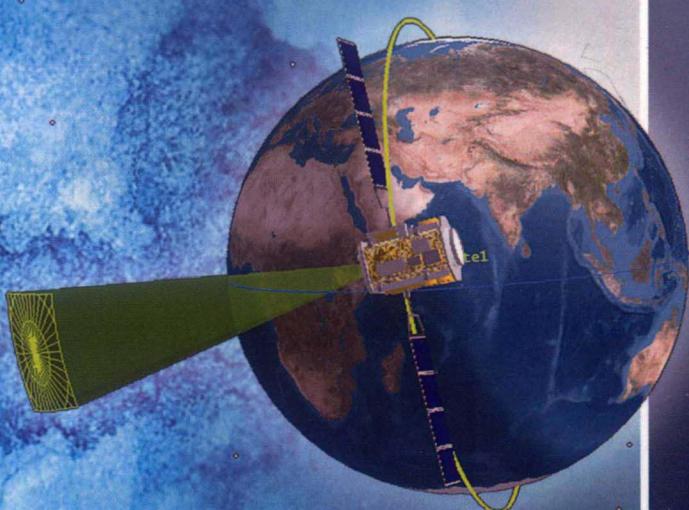


— · 现代天文科学丛书 · —

空间目标的天基探测

吴连大 熊建宁 牛照东 肖维军 著



科学出版社

现代天文科学丛书

味数据本基也即制甚天动真圆周向。数据本基也即制甚天动真圆周向。

测器) (A) 测量的所指称的甚天动真圆周向并得原理——甚是甚是甚是甚

点量。所以测得的数据本基也即制甚天动真圆周向。 (小大苗苗苗苗苗苗苗苗)

和目的。所以测得的数据本基也即制甚天动真圆周向。 (小大苗苗苗苗苗苗苗苗)

和目的。所以测得的数据本基也即制甚天动真圆周向。 (小大苗苗苗苗苗苗苗苗)

和目的。所以测得的数据本基也即制甚天动真圆周向。 (小大苗苗苗苗苗苗苗苗)

和目的。所以测得的数据本基也即制甚天动真圆周向。 (小大苗苗苗苗苗苗苗苗)

和目的。所以测得的数据本基也即制甚天动真圆周向。 (小大苗苗苗苗苗苗苗苗)

吴连大 熊建宁 牛照东 肖维军 著

和目的。所以测得的数据本基也即制甚天动真圆周向。 (小大苗苗苗苗苗苗苗苗)

2.1.1 天体系统 银河 (90) 日月五星计图 6

2.1.2 天体系统 银河 (90) 日月五星计图 6

2.2 漫画中的天文学 (天文外典) 11

2.2.1 月球起源说 月球起源说 11

2.2.2 月球起源说 月球起源说 11

2.2.3 月球起源说 月球起源说 11

2.3 天文学家的生平 生平 11

2.3.1 天文学家 生平 11

2.3.2 天文学家 生平 11

2.3.3 天文学家 生平 11

2.4 探测平台 平台 11

2.4.1 平台的组成 平台的组成 11

2.4.2 平台的组成 平台的组成 11

2.4.3 平台的组成 平台的组成 11

2.5 天文学家的观察与探测 观察与探测 11

2.6 地球绕中心的运动 运动 11

2.6.1 地球绕中心的运动 运动 11

2.6.2 地球绕中心的运动 运动 11

2.6.3 地球绕中心的运动 运动 11

2.6.4 地球绕中心的运动 运动 11

2.6.5 地球绕中心的运动 运动 11

2.6.6 地球绕中心的运动 运动 11

2.6.7 地球绕中心的运动 运动 11

2.6.8 地球绕中心的运动 运动 11

2.6.9 地球绕中心的运动 运动 11

2.6.10 地球绕中心的运动 运动 11

2.6.11 地球绕中心的运动 运动 11

2.6.12 地球绕中心的运动 运动 11

科学出版社

3.4 近地轨道目标的探测 26

3.4.1 目标地名 北京 26

3.4.2 目标地名 北京 26



内 容 简 介

本书以空间目标编目为背景，介绍空间目标天基探测的基本原理和平台的经典轨道——明暗界线轨道，研究天基探测望远镜的探测能力（探测星等和探测目标的大小）。根据现在在轨的空间目标的实际分布，重点研究望远镜视场、安装方向和平台的姿态，并讨论这些因素对探测目标数量和探测弧长的影响，给出 GEO（地球同步轨道）目标和 LEO（近地轨道）目标的几种全新的探测方法，提出一种评价天基探测方案的指标，并利用仿真计算的方法，对国内外各种方法进行比较。本书简要介绍天基探测的图像处理方法、数据的轨道关联方法和 UCT（未关联目标）数据处理方法。

