

全国硕士研究生统一招生考试用书

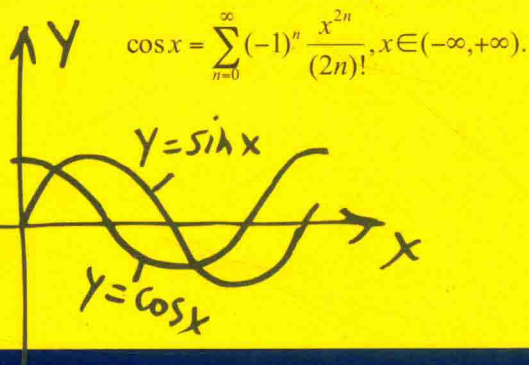
考研数学

强化阶段复习全书

数学一

铁军 朱庆宇 / 编著

$$\sin x = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}, x \in (-\infty, +\infty).$$



考研数学强化阶段复习首选

知识梳理提纲挈领 题型讲解精准到位
自我评测与集训巩固提高

全国硕士研究生统一招生考试用书

考研数学

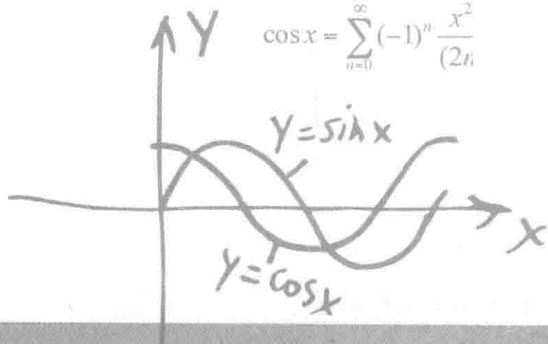
强化阶段复习全书

数学一

铁军 朱庆宇 / 编著

$$\sin x = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}, x \in (-\infty, \infty)$$

$$\cos x = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}, x \in (-\infty, \infty)$$



中国政法大学出版社

2018 · 北京

- 声 明
1. 版权所有，侵权必究。
 2. 如有缺页、倒装问题，由出版社负责退换。

图书在版编目 (C I P) 数据

考研数学强化阶段复习全书. 数学一/铁军, 朱庆宇编著. —北京: 中国政法大学出版社, 2018. 4
ISBN 978-7-5620-8214-9

I. ①考… II. ①铁… ②朱… III. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. ①013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 075904 号

出 版 者	中国政法大学出版社
地 址	北京市海淀区西土城路 25 号
邮寄地址	北京 100088 信箱 8034 分箱 邮编 100088
网 址	http://www.cuplpress.com (网络实名: 中国政法大学出版社)
电 话	010-58908285 (总编室) 58908433 (编辑部) 58908334 (邮购部)
承 印	三河市宇通印刷有限公司
开 本	787mm×1092mm 1/16
印 张	29
字 数	635 千字
版 次	2018 年 4 月第 1 版
印 次	2018 年 4 月第 1 次印刷
定 价	76.00 元

本书编委会成员

(排名不分先后,按姓氏笔画排列)

王博

全国知名考研辅导专家,考研数学大纲解析人,从事考研辅导十多年,深谙命题规律,注重举一反三的讲课方式,帮助学生快速提高,讲课足迹遍布大江南北。

朱庆宇

考研数学辅导老师,考研数学讲师培训师,主讲考研数学高等数学、线性代数、概率论与数理统计。作为考研数学的教学者和考研数学讲师培训师,讲解高屋建瓴、通俗易懂,使零基础学生学有所获,对数学高手另有启发。

汪国军

浙江大学数学科学学院副教授,博士,发表论文近 50 篇,主持或参与科研和教改项目 16 项。著名学硕考研数学辅导专家,考研数学阅卷组成员,深谙命题动向,讲课思路清晰,注重数学基础知识及解题思维和技巧的训练,上课幽默并富有激情,深受广大学员喜爱!

肖遥

数学课程与教学论硕士研究生毕业,长期从事考研数学辅导工作,主要从事数学解题教学与数学测试学研究,在考研数学的解题教学及数学标准化考试命题研究方面有着丰富的经验。在数学概念教学中,提出了“WHAT”的概念教学模式。讲课激情幽默,擅长将数学与实践相结合,从生活出发创造情境,让枯燥的数学变得生动简单!

