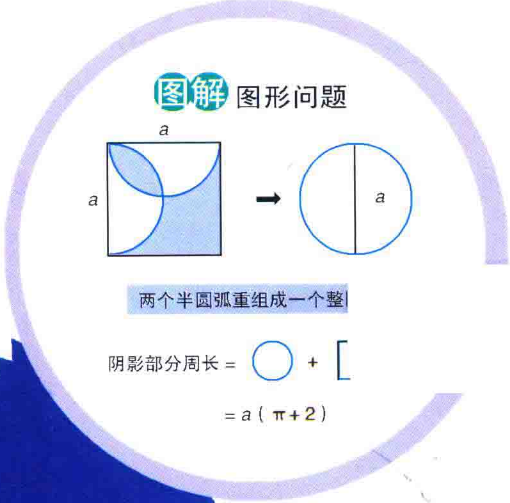
小学数学典型题图解全突破

主　　编/徐　聪
　　　　　周　磊



创新思维
图解方法
高效突破

六年级

長春出版社
全国百佳图书出版单位

小学数学

典型题

图解全突破

主　　编　徐　聪　周　磊
本册主编　马金晖　王亚杰
编　　委　高　扬　高殿威
王　强　王沛中
于志梅　包立君
韩　雷　杨俊辉
张俊杰

□ 创新思维
□ 图解方法
□ 高效突破

六年级

全国百佳图书出版单位

图书在版编目（CIP）数据

小学数学典型题图解全突破．六年级/徐聪，周磊主编．--长春：长春出版社，2014.5
ISBN 978－7－5445－3318－8

Ⅰ．小… Ⅱ．①徐… ②周… Ⅲ．①小学数学课－题解 Ⅳ．①G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 081851 号

小学数学典型题图解全突破（六年级）

主　　编：徐　聪　周　磊
责任编辑：郭鼎民　周　济
封面设计：尹小光

出版发行：長春出版社　　总编室电话：0431－88563443
发行部电话：0431－88561180　　邮购零售电话：0431－88561177
地　　址：吉林省长春市建设街 1377 号
邮　　编：130061
网　　址：www.cccbs.net
制　　版：吉林省久慧文化有限公司
印　　刷：长春方圆印业有限公司
经　　销：新华书店

开　　本：700 毫米×1000 毫米　1/16
字　　数：170 千字
印　　张：11
版　　次：2014 年 5 月第 1 版
印　　次：2015 年 1 月第 2 次印刷
定　　价：18.00 元

目录

CONTENTS

第一章 圆

知识要点

1. 圆的特征

圆是一个封闭的曲线图形。圆心通常用 O 表示，半径用 r 表示，直径用 d 表示。

圆是轴对称图形，它有无数条对称轴，同时它也是中心对称图形。

同一圆上的任何一点到圆心的距离都相等，这个相等的距离就是圆的半径。

2. 圆的周长

圆的周长公式：$C=2\pi r$（r 表示圆的半径，$\pi\approx3.14$）。

计算半圆周长时，不要忘记作为直径的那一边也要加上。

围成一个图形的所有边的长度总和就是这个图形的周长。

计算周长时，首先要分清围成这一图形的边有哪些，再正确计算。具体要掌握以下几个关系：

(1)同一圆中直径和半径的关系：$d=2r$。

(2)圆的周长是直径的 π(3.14)倍，是半径的 2π 倍，所以 $C=\pi d=2\pi r$。

(3)扇形：是由圆心角的两条半径和圆心角所对的弧围成的图形。如果扇形的圆心角是 n 度，那么当圆周长 $C=2\pi r$ 时，扇形的弧长计算方法：$L=\frac{n}{360}\times2\pi r=\frac{n\pi r}{180}$。

3. 圆的面积

(1)圆的面积公式：$S=\pi r^2$（r 表示圆的半径，$\pi\approx3.14$）。

(2)扇形的面积公式：$S=\frac{n\pi r^2}{360}$。

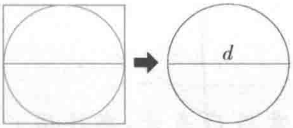
(3)圆环的面积公式：$S=\pi R^2-\pi r^2=\pi(R^2-r^2)$（$r$ 为小圆半径，R 为大圆半径）。

