\sqrt{(1-\bar{\omega}^2)^2 + (2\zeta\bar{\omega})^2}} \tag{1.2.9}$$

则式(1.2.8)可表示为

$$x = \mathcal{M}(F_0/k) \sin(\omega t - \Phi)$$

其中， $\mathcal{M}$ 称为放大因子。

2. 响应特性

从式(1.2.6)~式(1.2.8)，阻尼受迫振动稳态响应的特性可以归纳如下：

- (1) 简谐振动。系统在简谐激励下的响应仍是简谐的。
- (2) 受迫振动的频率。从式(1.2.8)可看出，受迫振动的频率与激励的频率 ω 相同。
- (3) 受迫振动的振幅。受迫振动的振幅与初始条件无关，这一点由式(1.2.6)可以看出。它与静变位 F_0/k 呈线性关系，而弹簧刚度是一定值，故受迫振动幅值 X_0 与力幅 F_0 成正比。 F_0 越大， X_0 也越大。除此之外，振幅还受 ω 和 ω_n 的影响，为清楚起见，以放大因子 $\mathcal{M}$ 作为纵坐标，频率比 $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_n}$ 为横坐标，并以阻尼比 ζ 为参变量作出如图 1.2.1 所示的频响特性曲线。

从式(1.2.9)及图 1.2.1 可看出：当 $\omega \rightarrow 0$ 或 $\bar{\omega} \ll 1$ 时， $\mathcal{M} \rightarrow 1$ 。此时激励力变化缓慢，相当于把激励力幅 F_0 以静载荷形式施加于系统上，动态影响不大，振幅与静变位相差无几。

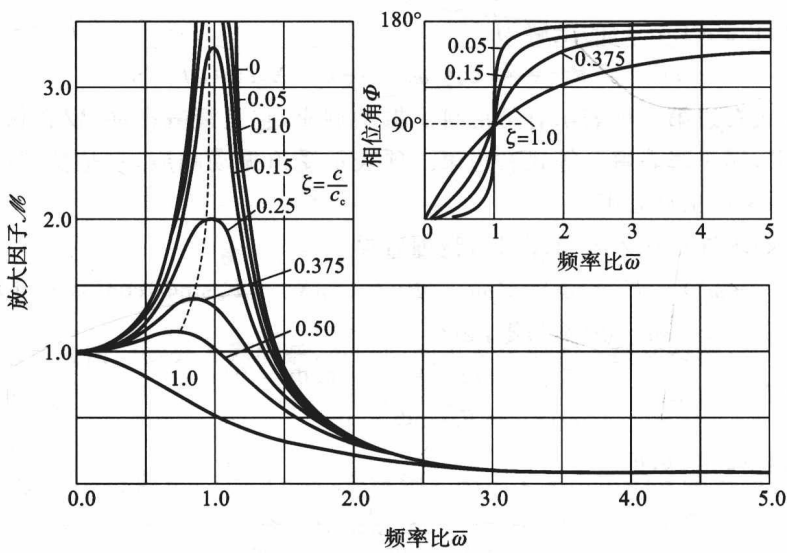


图 1.2.1 幅频和相频响应曲线

当 $\omega \rightarrow \omega_n$ 或 $\bar{\omega} \rightarrow 1$ 时，振幅将急剧增加，并达到最大值，这种现象称为“共振”。在此区域附近，振幅大小主要取决于系统的阻尼，阻尼越小，共振表现越剧烈，振幅越大。

当 ω 继续增大，即 $\bar{\omega} > 1$ 后，振幅便迅速下降。当 $\bar{\omega} \gg 1$ 时， $\mathcal{M} \rightarrow 0$ ，最后振幅趋近于零。这是因为激励力频率变化太快，系统本身的固有频率跟不上的缘故。

- (4) 阻尼的影响。从图 1.2.1 可见，增加阻尼可以有效地抑制共振时的振幅。若阻尼足

够大,则可将受迫振动的振幅维持在一个不大的水平上。还必须指出,阻尼仅在共振区附近作用明显,在共振区以外,其作用很小。

显然,由式(1.2.9)可知,如果 $\zeta \rightarrow 0$, 当 $\bar{\omega} \rightarrow 1$ 时有 $\mathcal{M} \rightarrow \infty$ 。

若有阻尼, $\zeta \neq 0$, 为得到最大振幅, 可将式(1.2.9)中的 $\mathcal{M}$ 对 ω 求偏导并使其等于零, 得

$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad (1.2.10)$$

把式(1.2.10)代入式(1.2.9), 得

$$\mathcal{M}_{\max} = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (1.2.11)$$

若 $\zeta \ll 1$, 式(1.2.11)成为

$$\mathcal{M}_{\max} \approx \frac{1}{2\zeta} \quad (1.2.12)$$

由式(1.1.20)和式(1.2.10)可知

$$\frac{\omega_d}{\omega_n} = \sqrt{1 - \zeta^2} > \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

由此可见, 受迫振动的峰值并不出现在阻尼系统的固有频率处, 峰值频率略向左偏移, 如图1.2.1中虚线所示。设 ω_{peak} 为峰值频率, 很明显, 当 $\zeta \ll 1$ 时, 有

$$\omega_{\text{peak}} \approx \omega_d \approx \omega_n$$

(5) 相位特性。和振幅一样, 相位 Φ 也仅为 $\bar{\omega}$ 、 ζ 的函数。从图1.2.1的相频响应曲线中看到, 当 $\bar{\omega} = 1$ 时, 振动位移和激励力的相位差总是 $\pi/2$, 即 $\Phi = \pi/2$ 。当 $\bar{\omega} < 1$ 时, Φ 在 $0 \sim \pi/2$ 变化, 位移和激励力相同。当 $\bar{\omega} > 1$ 时, Φ 在 $\pi/2 \sim \pi$ 变化, 位移和激励力反相, 可见受迫振动的振幅在共振点前后相位出现突变, 这一反相现象, 常常被用来作为判断系统是否出现共振的依据。

