工业和信息化普通高等教育“十三五”规划教材立项项目

经济数学
微积分

第2版 微课版

杨慧卿 ◎ 编著

配录微课，共享精品资源

紧扣大纲，符合考研需求

精选例题，加强专业应用

中国工信出版集团 人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

工业和信息化普通高等教育“十三五”规划教材立项项目

经济数学

微积分

第2版 微课版

杨慧卿 ◎ 编著

人民邮电出版社

北京

图书在版编目（CIP）数据

经济数学 : 微课版. 微积分 / 杨慧卿编著. -- 2版
. -- 北京 : 人民邮电出版社, 2017.5(2018.9重印)
ISBN 978-7-115-45062-3

Ⅰ. ①经… Ⅱ. ①杨… Ⅲ. ①经济数学－高等学校－教材②微积分－高等学校－教材 Ⅳ. ①F224.0②O172

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第040486号

内容提要

本书针对应用型本科经济管理类专业的需求，根据教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会制定的《经济管理类本科数学基础课程教学基本要求》，并参考硕士研究生考研大纲数学三的要求编写而成.全书共分6章，内容包括函数、极限与连续，一元函数微分学——导数、微分及其应用，一元函数积分学——不定积分、定积分及其应用，多元函数微积分学，微分方程与差分方程，无穷级数.

本书注重数学概念的引入和数学思想方法的分析，并利用几何直观和数值计算等方法介绍抽象的数学原理，强调知识间的联系和微积分知识在经济问题中的应用.本书结构紧凑，内容通俗，深入浅出，例题丰富，可读性强，便于自学，可作为高等学校经济管理类专业本专科的教材或教学参考书.

◆ 编　　著　杨慧卿
责任编辑　税梦玲
责任印制　杨林杰
◆ 人民邮电出版社出版发行　　北京市丰台区成寿寺路11号
邮编　100164　　电子邮件　315@ptpress.com.cn
网址　http://www.ptpress.com.cn
固安县铭成印刷有限公司印刷
◆ 开本：787×1092　1/16
印张：21.25　　2017年5月第2版
字数：500千字　　2018年9月河北第9次印刷

定价：49.80元

读者服务热线：(010)81055256　印装质量热线：(010)81055316
反盗版热线：(010)81055315

第2版前言 Foreword

本书是安徽省精品资源共享课程《高等数学》、安徽省 MOOC 示范项目《高等数学》的建设成果. 本书在第 1 版的基础上，着重在以下 6 个方面进行了修订.

（1）增加了视频资源，提供全套微课视频. 全书提供 139 个微视频，其中包括 122 个课程内容讲解视频、11 个章节典型例题讲解视频和 6 个章节总结视频.

（2）在每章末增加“本章小结”，包括“内容概括”和“典型题型”.

（3）增强了例题的典型性和示范性，丰富了例题的类型. 对于第 1 版中原有的部分例题进行了更新，适当扩充了例题的类型并增加了习题量.

（4）优化了教材内容的顺序. 对第 1 版中内容顺序不尽合理之处进行了调整.

（5）增强了教材的严谨性. 对第 1 版中表达不够准确之处进行了修改.

（6）在每章复习题（B）组中增加了 2015 ~ 2017 年考研数学三的试题.

本次修订，吸收了安徽财经大学李清栋老师，滁州学院数学与金融学院张梅、程潘红、刘洋等老师宝贵的意见和建议，在此表示诚挚的谢意.

本版的修订工作由杨慧卿完成. 新版中存在的问题，欢迎广大同仁和读者批评指正.

编　者

2017 年 1 月

第1版 前言 Foreword

本书是安徽省精品资源共享课程《高等数学》的建设成果，是在考虑应用型本科高校经济管理类专业“高等数学”课程的教学现状基础上，针对应用型本科高校经济管理类专业的需求，根据教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会制定的《经济管理类本科数学基础课程教学基本要求》，并参考了最新《全国硕士研究生入学统一考试——数学三》考试大纲的要求编写而成.