图解典型题

例 1 在正方形内画一个最大的圆，已知圆的周长是 50.24cm，正方形的周长是多少厘米？（$\pi=3.14$）

分析 要善于把握不同图形的内在联系，本题中圆的直径与正方形的边长是相等的，先通过圆的周长求出圆的直径，即可求得正方形的周长。

图解



$$C=\pi d\Rightarrow d=\frac{C}{\pi}$$

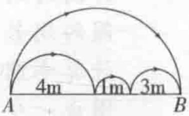
正方形周长＝边长×4＝4d

解答 50.24÷3.14＝16(cm)

16×4＝64(cm)

答：正方形周长是 64cm。

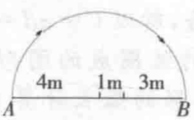
例 2 两只小猫比赛跑步，按照如右图所示的路线走，不能走直线，哪条路线最近？通过计算发现了什么？（$\pi=3.14$）



分析 大半圆的周长与在它直径上所画若干小半圆的周长之和相等。

图解

①

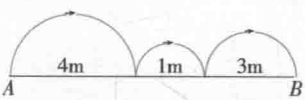


大弧长度＝3.14×(4＋1＋3)÷2

＝3.14×8÷2

＝12.56(m)

②



三条小弧长度总和＝3.14×4÷2＋3.14×1÷2＋3.14×3÷2

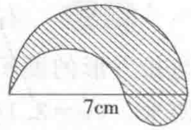
＝3.14×(4＋1＋3)÷2

＝3.14×8÷2

＝12.56(m)

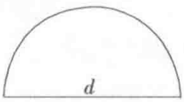
通过计算发现两条路一样近。

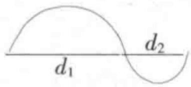
例 3　右图中的阴影部分的周长是多少厘米？



分析 阴影周长是由三段半圆弧长组成的，仔细观察两个小半圆的直径与大半圆的直径关系。

图解





大半圆弧长$=\frac{1}{2}d\pi$　　两个小半圆弧长$=\frac{1}{2}d_1\pi+\frac{1}{2}d_2\pi$

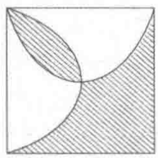
$$=\frac{1}{2}(d_1+d_2)\pi$$

因为$d=d_1+d_2$，所以大半圆弧长＝两个小半圆弧长之和，故阴影部分周长等于大圆周长。

解答 3.14×7＝21.98(cm)

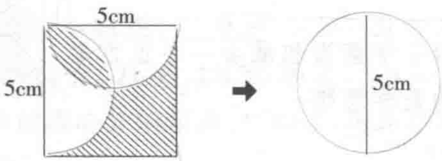
答：阴影部分的周长是21.98cm。

例 4　已知正方形的边长是5cm，阴影部分的周长是多少厘米？

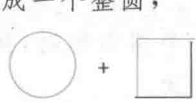


分析 转化题中阴影部分的弧长，进行重组更利于观察和计算。

图解



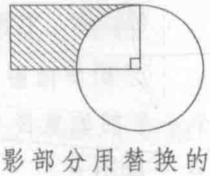
两个半圆弧重组成一个整圆，

阴影部分周长＝  。

解答 5×3.14＋5×2＝15.7＋10＝25.7(cm)

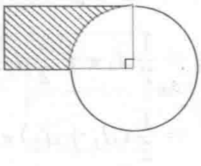
答：阴影部分的周长是25.7cm。

例 5 右图中圆的周长是 62.8 厘米，圆的面积正好与长方形的面积相等，求出图中阴影部分的面积是多少平方厘米。($\pi=3.14$)



分析 阴影部分是不规则图形，这时候，我们可以把阴影部分用替换的方法转移到别的图形中。

图解



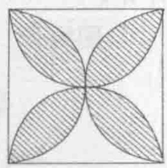
$$S_{长}=S_{圆}\Rightarrow \underbrace{\boxed{S_{长}-S_{公共}}}_{S_{阴}}=\underbrace{\boxed{S_{圆}-S_{公共}}}_{\frac{3}{4}S_{圆}}$$