本书可供从事天文、空间探测的科研和教育工作者参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

空间目标的天基探测/吴连大等著. —北京: 科学出版社, 2017.6

(现代天文科学丛书)

ISBN 978-7-03-053488-0

I. ①空… II. ①吴… III. ①空间探测 IV. ①V1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 137800 号

责任编辑: 曾佳佳 沈 旭/责任校对: 郑金红

责任印制: 张 伟/封面设计: 许 瑞

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencecp.com>

北京教图印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2017年6月第 一 版 开本: 720×1000 1/16

2017年6月第一次印刷 印张: 8

字数: 162 000

定价: 69.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

目 录

第1章 引言	1
1.1 天基探测的优点	1
1.2 天基探测的目标	2
1.3 本书的写作目的	2
1.4 本书的章节安排	4
第2章 光电探测的基础	6
2.1 望远镜的组成	6
2.1.1 光学系统	6
2.1.2 探测器	8
2.2 望远镜的探测能力	11
2.2.1 目标距离和视运动角速度	11
2.2.2 信噪比计算	12
2.2.3 探测星等	13
2.2.4 探测目标的大小	15
第3章 天基探测的基本原理	17
3.1 探测平台	17
3.1.1 平台的经典轨道	17
3.1.2 望远镜的安装	18
3.1.3 平台的姿态	19
3.2 天基探测的可见弧长	20
3.3 望远镜中心的运动轨迹	23
3.3.1 对地定向方法垂直安装时的运动轨迹	23
3.3.2 对地定向方法 β 不等于 0 时的运动轨迹	24
3.3.3 赤道点定向方法的运动轨迹	25
3.4 近地轨道目标的探测能力	26
3.4.1 目标距离、视运动角速度和露光时间	26
3.4.2 信噪比计算	29

3.4.3 探测星等	30
3.4.4 探测目标的大小	31
3.4.5 提高探测能力的方法	32
3.5 地球同步轨道目标的探测能力	33
3.6 空间目标探测情况的模拟计算	34
3.6.1 天基探测的可见判别条件	34
3.6.2 天基探测的可行性指标	37
第4章 地球同步轨道目标的天基探测	38
4.1 地球同步轨道目标探测的需求分析	39
4.1.1 地球同步轨道目标的倾角分布	39
4.1.2 地球同步轨道目标的空间位置分布	40
4.1.3 地球同步轨道目标探测需要大视场	41
4.2 几种可用的望远镜设计	42
4.2.1 离轴三反式望远镜	42
4.2.2 $12.5^\circ \times 12.5^\circ$ 全球面折射望远镜	45
4.2.3 $20^\circ \times 20^\circ$ 非球面折射望远镜	47
4.3 对地（对日、赤道点）定向方法	49
4.3.1 三种望远镜方案	49
4.3.2 提高精度的方法	50
4.4 准惯性定向方法	51
4.4.1 准惯性定向方法概要	51
4.4.2 准惯性定向方法的初步评估	53
4.5 避开地影的方法	54
4.6 几种方法比较	56
第5章 近地轨道目标的天基探测	62
5.1 近地轨道目标探测的需求分析	62
5.1.1 近地轨道目标的轨道分析	62
5.1.2 近地轨道目标的探测策略	64
5.2 对地定向方法	65
5.2.1 对地定向方法概要	65
5.2.2 模拟计算验证	73
5.3 避开地影的方法	75

5.3.1 对地定向方法	75
5.3.2 对日定向方法	77
5.3.3 限位对日定向方法	78
5.3.4 可见弧长	78
5.3.5 可见区域面积	80
5.4 模拟计算结果及分析	81
5.4.1 天基探测的编目能力	81
5.4.2 两种方法的目标覆盖率	83
第 6 章 数据处理和轨道关联	85
6.1 探测图像处理	85
6.1.1 图像中星象的运动	86
6.1.2 动目标的提取	87
6.1.3 天文定位	88
6.1.4 模拟天基星空的地面探测	92
6.2 轨道关联	93
6.2.1 初选可见的目标集合	93
6.2.2 已知目标的轨道关联	94
6.2.3 UCT 数据处理——新目标的发现和捕获	97
6.3 天基探测数据编目的精度估计	101
参考文献	105
附录 1 地基望远镜的探测能力计算程序	107
附录 2 天基望远镜的近地轨道探测能力计算程序	110
附录 3 天基望远镜的地球同步轨道探测能力计算程序	113
附录 4 计算优选平台高度的目标函数程序	116
附录 5 计算限位对日定向方法的弧长程序	119
后记	121