本书在编写过程中，参考了近年来国内外出版的多本同类教材，在教材体系、内容安排和例题配置等方面吸取了它们的优点，同时结合编者多年来在“高等数学”课程教学上的经验，形成了本书的以下主要特点.

(1) 在书的体系和内容上，对有关内容进行了整合，调整了一些内容的先后顺序，显得更加紧凑，加强了知识间的联系.

(2) 对于抽象的概念和定理尽量通过几何直观和数值计算帮助学生进行理解，对于部分理论要求较高的定理的证明采取小字排版，供学生选读.

(3) 注重与中学数学在内容上的衔接，安排了中学未学而又需要用到的相关内容.

(4) 注重数学知识的实际应用，选编了大量与生活、经济密切相关的实际问题，为学生后续课程的学习提供方便. 同时在涉及经济学相关符号的表达上，与现行的经济学教材保持统一.

(5) 注重学法指导. 每节前列出学习要求，使学生明确目标，帮助学生把握学习重点. 设置【思考】栏目，提出一些启发性的问题激发学生思考.

(6) 注重数学知识中所蕴含的数学思想方法的分析与揭示，使读者受到一定的数学思想方法的训练.

(7) 在习题的配备上，为不同学习阶段和不同需求的学生提供了更多的选择. 课后习题分为每节后习题和每章后复习题(A)组、(B)组. 每节后的习题注重基本要求知识的巩固和理解；每章后复习题(A)组在题型上更为多样，在难度上较每节后的习题有所提高，每章后复习题 (B)整理汇编了自 2009 年以来的考研真题，可供学有余力和有意

报考研究生的学生选用.

（8）内容简明，层次清晰，语言表述准确、通俗易懂、例题丰富，可读性强，便于自学.

本书各章课时安排建议如下.

第 1 章	函数、极限与连续	18 课时（含 2 课时习题课）
第 2 章	一元函数微分学——导数、微分及其应用	26 课时（含 4 课时习题课）
第 3 章	一元函数积分学——不定积分、定积分及其应用	26 课时（含 4 课时习题课）
第 4 章	多元函数微积分学	28 课时（含 4 课时习题课）
第 5 章	微分方程与差分方程	12 课时（含 2 课时习题课）
第 6 章	无穷级数	14 课时（含 2 课时习题课）
合　计	124 课时（含 18 课时习题课）	

本书由杨慧卿编著，程潘红、胡贝贝、张梅、范媛媛等老师参与了课后习题的演算和习题参考答案的编写.

在本书的编写过程中，得到了滁州学院教务处、数学与金融学院、经济与管理学院的大力支持，得到了数学与金融学院大学数学教研室、经济与管理学院经济学系多位老师的帮助，特别是王雄亮、金洪、李宏亮、周晖、张晴等老师对本书提出了许多宝贵的意见和建议. 在此一并表示衷心感谢.

虽然我们希望编写一本质量较高、适合当前教学实际的教材，但限于水平，书中仍可能有未尽人意之处，敬请读者批评指正.

编　者

2014 年 4 月

目 录 Contents

第 1 章　函数、极限与连续

第 2 章 一元函数微分学——导数、微分及其应用

第 3 章 一元函数积分学——不定积分、定积分及其应用

第 4 章 多元函数微积分学

第5章 微分方程与差分方程

第6章 无穷级数

第 1 章 函数、极限与连续

函数表示了变量之间的相依关系，是微积分的研究对象．极限是一种有关无穷变动的量的运算，是研究微积分的重要工具．连续则是函数的一种性质．本章将在回顾函数的概念和性质的基础上，进一步认识反函数和复合函数，在介绍极限的概念和运算的基础上，讨论函数的连续性，并介绍常见的几种经济函数．

1.1 函数的概念和性质

学习要求

1. 理解函数的概念，掌握函数的表示法，会求函数的定义域，会建立应用问题的函数关系．
2. 了解函数的单调性、周期性、奇偶性和有界性，会判断函数的奇偶性和有界性．