解答

$$\begin{aligned} S_{阴} &= \frac{3}{4}S_{圆} \\ &= \frac{3}{4}\times(62.8\div3.14\div2)^2\times3.14 \\ &= \frac{3}{4}\times100\times3.14 \\ &= 235.5(\text{厘米}^2) \end{aligned}$$

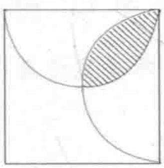
答：阴影部分的面积为 235.5 平方厘米。

例 6 右图中正方形的边长是 10cm，求阴影部分的面积。



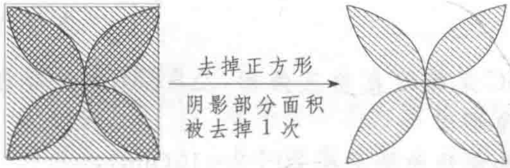
分析 阴影部分面积等于四个半圆面积减去一个正方形的面积，其中运用了包含与排除的数学思想。

图解



计算两个半圆面积时，阴影部分面积被重复计算一次。

以此类推，两个圆面积=阴影部分面积+正方形面积。



解答

$S_{阴}=2S_{圆}-S_{正}$

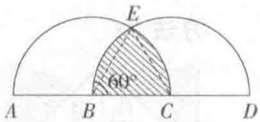
$=2\times3.14\times(10\div2)^2-10\times10$

$=157-100$

$=57(cm^2)$

答：阴影部分面积为 $57cm^2$。

例 7　如右图，以 B、C 为圆心的两个半圆的直径都是 12cm，求阴影部分的周长。（$\pi=3.14$）



分析　仔细观察可知 $\triangle EBC$ 为等边三角形，阴影图形的周长是由弧 EB、弧 EC 和线段 BC 组成的，分别求解即可。

解答　$\triangle EBC$ 为等边三角形，$\angle EBC=\angle ECB=60°$，

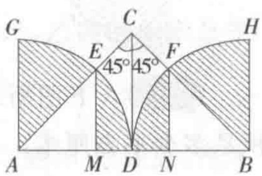
则弧 EB＝弧 $EC=3.14\times12\times\frac{60°}{360°}=6.28(cm)$。

BC 的长度为圆半径，即 $12\div2=6(cm)$。

阴影部分周长为 $6.28\times2+6=18.56(cm)$。

答：阴影部分周长为 18.56cm。

例 8　如图，三角形 ABC 为等腰三角形，$\angle BCA$ 为直角，D 是 AB 的中点，$AB=20dm$，圆弧 GD、HD 的圆心分别在 A、B 两点，图中阴影部分的面积是多少？

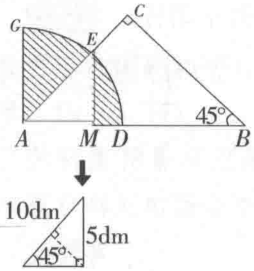


分析　把图中的阴影部分分解或者转移即可。

图解

方法 1：

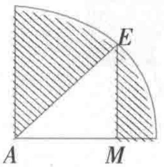
取图中一部分观察。



$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$\triangle AEM$ 也是等腰直角三角形。

三角形斜边为圆半径 $20\div2=10(\text{dm})$，

高为斜边一半 $10\div2=5(\text{dm})$。

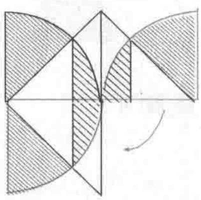


$$S_{阴影}=\frac{1}{4}S_{圆}-S_{\triangle EAM}=3.14\times10^2\times\frac{1}{4}-10\times5\div2$$