第1章 引言

空间目标的天基探测，是指将观测设备安装在天基平台上，对空间目标进行的探测。由于雷达设备需要很大的功率，一时无法进行雷达的天基探测，因此，在现阶段，空间目标的天基探测，是指空间目标的光学探测，也就是将光学望远镜安装在一个卫星平台上，对空间目标进行探测的方式（图 1-1）。

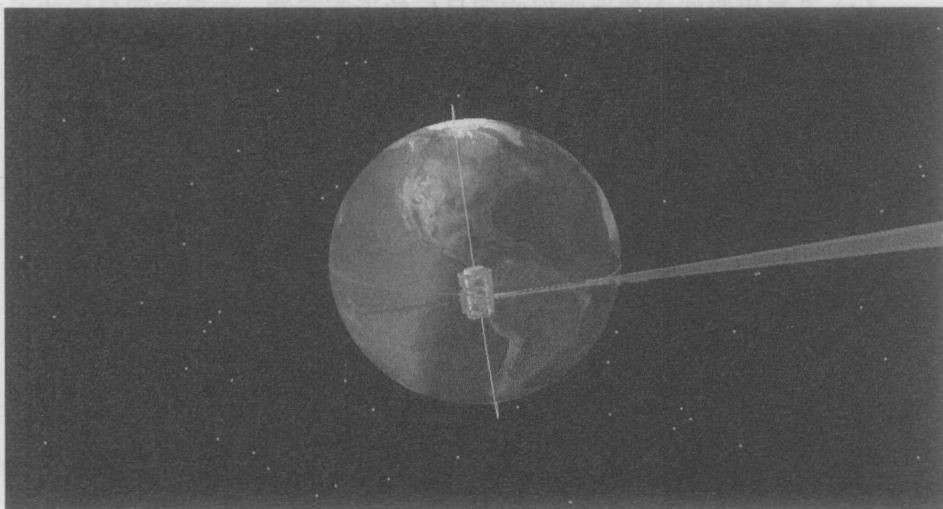


图 1-1 天基探测示意图

1.1 天基探测的优点

与地面探测相比较，天基探测有如下优点：

- (1) 天基探测没有白天和黑夜之分，24 小时均可以探测。
- (2) 天基探测不受天气影响，可以进行全天候探测。
- (3) 天基探测的天光背景很暗（暗于 21 等），不受大气消光的影响。

因此，同样口径的望远镜天基探测能力比地面探测强。

综上所述，天基探测已成为空间目标探测今后发展的重点。

1.2 天基探测的目标

天基探测的目标是：

- (1) 利用以上的探测的优点，建立天基探测平台，为空间目标的编目提供尽量多的空间目标探测数据，与地面探测设备一起建立空间目标的天地一体化的探测系统。
- (2) 探测尽量小的空间碎片，提高空间碎片编目的水平。
- (3) 天基探测平台不受天气和国界等的限制，可以按需布设，便于布设组网平台，以便提高空间目标探测的覆盖度。
- (4) 天基探测能方便地实现空间目标的近距观测，实现空间目标的近距成像观测可以得到空间目标的清晰图像，提高空间感知能力。

1.3 本书的写作目的

对于空间目标的天基探测，大家最关心的问题有：

- 天基探测能看到多少目标？
- 天基探测得到的定轨精度如何？
- 利用天基探测数据是否能进行独立定轨、独立编目？
- 天基探测有多大能力？

本书将力图回答这些问题，当然，同时回答的问题还有：

- 用什么样的平台轨道，才能获取更多的探测数据？
- 平台采用哪种定向方式，采用哪种姿态控制，对天基探测最有利？
- 望远镜是否需要二维转台？
- 为了获取更多的探测数据，望远镜视场需要多大，望远镜如何安装？