1.1.1 区间和邻域

函数的概念

区间是一类常用的数集，分为**有限区间和无限区间**．

设 a 和 b 均为实数，且 $a<b$，则有限区间表示为

开区间　$(a,b)=\{x|a<x<b\}$

闭区间　$[a,b]=\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$

半开半闭区间　$[a,b)=\{x|a\leqslant x<b\}$

$(a,b]=\{x|a<x\leqslant b\}$

引入记号 $+\infty$，$-\infty$，则无限区间表示为

$$[a,+\infty)=\{x|a\leqslant x\}$$

$$(-\infty,b]=\{x|x\leqslant b\}$$

$$(a,+\infty)=\{x|a<x\}$$

$$(-\infty,b)=\{x|x<b\}$$

$$(-\infty,+\infty)$$

邻域是一种特殊的区间，是后续学习中常用的一个重要概念．

定义 1.1　设 a 与 δ 是两个实数，且 $\delta>0$，数集 $\{x||x-a|<\delta\}$ 称为点 a 的 δ **邻域**，记为 $U(a,\delta)$，即

$$U(a,\delta)=\{x||x-a|<\delta\}$$

点 a 称为 $U(a,\delta)$ 的中心，δ 称为 $U(a,\delta)$ 的半径(如图 1.1 所示)．

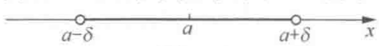

图 1.1

在数轴上,$U(a,\delta)$表示到点 a 的距离小于 δ 的点的全体.

点 a 的 δ 邻域去掉中心 a,称为点 a 的**去心 δ 邻域**,记作 $\mathring{U}(a,\delta)$,即

$$\mathring{U}(a,\delta)=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}=(a-\delta,a)\cup(a,a+\delta)$$

其中,$(a-\delta,a)$称为**点 a 的左 δ 邻域**,记为 $U^-(a,\delta)$,$(a,a+\delta)$称为**点 a 的右 δ 邻域**,记为 $U^+(a,\delta)$.

1.1.2 函数的概念

在实际问题中,常常涉及多个变量。这些变量并不是彼此孤立存在,而是按照一定的规律相互联系着. 例如,圆的面积 S 与圆的半径 r 之间的关系就是 $S=\pi r^2$; 一天中每个时刻 t 都对应着一个确定的气温值 T. 这种存在于变量之间的相依关系,就是函数关系.

定义 1.2 设 x,y 是两个变量,D 是一个非空的数集. 如果按照某个对应法则 f,对于每个 $x\in D$,变量 y 都有唯一确定的值与之对应,则称这个对应法则 f 为**定义在 D 上的函数**. 数集 D 称为这个函数的**定义域**,x 称为**自变量**,y 称为**因变量**.

函数 f 的定义域 D 通常记为 D_f. 当 $x_0\in D_f$ 时,与自变量 x_0 对应的因变量 y 的值 $f(x_0)$,称为函数 f 在点 x_0 处的**函数值**,当 x 遍取 D_f 的所有数值时,对应的全体函数值所组成的数集

$$W_f=\{y \mid y=f(x),x\in D_f\}$$

称为函数 f 的**值域**.

按照上述定义,f 与 $f(x)$的含义是有区别的(【思考】区别在哪里?). 但习惯上也常用 $f(x)$或 $y=f(x)$表示函数.

函数的记号 f 也可改用其他字母表示,如 F,φ 等,相应地,函数可记作 $y=F(x)$,$y=\varphi(x)$等. 有时还直接利用因变量的记号来表示函数,如 $y=y(x)$,这里字母 y 既表示因变量,又表示函数.

从函数的定义可知,定义域和对应法则是函数的两个要素. 只有两个函数具有相同的定义域和相同的对应法则时,它们才是相同的函数;否则,就是不同的函数.

函数的定义域通常按如下两种情形来确定:一是对于具有实际背景的函数,其定义域由变量的实际意义确定;二是对于由抽象的算式表达的函数,其定义域就是使得算式有意义的一切实数所组成的集合,称为函数的**自然定义域**. 在求函数的自然定义域时,常考虑以下几点.