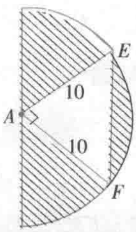
$$=53.5(\text{dm}^2)。$$

整个阴影部分面积：$53.5\times2=107(\text{dm}^2)$。

方法 2：



把右边的 $\frac{1}{4}$ 圆旋转到左侧下方，与另外一部分拼成一个大半圆。



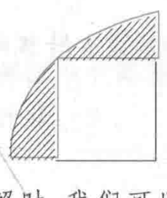
$$S_{阴影}=\frac{1}{2}S_{圆}-S_{\triangle EAF}$$

$$(20\div2)^2\times3.14\times\frac{1}{2}-(20\div2)^2\times\frac{1}{2}$$

$$=100\times3.14\div2-50$$

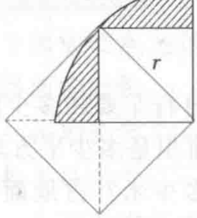
$$=107(\text{dm}^2)。$$

例 9　下图所示的扇形中，正方形面积是 30 平方厘米，求阴影部分面积是多少平方厘米。



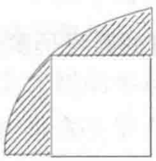
分析　当半径无法直接求解时，我们可以从半径平方入手，求阴影部分面积。

图解



连接正方形对角线，以对角线为边长作正方形，新正方形面积为原正方形面积的2倍，即$30\times2=60$(平方厘米)。

由于正方形面积=边长×边长，所以$r^2=60$。



$$S_{阴影}=\frac{1}{4}S_{圆}-S_{正方形}$$
$$=60\times3.14\times\frac{1}{4}-30$$
$$=17.1(平方厘米)。$$

基础达标

一、填一填

1. 画一个直径是18厘米的圆，圆规两脚尖之间的距离应是(　　)厘米；画一个周长是25.12厘米的圆，圆规两脚尖之间的距离应是(　　)厘米。
2. 一个圆的半径扩大到原来的4倍，它的周长扩大到原来的(　　)倍，它的面积扩大到原来的(　　)倍。
3. 一个圆的周长是18.84米，它的直径是(　　)米，面积是(　　)平方米。
4. 在边长是10厘米的正方形中减去一个最大的圆，圆的面积是(　　)平方厘米，剩下部分的面积是(　　)平方厘米。
5. 甲圆的半径等于乙圆的直径，甲圆的周长是乙圆的(　　)，乙圆的面积是甲圆的(　　)。

二、解决问题

1. 一辆汽车的轮胎外直径是0.8m，如果车轮每分钟转500圈，4分钟后，汽车能前进多少米？
2. 一个圆形草坪的半径是40m，草坪的周围修有一条10m宽的水泥马路，这条马路的面积是多少平方米？
3. 把一根1.6m长的铁丝绕在一个古代建筑中的大红圆柱上，绕两圈还多0.03m。这个圆柱的半径是多少？
4. 在一个半径为30cm的水桶外面围一圈铁丝，接头处为5cm，这根铁丝的长

是多少？

5. 在一个直径是 16m 的圆心花坛周围，有一条宽为 2m 的小路围绕，小路的面积是多少平方米？

6. 一个圆形花园的直径是 20m。

(1)一辆自行车的车轮外直径是 50cm，绕花坛行一周，自行车要转多少圈？

(2)如果在花坛周围修一条宽 1m 的小路，这条小路的面积是多少平方米？

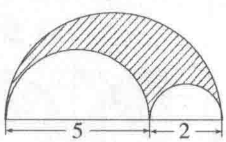
7. 一个半圆形养鱼池，直径是 4m，这个养鱼池的周长是多少米？占地面积是多少平方米？

8. 一只钟的时针长 40mm，这根时针的尖端一天(24 小时)所走过的路程是多少？

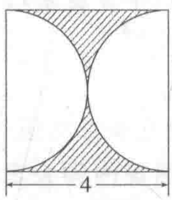
三、求平面图形的周长及面积

1. 求下图中阴影部分的周长。(单位：厘米)

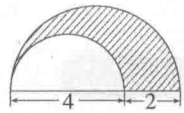
(1)



(2)

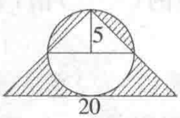


(3)