众所周知，空间目标有近地轨道（LEO）目标、地球同步轨道（GEO）目标以及其他轨道的目标，如偏心率较大的地球同步转移轨道（GTO）目标、全球定位系统（GPS）目标、中等地球轨道（MEO）目标等。本书所关注的目标，主要是 LEO 和 GEO 两种目标。

当然，对于不同目标，需要采用不同的技术方法，各种探测方案得到的结果是不同的，我们需要比较各种方法，找出一种较好（不一定是最好的）的技术方法。这就是本书写作的主要目的。

天基探测分单星探测和组网探测，当然，组网探测的能力要比单星探测强得多。但是，如何组网？这一问题现在仍没有很好地研究，世界各国也没有发射一个较好的空间目标探测的组网系统。尽管有些系统含有组网的构件，如天基空间监视系统（SBSS）等，但这些系统仍不成熟，或者不是一个以编目为目标的组网系统。因此，我们在本书中主要讨论单星探测的方法。

一个探测平台，只相当于地面的一个观测站，其能力是有限的。特别是对于 LEO 目标，一个平台不可能每天对所有 LEO 目标都进行探测，要完成 LEO 目标的天基编目，单依靠一个平台是不太可能的，需要依靠多个平台组网工作。或者，将天基探测数据与地面探测数据放在一起，进行天地一体化定轨编目。

但是，研究表明：对于 GEO 目标，单星平台有可能完成独立定轨和独立编目。当然，前提是望远镜要有足够的视场，我们将在本书中详细讨论这个问题。

空间目标天基探测平台的轨道，现在常采用太阳同步轨道，它有两种过降交点的地方时：6 时和 18 时，平台采用对地三轴稳定姿态，这是一种经典的轨道，这种轨道常称为明暗界线轨道。对于这种平台轨道，望远镜视场中目标的相位角很好，目标较亮，便于探测，而且望远镜视场中心（过降交点的地方时 18 时）永远指向赤纬南纬 $i_0 - 90^\circ$ (i_0 为平台的轨道倾角)。因此，在数据处理时，只要涉及南纬 $i_0 - 90^\circ$ 附近的恒星，处理需要的星表储存量较小，处理速度也比较快。由于以上优点，现在国外许多天基探测平台均采用这种轨道，本书也重点讨论这种平台轨道。

天基探测方案与平台的姿态密切相关。常见的平台姿态有：对地定向、对日定向和准惯性定向。

在本书中，对于 GEO 目标，我们研究对地定向和准惯性定向的探测方法；对于 LEO 目标，我们研究对地定向和对日定向的探测方法。

天基探测需要将望远镜安装在平台上，地面望远镜是有二维转台的，但是，对于空间目标的天基探测来说，不一定需要二维转台，只需要将望远镜固定安装在平台上即可，这样可以大大简化平台的控制系统。当然，望远镜安装的方向非常重要，我们将在本书中详细讨论望远镜安装的方向问题。

1.4 本书的章节安排

本书分 6 章，第 1 章是引言，介绍天基探测的优点和目标，重点介绍本书的写作目的。

第 2 章是光电探测的基础，介绍望远镜的组成，包括光学望远镜的类型和探测器 CCD，重点介绍空间目标探测的信噪比计算方法，举例说明地面望远镜的探测星等和探测目标的大小，供天基探测的地面试验作参考。

第 3 章是天基探测的基本原理，介绍天基探测的平台轨道、平台姿态、探测弧长、望远镜的安装方式和目标可见区域在地心天球上的运动，对天基探测的信噪比计算方法以及望远镜对 LEO 目标和 GEO 目标的探测星等和探测目标的大小做了重点介绍。对空间目标的可见条件和模拟计算的基本算法作了详细的介绍。最后，提出了评判探测方法优劣的一种指标，供比较各种探测方法使用。

第 4 章是 GEO 目标的天基探测，这一章是本书的重点。首先，分析现在在轨 GEO 目标的倾角和空间位置分布，指出探测 GEO 目标必须考虑地球同步带目标（倾角小于 17° 的所有目标）的探测，这时，小视场望远镜就不能满足要求。假定望远镜视场为 L 度 $\times M$ 度 ($L > M$)，如果采用对地定向平台，可以对地球同步带目标进行全覆盖探测，并且每天每个目标均能探测到两次的必要条件是： $L > 25^\circ$ 。一般的望远镜设计，均不能得到这样大的视场。随后，我们给出如下三种可以满足要求的望远镜方案，并进行初步设计：离轴三反式望远镜方案、 $12.5^\circ \times 12.5^\circ$ 全球面望远镜拼接视场方案和 $20^\circ \times 20^\circ$ 非球面方案。