(1)偶次方根下被开方数大于或等于零;

(2)分母不能为零;

(3)对数的真数大于零;

(4)在 $y=\tan x$ 中,$x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}$;$y=\cot x$* 中,$x\neq k\pi$;

(5)在 $y=\arcsin x$,$y=\arccos x$** 中,$|x|\leqslant 1$.

若一个函数是由有限个函数经四则运算而得,其定义域是这有限个函数的定义域的交集,并去掉使分母为零的点.

---

* $y=\cot x$ 称为余切函数,将在本章第 2 节介绍.

** $y=\arcsin x$,$y=\arccos x$ 分别称为反正弦函数和反余弦函数,将在本章第 2 节介绍.

【例 1.1】 求函数 $f(x)=\sqrt{9-x^2}+\dfrac{1}{\ln(x-1)}$的定义域.

【解】 为使 $f(x)$有意义,应有

$$\begin{cases}9-x^2\geqslant 0\\ x-1>0\\ x-1\neq 1\end{cases}\quad 即\quad \begin{cases}-3\leqslant x\leqslant 3\\ x>1\\ x\neq 2\end{cases}$$

所求函数的定义域为 $D_f=(1,2)\cup(2,3]$.

1.1.3 函数的表示法

函数的表示方法主要有表格法、图形法和解析法(公式法). 其中图形法可以帮助我们直观地理解函数的性质,在微积分的学习中非常有用. 在平面直角坐标系 xOy 中,点集

$$G=\{(x,y)\mid y=f(x),x\in D_f\}$$

称为函数 $y=f(x)$的**图形**(如图 1.2 所示).

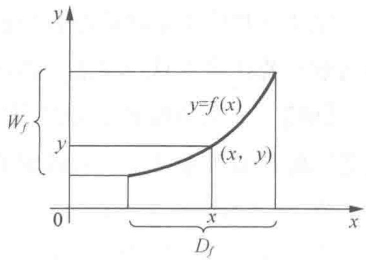

图 1.2

下面再认识几个特殊的函数.

【例 1.2】 $f(x)=|x|=\sqrt{x^2}=\begin{cases}x,x\geqslant 0\\ -x,x<0\end{cases}$称为**绝对值函数**,其定义域 $D_f=R$,值域 $W_f=[0,+\infty)$,其图形如图 1.3(a)所示.

【例 1.3】 $f(x)=\operatorname{sgn} x=\begin{cases}1,x>0\\ 0,x=0\\ -1,x<0\end{cases}$ 称为**符号函数**,其定义域 $D_f=R$,值域 $W_f=\{-1,0,1\}$,对任意实数 x,都有 $x=\operatorname{sgn} x\cdot|x|$,其图形如图 1.3(b)所示.

【例 1.4】 $f(x)=[x]$称为**取整函数**,表示不超过 x 的最大整数.

如$[8.2]=8,[-3.5]=-4,[0.5]=0$. 对任意实数 x,都有$[x]\leqslant x<[x]+1$. 其图形如图 1.3(c)所示,好像阶梯,因此又称为**阶梯函数**. 其定义域 $D_f=R$,值域 $W_f=Z$.

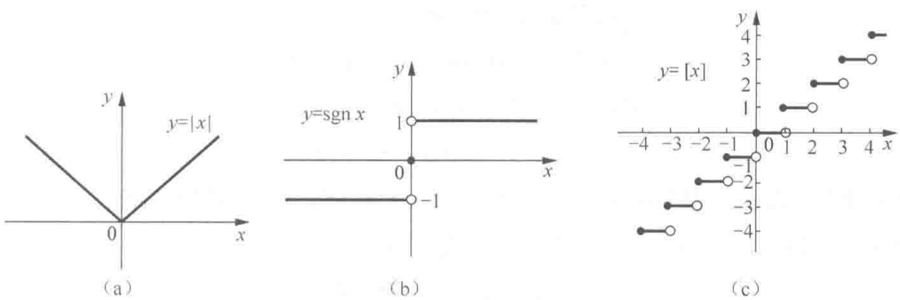

图 1.3

以上 3 个例子中的函数都具有这样的特点:在其定义域的不同部分,函数分别用不同的算式表示,这类函数称为**分段函数**(**注意:**分段函数在其定义域上是一个函数,而不是多个函数). 分段函数在实际问题中经常遇到.