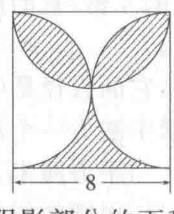


2. 求下图阴影部分的面积。(单位：分米)

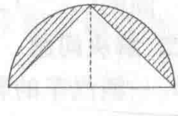
(1)



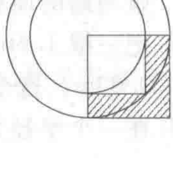
(2)



3. 图中三角形面积是 12 平方分米，阴影部分的面积是多少？

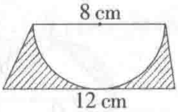


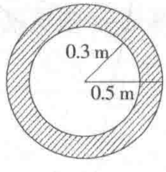
4. 图中阴影部分面积是 50 平方分米，环形的面积是多少？

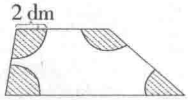


能力提升

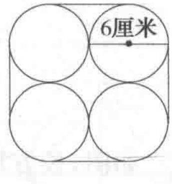
1. 一个圆形喷水池的周长是 62.8m，绕着这个水池修一条宽 2m 的水泥路。求路面的面积。
2. 在一张周长为 24cm 的正方形硬纸板上剪一个最大的圆，这个圆的周长和面积各是多少？
3. 把一个圆平均分成若干等份后，能够拼成一个周长为 20.7cm 的长方形，这个圆形面积是多少平方厘米？
4. 一个大圆的半径是小圆的直径，小圆的面积比大圆面积少 $9.42cm^2$，大圆的面积是多少平方厘米？
5. 画一个边长为 3 厘米的正方形，再在正方形外画一个最小的圆，求出圆的面积。
6. 一条漆包线长 15.7m，正好在一个圆形线圈上绕满 100 圈，这个线圈的直径是多少？
7. 求下列图形阴影部分的面积。

(1)


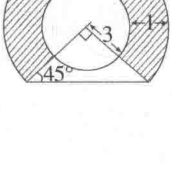
(2)


(3)


8. 夏天到了，张叔叔到商店买了 4 瓶啤酒，售货员将 4 瓶啤酒捆扎在一起，如下图所示，捆 3 圈至少用绳子多少厘米？

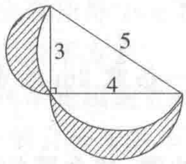


9. 如图，求阴影部分的周长。（单位：米）

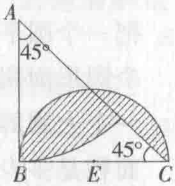


10. 求下图中阴影部分面积。(单位:厘米)

(1)

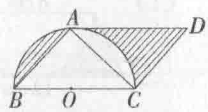


(2)已知三角形 ABC 的面积为 12 平方厘米,求阴影部分面积。

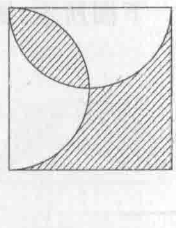


拓展创新

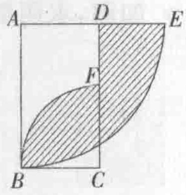
1. 如图,O 为半圆的圆心,$ABCD$ 是平行四边形,BC 长 16 cm,求 $S_{阴}$。



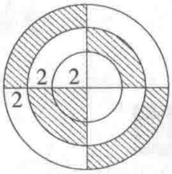
2. 如图,正方形边长为 5 cm,阴影部分的面积是多少?

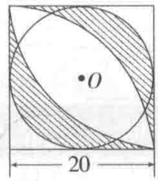


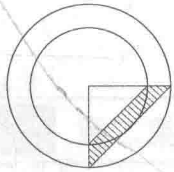
3. 如图,长方形 $ABCD$ 中,$AB=6$ cm,$BC=4$ cm,求 $S_{阴}$。

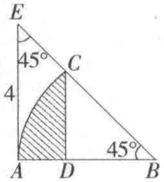


4. 求下图阴影部分的面积。(单位:厘米)

(1)


(2)


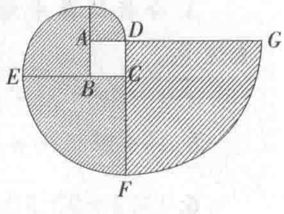
(3)


(4)


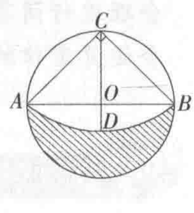
图中阴影部分面积是 15 平方厘米,求圆环面积。

5. 如图,有一只小狗被绑在一幢房子的墙脚处,这幢房子是边长为 6 米的正方形,绑小狗的绳长为 20 米,现在狗从 M 点出发,将绳拉紧顺时针跑,可跑多少米?