此外，研究提高探测精度的方法和避开地影的方法；为了得到更长的弧段，第 4 章还提出一种准惯性平台的探测方案。第 4 章最后，利用模拟计算方法，详细比较以上各种方案的探测效率和探测精度。

第 5 章是 LEO 目标的天基探测，重点是对地定向方法，通过对无地影可见区域面积的分析，给出了一种选择平台高度的方法。这种方法直接计算平台运动一圈所得的可见区域的总面积，并计算全年平均的无地影可见区域面积，与过去的方法^[1]相比，计算原理清晰，算法简单。为了避开地影，第 5 章讨论对日定向方法，并计算该方法的可见区域（即无地影可见区域）面积，发现可见区域面积比对地定向方法要小。而且，还讨论了望

远镜需要避开地球的问题，为了避开地球，提出限位对日定向方法，研究表明，该方法不仅可以避开地球，而且有较高的目标覆盖率，因此，也是一种值得研究的方案。最后，利用模拟计算，分析比较以上两种方法的优缺点：对地定向方法编目定轨能力较强，限位对日定向方法的目标覆盖率较好。

第6章是数据处理和轨道关联，首先，分析视场中恒星和动目标的运动，简略介绍动目标的检测方法；介绍天文定位方法和在天文定位中改正周年光行差和平台光行差（这是一种天基探测特有的光行差）的方法。随后，为了实现探测数据的轨道关联，介绍可见目标集合的初选、已知目标的轨道关联方法、未关联目标(UCT)数据处理方法和新目标轨道确定方法，简略介绍了初轨计算方法，讨论了天基探测初轨计算需要注意的问题。最后，利用模拟数据，评估了GEO目标和LEO目标的定轨精度。

附录中给出了一些FORTRAN程序以及简单的程序使用说明，利用这些程序可以计算：地面望远镜的探测星等、天基望远镜的探测星等、优选平台高度的目标函数、限位对日定向方法的可见弧长等。

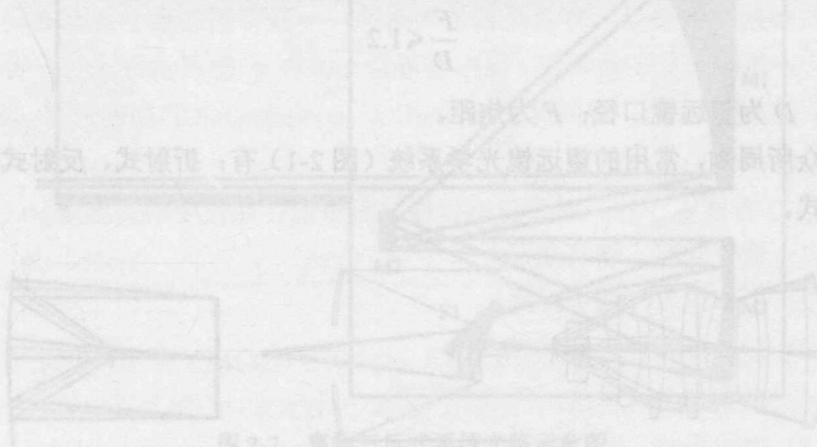


图 2-2 高精度三轴式惯性平台示意图

第2章 光电探测的基础

2.1 望远镜的组成

望远镜主要由镜筒（光学系统）、探测器和机架组成。由于本书的写作背景是空间目标的天基探测，天基探测的望远镜一般是固定安装在平台上面的，没有转台，因此，这里只研究前两个组成部分，即光学系统和探测器。