【例1.5】 我国个人所得税法修正案(草案)拟于2019年1月1日起施行,起征点由3 500元调到5 000元,新的个人所得税税率见表1.1.

表1.1 个人所得税税率表 单位:元

级　数	含税级距	税率(%)	速算扣除数
1	0～3 000	3%	0
2	3 000～12 000	10%	210
3	12 000～25 000	20%	1 410
4	25 000～35 000	25%	2 660
5	35 000～55 000	30%	4 410
6	55 000～80 000	35%	7 160
7	80 000以上	45%	15160

试建立扣除法定扣除项目后的收入 x 元与应缴个人所得税 y 元之间的函数关系.怎样解释速算扣除数?若张某本月扣除法定扣除项目后的收入为22 000元,他应缴个人所得税多少元?

【解】 个人所得税是分段累进计税,所以扣除法定扣除项目后的收入 x 元与应缴个人所得税 y 元之间的函数关系可以用分段函数表示.

当 $x \leqslant 5\,000$ 时,$y=0$;

当 $5\,000<x \leqslant 8\,000$ 时,$y=0.03(x-5\,000)$;

当 $8\,000<x \leqslant 17\,000$ 时,$y=0.03\times 3\,000+0.1(x-8\,000)=0.1x-710$;

当 $17\,000<x \leqslant 30\,000$ 时,$y=0.03\times 3\,000+0.1\times 9\,000+0.2(x-17\,000)=0.2x-2\,410$;

第4、5、6、7级类似计算,可得如下结果.

$$y=\begin{cases}0, x\leqslant 5\,000\\ 0.03x-150, 5\,000<x\leqslant 8\,000\\ 0.1x-710, 8\,000<x\leqslant 17\,000\\ 0.2x-2\,410, 17\,000<x\leqslant 30\,000\\ 0.25x-3\,910, 30\,000<x\leqslant 40\,000\\ 0.3x-5\,910, 40\,000<x\leqslant 60\,000\\ 0.35x-8\,910, 60\,000<x\leqslant 85\,000\\ 0.45x-17\,410, x>85\,000\end{cases}$$

怎样解释速算扣除数?以 $8\,000<x\leqslant 17\,000$, $30\,000<x\leqslant 40\,000$ 两段为例.

当 $8\,000<x\leqslant 17\,000$ 时,$y=0.1x-710$ 可以表示为

$$y=0.1(x-5\,000)-210 \tag{1.1}$$

当 $30\,000<x\leqslant 40\,000$ 时,$y=0.25x-3\,910$ 可以表示为

$$y=0.25(x-5\,000)-2\,660 \tag{1.2}$$

式(1.1)与式(1.2)中的210和2 660就是相应级数所对应的速算扣除数.实际上,税务部门在计算个人所得税时,就是先将扣除法定扣除项目后的收入 x 元归入相应的级数,然后用该级数对应的税率乘以 x 与5 000的差,再减去该级数对应的速算扣除数.