6. 如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 2 厘米,依次以 A,B,C,D 为圆心,以 AD, BE,CF,DG 为半径画扇形,求阴影部分面积。



7. 如图,O 点是圆心,圆的半径是 10 厘米,求阴影部分的面积。



第二章 分数乘除法的简便运算

知识要点

分数四则运算中有许多十分有趣的现象与技巧，可通过一些运算定律、性质和一些技巧性的方法，达到计算正确而迅速的目的。

1. 运用运算定律：这里主要指乘法分配律的应用。对于乘法算式中有因数可以凑整时，一定要仔细分析另一个因数的特点，尽量进行变换拆分，从而使用乘法分配律进行简便计算。

2. 充分约分：除了把公因数约简外，对于分子、分母中含有的公因式，也可直接约简。

3. 分数简算中对于一些有特点的试题，还可以用裂项法进行分数的简便运算。

4. $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=n(n+1)(2n+1)/6$

5. $1^3+2^3+\cdots+n^3=[n(n+1)/2]^2=(1+2+\cdots+n)^2$

6. $1\times2+2\times3+3\times4+\cdots+n(n+1)=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$

进行分数的简便运算时，要认真审题，仔细观察运算符号和数字特点，合理进行简算。需要注意的是参加运算的数必须变形而不变质，当变成符合运算定律的形式时，才能使计算既对又快。

图解典型题

例 1 计算：$9.875-\left(3\frac{7}{8}-75\%\right)+3\frac{1}{4}$

分析 加减法的简算有两个大的方向：(1)凑整，(2)尾数相同先减。解

题关键就在于观察数的特点。

图解

$$\begin{aligned}原式&=9.875-3\frac{7}{8}+75\%+3\frac{1}{4} \leftarrow \boxed{去括号}\\&=\left(9.875-3\frac{7}{8}\right)+\left(75\%+3\frac{1}{4}\right) \leftarrow \boxed{重新分组}\\&=(9.875-3.875)+\left(\frac{3}{4}+3\frac{1}{4}\right) \leftarrow \boxed{转化成同样形式的数}\\&=6+4\\&=10\end{aligned}$$

例 2 计算：8.8888×66667+4.4444×66666

分析 本题要逆用乘法分配律 $ac+bc=(a+b)c$，但如何制造公因数呢？可分解另外一个因数。公因数大一些会使计算更方便。

图解

$$\begin{aligned}原式&=8.8888\times66667+4.4444\times\boxed{2\times33333} \leftarrow \boxed{拆分}\\&=8.8888\times66667+\boxed{(4.4444\times2)}\times33333 \leftarrow \boxed{重新组合}\\&=\boxed{8.8888}\times66667+\boxed{8.8888}\times33333 \leftarrow \boxed{制造公因数 8.8888}\\&=8.8888\times(66667+33333)\\&=8.8888\times100000\\&=888880\end{aligned}$$

例 3 计算：$\frac{4}{9}\times\frac{1}{19}+\frac{1}{9}\times\frac{5}{19}$

分析 逆用乘法分配律找恰当的公因数，显然$\frac{1}{19}$更适合。

图解

$$\begin{aligned}原式&=\frac{4}{9}\times\frac{1}{19}+\frac{5}{9}\times\frac{1}{19} \leftarrow \boxed{根据分数乘法法则和乘法交换律“1”和“5”换位}\\&=\frac{1}{19}\times\left(\frac{4}{9}+\frac{5}{9}\right) \leftarrow \boxed{提取公因数}\end{aligned}$$