2.1.1 光学系统

空间目标的探测，需要大焦比的光学系统，在许多场合下均希望 F 数 (F/D) 小于等于 1.2，即

$$\frac{F}{D} \leq 1.2$$

式中， D 为望远镜口径； F 为焦距。

众所周知，常用的望远镜光学系统（图 2-1）有：折射式、反射式和折反射式。

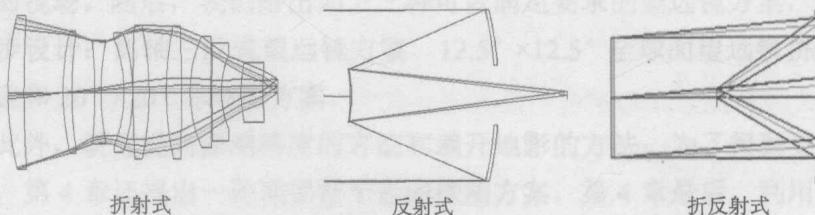


图 2-1 常用的望远镜的光学系统

反射式望远镜的 F 数很难做到小于 2，因此，对于需要大视场的探测来说，一般不用反射式。

折射式望远镜的 F 数可以做到 1.2，甚至更小。但是，由于受二级光谱影响，星象的质量不好，口径较大（大于 40 cm）时，玻璃选材加工也有

困难。

折反射式望远镜的 F 数可以做到 1.2，而且星象很好，但有如下缺点：改正板的面形是非球面，加工较困难；折反射式望远镜的焦面是球面，安装电荷耦合器件(charge-coupled device, CCD)时需加平场镜；焦面在望远镜的镜筒里面，会挡光。

在空间目标的探测中，对于小口径（小于 40 cm）的望远镜，一般可采用折射式；口径较大时，如需较大的 CCD 视场，采用折反射式，而且常将焦面引到望远镜的镜筒之外；对于视场并不需要很大的应用，例如，高轨空间目标的探测，反射式或折反射式望远镜都可以使用。

对于天基探测，特别是地球同步带目标的天基探测，还有一种特殊的光学系统——离轴三反式(也称三镜消像差)望远镜。该系统由三块反射镜组成，三块镜面不全是圆形的，视场也可能是长方形的。“蓝宝石”(Sapphire)卫星使用的离轴三反式系统光路的示意图如图 2-2^[2]所示。

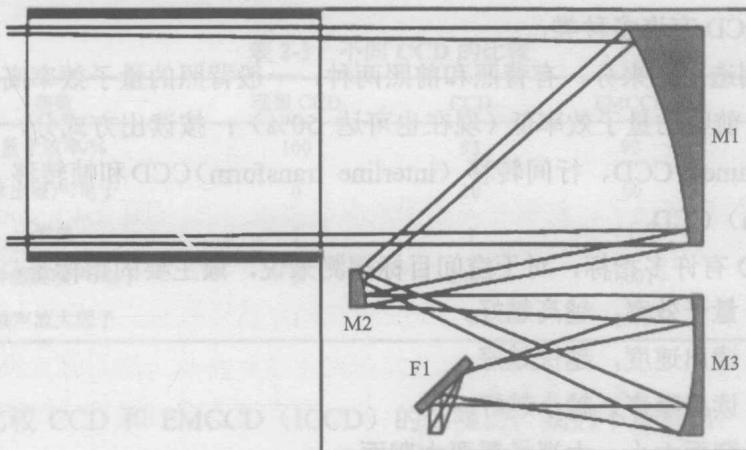


图 2-2 离轴三反式系统光路示意图

离轴三反式望远镜组装后镜筒不再是圆筒形，镜面的尺寸一般比望远镜通光口径大许多。该系统的优点是：由于系统只有反射镜面，光谱范围较宽，有利于提高探测星等；该系统的星象很好，有利于提高探测精度，只是镜面需要非球面，研制有一点难度，而且焦距变短有一定限制。

研制望远镜首先需要进行光学设计，一般根据科学目标决定望远镜的口径，根据视场和选择的 CCD 靶面大小，决定望远镜的焦距。望远镜的设

计指标还有：

- 光谱范围，一般是 500~800 nm，当然宽一些更好。
- 光学透过率，一般要求 70%~80%。
- 镜片越少越好，玻璃重量越轻越好。
- 最好没有非球面。
- 后接距必须满足 CCD 安装的要求，一般要求后接距大于 3 cm。
- 能量集中度 R 与 CCD 像元尺寸相匹配。

应该指出的是：能量集中度的设计结果非常重要，因为我们需要根据能量集中度 R (80% 的设计能量集中在以 R 为半径的圆内) 来选择 CCD，一般选择 CCD 的像元大小与 R 相同。这不仅影响到望远镜的探测能力，还决定了望远镜的探测精度。

2.1.2 探测器

望远镜的探测器，最初是人眼，后来是照相底片，现在基本上采用 CCD。CCD 有许多种类：

按制造工艺来分，有背照和前照两种，一般背照的量子效率高（可达 90%），前照的量子效率低（现在也可达 50%）；按读出方式分，有全帧 (full frame) CCD、行间转移 (interline transform) CCD 和帧转移 (frame transform) CCD。