张某本月扣除法定扣除项目后的收入为 22 000 元，应归入第 3 级，税率为 20%，所以应缴个人所得税为

$$\begin{aligned} y &= 0.2\times(22\ 000-5\ 000)-1\ 410 \\ &= 1\ 990(\text{元}) \end{aligned}$$

1.1.4 函数的几何特性

函数的几何特性

研究函数的目的就是为了了解它所具有的一些性质，以便掌握它的变化规律．函数的几何特性主要包括单调性、奇偶性、周期性和有界性等．

1. 单调性

定义 1.3 如果函数 $y=f(x)$ 定义域为 D，区间 $I\subset D$，如果对于区间 I 内的任何两点 x_1 和 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有

$$f(x_1)<f(x_2)$$

那么称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内**单调增加**，常用符号"↗"表示，I 称为**单调增区间**；如果函数 $y=f(x)$ 对于区间 I 内的任何两点 x_1 和 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有

$$f(x_1)>f(x_2)$$

那么称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 内**单调减少**，常用符号"↘"表示，I 称为**单调减区间**．

单调增加或单调减少的函数，统称为**单调函数**，单调增区间和单调减区间统称为**单调区间**．在单调增区间内，函数的图形随 x 的增大而上升（如图 1.4(a)所示）；在单调减区间内，函数的图形随 x 的增大而下降（如图 1.4(b)所示）．

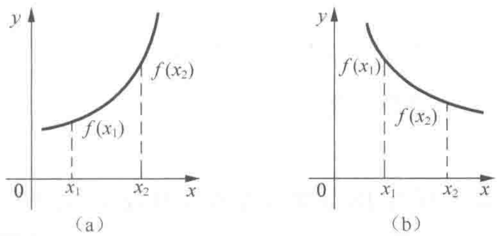

图 1.4

【例 1.6】 证明函数 $f(x)=x^3$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是单调增加的．

【证】 任取 $x_1, x_2\in(-\infty,+\infty)$ 且 $x_1<x_2$，则有

$$\begin{aligned} f(x_2)-f(x_1) &= x_2^3-x_1^3=(x_2-x_1)(x_2^2+x_2x_1+x_1^2) \\ &= (x_2-x_1)\left[\left(x_2+\frac{1}{2}x_1\right)^2+\frac{3}{4}x_1^2\right]>0 \end{aligned}$$

即 $f(x_2)>f(x_1)$，也就是说 $f(x)=x^3$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是单调增加的．

函数的单调性与所讨论的自变量的区间有关．例如，函数 $y=x^2$ 在区间 $(-\infty,0]$ 内是单调减少的，在 $[0,+\infty)$ 内是单调增加的，而在 $(-\infty,+\infty)$ 内是不单调的．

用单调性的定义直接判断函数的单调性有时还是比较困难的，我们将在第 2 章运用导数的有关知识进一步去讨论．

2. 奇偶性

定义 1.4 设函数 $y=f(x)$ 的定义域关于原点对称，如果对于任意的 $x\in D$，$-x\in D$，恒有 $f(-x)=-f(x)$，那么称 $y=f(x)$ 为**奇函数**；如果对任意的 $x\in D$，恒有 $f(-x)=f(x)$，那么称 $y=f(x)$ 为**偶函数**.

例如，$y=x^2$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是偶函数，$y=x^3$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是奇函数，而 $y=x+\cos x$ 是非奇非偶函数.

偶函数的图形关于 y 轴对称；奇函数的图形关于坐标原点对称(如图1.5所示).

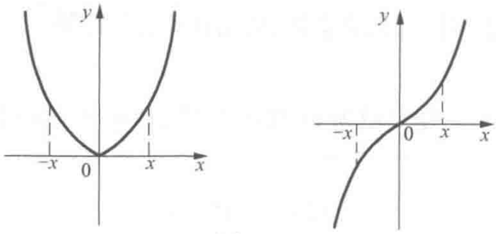

图 1.5

【例 1.7】 判断函数 $f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ 与函数 $g(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$ 的奇偶性.

【解】 对于任意的 $x\in R$，恒有

$$f(-x)=\frac{e^{-x}+e^x}{2}=f(x)$$

所以 $f(x)$ 在定义域 $(-\infty,+\infty)$ 内是偶函数.

对于任意的 $x\in R$，恒有

$$g(-x)=\frac{e^{-x}-e^x}{2}=-\frac{e^x-e^{-x}}{2}=-g(x)$$

所以 $g(x)$ 在定义域 $(-\infty,+\infty)$ 内是奇函数.