应该注意, 这里的相位差 Φ 是表示响应滞后于激励的相位角, 不应与式(1.1.22)中的初相位 φ 相混淆。 φ 表示系统自由振动在 $t = 0$ 时的初相位, 它取决于初始位移与初始速度的相对大小, 而 Φ 是反映响应相对于激励力的滞后效应, 是由系统本身具有阻尼引起的, 这是两者的区别所在。

【例 1.2.1】 如图1.2.2所示的系统中, 已知质量 $m = 20 \text{ kg}$, 刚度 $k = 8 \text{ kN/m}$, 阻尼系数 $c = 130 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, 激励力 $F(t) = 24 \sin 15t$ 作用在质量 m 上。当 $t = 0$ 时, $x_0 = 0$, $\dot{x}_0 = 100 \text{ mm/s}$, 试求系统的总响应。

【解】 由已知条件得

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{8 \times 10^3}{20}} \text{ rad/s} = 20 \text{ rad/s}$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{15}{20} = 0.75$$

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{130}{2 \times 20 \times 20} = 0.1625$$

代入式(1.2.9)得

$$\mathcal{M} = \frac{1}{\sqrt{(1 - 0.75^2)^2 + (2 \times 0.1625 \times 0.75)^2}} = 2$$

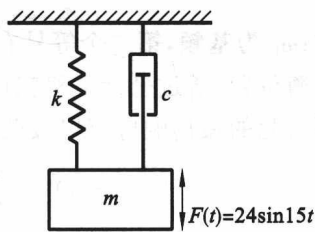


图 1.2.2 有阻尼弹簧-质量系统

$$\Phi = \arctan \frac{2 \times 0.1625 \times 0.75}{1 - 0.75^2} = 29.12^\circ = 0.508 \text{ rad}$$

所以,稳态响应为

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{F_0}{k} \sin(\omega t - \Phi) = 2 \times \frac{24}{8000} \sin(15t - 0.508) \\ &= 6 \sin(15t - 0.508) \text{ mm} \end{aligned}$$

又

$$\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n = 20 \times \sqrt{1 - (0.1625)^2} = 19.73 \text{ rad/s}$$

则瞬态响应由式(1.1.22)知

$$x_1 = R \cdot e^{-0.1625 \times 20t} \cos(19.73t - \varphi)$$

由已知条件,得

$$x|_{t=0} = R \cos \varphi + 6 \sin(-29.12^\circ) = 0$$

$$\dot{x}|_{t=0} = 100 - 3.25R \cos \varphi + 19.73R \sin \varphi + 15 \times 6 \cos(-29.12^\circ) = 100$$

解得 $R = 3.31, \varphi = 28.18^\circ$ 。所以系统总响应为

$$x = x_1 + x_2 = 3.31e^{-3.25t} \cos(19.73t - 0.492) + 6.0 \sin(15t - 0.508) (\text{mm})$$

1.2.2 周期激励的响应

前面讨论了系统上仅作用一个简谐激励力所引起的受迫振动。这是一种最简单的周期振动。在工程实际中常常会遇到非简谐的周期激励力的作用,见于大多数旋转机械和往复式机械中。

若激励力(或支承运动)是一个周期函数,则它可以按傅里叶级数展开成一系列频率整数倍的简谐力函数。对于线性振动系统,可将每个单一频率简谐力函数作用的响应分别求出,然后按叠加原理全部累加起来,便可得总响应。

设一周期激励 $F(t)$ 作用于有阻尼弹簧-质量系统上,如图 1.2.2 所示。并且 $F(t)$ 可按傅里叶变换的形式展开,于是振动微分方程为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) = a_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t) \quad (1.2.13)$$

式中: ω_1 为基频,第二个等号右边第一项 $a_0/2$ 是常力,它如同质量的重力一样,只影响系统的静平衡位置,通过坐标平移就可以消除此项。而 $F(t)$ 中的其余项都是正弦项和余弦项,因此,每项引起的振动响应可以按前面讨论过的简谐激励分析方法得到,故系统的稳态响应为

$$x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n \cos(n\omega_1 t + \Phi_n) + b_n \sin(n\omega_1 t - \Phi_n)}{k \sqrt{(1 - n^2 \omega^2)^2 + (2\zeta n \omega_n)^2}} \quad (1.2.14)$$

式(1.2.14)中激励力函数已展开成傅里叶级数,故稳态响应也具有无穷级数形式。其中余弦和正弦项的幅值系数随 n 增加而迅速减小。在很多情况下,取级数前两项或前三项就足以描述系统的响应。

如图 1.2.3 所示为典型发动机的激励力图,按傅里叶级数展开后,通常只需取前三至四阶谐波项表示即可。

对于非简谐周期力激励,若谐振项频率 $n\omega$ 中有某个接近或等于 ω_n ,则式(1.2.14)中相应的振幅比就会增大,在这个频率上就会产生共振。特别是当阻尼很小时,这一点更为突出。

在某些旋转机械中有许多激励力频率,它们是旋转角速度 ω 的整数倍,设计者常常应用