CCD 有许多指标，对于空间目标探测来说，最主要的指标是：

- (1) 量子效率，越高越好。
- (2) 读出速度，越快越好。
- (3) 读出噪声，越小越好。
- (4) 靶面大小，大视场需要大靶面。
- (5) 像元尺寸，高精度需要小像元。

同时满足以上所有要求的 CCD 是很少的，因此，如果我们不能（或不想）研制专用的 CCD，在研制光电望远镜时，必须首先选好 CCD。

下面介绍 CCD 信噪比的计算方法。假定在探测时，落在 CCD 一个像元上的来自观测的光子数为 P ，CCD 的量子效率为 Q_E ，则 CCD 的信噪比为

$$\frac{S}{N} = \frac{Q_E P}{\sqrt{Q_E P + N_{\text{dark}} \times t + \delta_{\text{readout}}^2}} \quad (2-1)$$

式中, N_{dark} 为 CCD 暗流; δ_{readout} 为读出噪声; t 为露光时间。

对于天文观测来说, 来自观测的光子数又分成两部分:

$$P = P_{\text{obj}} + P_{\text{sky}}$$

式中, P_{obj} 为目标的光子数; P_{sky} 为天光的光子数。天体观测真正的信噪比为

$$\frac{S}{N} = \frac{Q_E P_{\text{obj}}}{\sqrt{Q_E P_{\text{obj}} + Q_E P_{\text{sky}} + N_{\text{dark}} \times t + \delta_{\text{readout}}^2}} \quad (2-2)$$

对于 EMCCD (electron-multiplying CCD) 和 ICCD (intensified CCD), 在计算信噪比时, 还要考虑感应噪声和噪声放大因子。这时, 信噪比的计算方法^[3]如下:

$$\frac{S}{N} = \frac{Q_E P_{\text{obj}}}{\sqrt{F^2(Q_E P_{\text{obj}} + Q_E P_{\text{sky}} + N_{\text{dark}} \times t + \delta_{\text{cic}}^2) + \delta_{\text{readout}}^2 / M^2}} \quad (2-3)$$

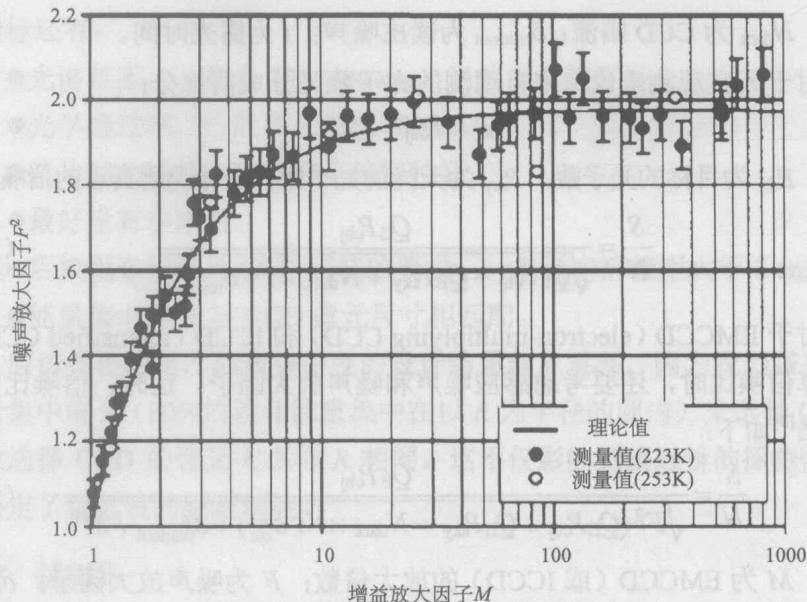
式中, M 为 EMCCD (或 ICCD) 的放大倍数; F 为噪声放大因子; δ_{cic} 为时钟感应噪声。它们的取值如表 2-1 所示。

表 2-1 不同 CCD 的比较

参数	理想 CCD	CCD	EMCCD	ICCD
量子效率/%	100	93	93	50
读出噪声/电子	0	10	60	20
增益	1	1	1	1
时钟感应噪声/电子	0	0.001	0.001	0.001
噪声放大因子	1	1	1.41	1.6