3. 周期性

定义 1.5 设 $y=f(x)$ 的定义域为 D，如果存在非零常数 T，对于任意的 $x\in D$，$x+T\in D$，都有 $f(x+T)=f(x)$，那么称 $y=f(x)$ 为**周期函数**，称 T 为函数 $y=f(x)$ 的**周期**.

容易证明，如果 T 为 $f(x)$ 的一个周期，那么 T 的任意非零整数倍数都是 $f(x)$ 的周期. 因此，周期函数有无穷多个周期. 通常所说的周期是指周期函数的**最小正周期**.

例如，正弦函数 $y=\sin x$ 中，$\pm2\pi,\pm4\pi,\pm6\pi,\cdots$ 都是它的周期，其最小正周期 $T=2\pi$. 又如，函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$，其最小正周期为 $T=\dfrac{2\pi}{|\omega|}$.

4. 有界性

定义 1.6 设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，数集 $X\subset D$. 如果存在正数 M，对于任意的 $x\in X$，都有

$$|f(x)|\leqslant M$$

那么称函数 $y=f(x)$ 在 X 上**有界**，或称 $y=f(x)$ 是 X 上的**有界函数**(如图1.6所示). 否则称 $y=f(x)$ 在 X 上**无界**，$y=f(x)$ 也

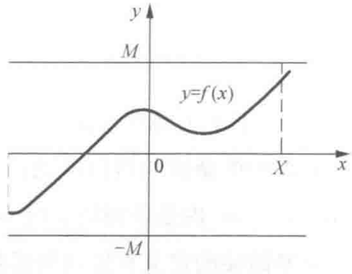

图 1.6

就称为 X 上的**无界函数**.

【思考】 如果函数 $y=f(x)$ 在 X 上有界,那么存在多少个这样的 M,能够使得 $|f(x)|\leqslant M$?

函数的有界性同样与所讨论的自变量的区间有关. 例如,函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 内无界,而在 $[1,+\infty)$ 内有界.

【例 1.8】 讨论下列函数在各自定义域上是否有界.

(1) $y=\sin x$　　(2) $y=\mathrm{e}^x$

【解】 (1)对于任意的 $x\in R$,存在 $M=1$,恒有

$$|\sin x|\leqslant 1$$

所以 $y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有界.

(2)对于任意的 $x\in R$,不存在 $M>0$,使得

$$|\mathrm{e}^x|\leqslant M$$

所以 $y=\mathrm{e}^x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上无界.

习题 1.1

1. 判断下列各组函数是否相同,并说明理由.

(1) $y=\ln x^2, y=2\ln x$　　(2) $y=\sqrt{1-x}\sqrt{2+x}, y=\sqrt{(1-x)(2+x)}$

(3) $y=\sqrt{x^2}, y=|x|$　　(4) $y=\dfrac{x^2-1}{x+1}, y=x-1$

2. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\ln(x^2+2x-3)$　　(2) $y=\sqrt{x^2-1}$

(3) $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x-2}$　　(4) $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{\ln(x-1)}$

3. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x^2}, & |x|\leqslant 1\\ x^2-1, & 1<|x|<2\end{cases}$,确定函数的定义域,求 $f(-0.5), f(1), f(1.5)$ 的值,并作出函数图形.

4. 讨论下列函数的奇偶性.

(1) $f(x)=a^x-a^{-x}(a>0$,且 $a\neq 1)$　　(2) $f(x)=x^3+x\cos x$

(3) $f(x)=x+\cos 2x$　　(4) $f(x)=\ln(1+\sqrt{x^2+1})$

(5) $f(x)=\begin{cases}1-x, x<0\\ 1, x=0\\ 1+x, x>0\end{cases}$　　(6) $f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}-x)$

5. 讨论下列函数在各自定义域上的有界性.

(1) $y=\sin\dfrac{1}{x}$　　(2) $y=\dfrac{1}{1-x}$　　(3) $y=\mathrm{e}^{-|x|}$　　(4) $y=\dfrac{x^4}{1+x^4}$