比较 CCD 和 EMCCD (ICCD) 的信噪比, 我们不难看出: 在信号弱的时候应使用 EMCCD (ICCD), 在信号强的时候应使用 CCD。但要注意, 这里的信号包括目标信号和天光信号, 在天光强时, 也不应该使用 EMCCD (ICCD)。有文献说, 信号强弱的分界线为每个像元 100 个光子。

最后, 还要说一下 M 的选择问题。当然, 总希望 M 使读出噪声的影响变小。由于, M 变大, F 也变大, 如图 2-3 所示。 M 选 100 时, 读出噪声的影响已经小于 1 个电子, 因此, 选择 M 为 100 左右是合适的。但在计算信噪比时要注意: F^2 应取 2。

图 2-3 EMCCD 的 F^2 - M 图

下面推荐一种国产 CCD，这种 CCD 称为 CMOS CCD，它相当于一个感光的内存条，读出时，无需 AD（模/数）变换。因此，读出速度很快，而且面阵可以做得很大。几年前，CMOS CCD 的读出噪声很大，不能使用，现在噪声问题解决了，红敏后的量子效率已接近 70%（图 2-4），读出噪声只有 5 个电子，能得到每秒 10 帧以上的速度，还有电子快门，而且能研

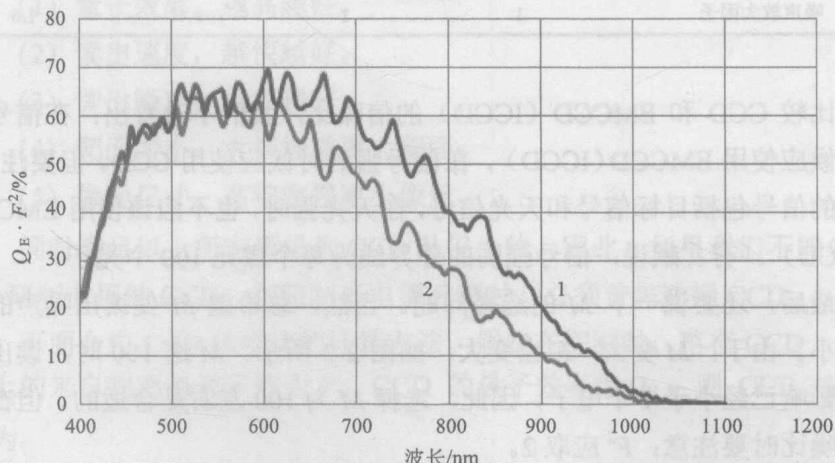


图 2-4 CMOS CCD 的光谱响应（1 为红敏后的响应，2 为普通响应）

制为航天级的产品。由于是国产的，面阵大小和像元尺寸均可以按需选择，价格也便宜很多。因此，CMOS CCD 是一种非常适合空间目标探测的 CCD。

2.2 望远镜的探测能力

2.2.1 目标距离和视运动角速度

1) 计算空间运动的速度 V

假定目标是圆轨道，我们有

$$V = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \quad (2-4)$$

式中， μ 为地球引力参数，取值 $398\,600.4\text{ km}^3/\text{s}^2$ ； r 为目标地心距（km）。

$$r = R_E + H \quad (2-5)$$

式中， R_E 为地球半径， $R_E=6\,378.14\text{ km}$ ； H 为目标地面高度（km）。

2) 计算目标与测站的距离 ρ

$$\rho = \sqrt{r^2 - R^2 \sin^2 z} - R \cos z \quad (2-6)$$

式中， z 为天顶距； R 为测站地心距。

3) 计算目标的视运动角速度

$$\begin{aligned} u &= V \cos \psi / \rho \\ w &= V \sin \psi \cos \alpha / \rho \end{aligned} \quad (2-7)$$

式中， ψ 为目标飞行方向与水平方向的夹角； u 为目標的视运动角速度在水平方向上的投影； w 为目標的视运动角速度在垂直方向上的投影； α 为目標到测站和目標到地心之间的夹角。

$$\cos \alpha = \frac{r^2 + \rho^2 - R^2}{2r\rho} \quad (2-8)$$

目標的视运动角速度为

$$v = \sqrt{u^2 + w^2} \quad (2-9)$$

4) 最大视运动角速度和最小视运动角速度

显然当 $\psi=0^\circ$ 时，视运动角速度最大；当 $\psi=90^\circ$ 时，视运动角速度最小，即