赵达夫

中国科学院、北京交通大学资深教授、数学部主任,国务院特殊津贴专家,中国考研数学辅导专家,连续多年担任全国硕士研究生入学统一考试数学阅卷组组长。授课富有激情,风趣幽默,思维活跃,重点突出,深入浅出,易懂易记。所著的考研辅导书深受广大考生的好评。

赵俊光

北京理工大学应用数学博士,北京高校教师。具有丰富的考研数学教学经验,非常重视考研课程安排的科学性与合理性。如何引导基础差的学生顺利步入复习的正轨,是赵老师多年授课中一直思考的问题,其以此为目标不断完善授课讲义。赵老师始终认



为:“好的零基础课程,是学生真正需要的帮助。”

铁军

硕士研究生导师,中国考研数学辅导专家,具有多年丰富的考研辅导经验,连续多年担任全国硕士研究生入学统一考试阅卷组专家成员。在国内外学术期刊发表论文 100 余篇,曾承担两项国家自然科学基金项目。主编“十二五”规划教材《高等数学》《线性代数》及考研数学权威辅导书 20 余部。主审教育部高等教育出版社数学考试大纲配套指导教材,厚大考研数学特聘顾问、主讲专家。

铁军老师对历年考研数学命题规律与解题方法、技巧有深刻研究及独到见解,善于运用基础知识和基本考点巧妙解决复杂的考研数学难题,提分快捷,考研成功率高。授课严谨精辟,高屋建瓴,风格幽默,深入浅出,重点突出,基础和技巧并重,对学生高度负责,思路清晰灵活,针对性极强,受到全国各地考研学子的一致推崇。

蔡全领

毕业于南开大学,天津地区考研数学阅卷组成员,《高等数学》第 7 版辅导图书主编,致力于考研数学的教学与研究。课堂上激情澎湃,幽默风趣;能够直击考点,让学生熟练掌握技巧,快速解题。从业以来已亲自培养数百名考研数学满分学员。



第一篇 高等数学

第一章 函数、极限、连续	3
一、考研大纲最新考试要求	3
二、考点知识结构拓扑图	4
三、考点精讲	5
四、考研例题精讲	19
五、考研解题技巧归纳	30
第二章 一元函数微分学	35
一、考研大纲最新考试要求	35
二、考点知识结构拓扑图	36
三、考点精讲	37
四、考研例题精讲	49
五、考研解题技巧归纳	64
第三章 一元函数积分学	68
一、考研大纲最新考试要求	68
二、考点知识结构拓扑图	68
三、考点精讲	69
四、考研例题精讲	88
五、考研解题技巧归纳	100



第四章 向量代数和空间解析几何	103
一、考研大纲最新考试要求	103
二、考点知识结构拓扑图	104
三、考点精讲	104
四、考研例题精讲	117
五、考研解题技巧归纳	120
第五章 多元函数微分学	124
一、考研大纲最新考试要求	124
二、考点知识结构拓扑图	125
三、考点精讲	125
四、考研例题精讲	143
五、考研解题技巧归纳	150
第六章 多元函数积分学	155
一、考研大纲最新考试要求	155
二、考点知识结构拓扑图	156
三、考点精讲	158
四、考研例题精讲	181
五、考研解题技巧归纳	197
第七章 无穷级数	201
一、考研大纲最新考试要求	201
二、考点知识结构拓扑图	202
三、考点精讲	203
四、考研例题精讲	211
五、考研解题技巧归纳	219
第八章 常微分方程与差分方程	223
一、考研大纲最新考试要求	223
二、考点知识结构拓扑图	224
三、考点精讲	224



四、考研例题精讲	231
五、考研解题技巧归纳	239

第二篇 线性代数

第一章 行列式	243
一、考研大纲最新考试要求	243
二、考点知识结构拓扑图	243
三、考点精讲	244
四、考研例题精讲	250
五、考研解题技巧归纳	252
第二章 矩阵	258
一、考研大纲最新考试要求	258
二、考点知识结构拓扑图	258
三、考点精讲	259
四、考研例题精讲	273
五、考研解题技巧归纳	280
第三章 向量	285
一、考研大纲最新考试要求	285
二、考点知识结构拓扑图	285
三、考点精讲	286
四、考研例题精讲	298
五、考研解题技巧归纳	302
第四章 线性方程组	308
一、考研大纲最新考试要求	308
二、考点知识结构拓扑图	308
三、考点精讲	309
四、考研例题精讲	314
五、考研解题技巧归纳	321



第五章 矩阵的特征值和特征向量	324
一、考研大纲最新考试要求	324
二、考点知识结构拓扑图	324
三、考点精讲	325
四、考研例题精讲	329
五、考研解题技巧归纳	336

第六章 二次型	340
一、考研大纲最新考试要求	340
二、考点知识结构拓扑图	340
三、考点精讲	341
四、考研例题精讲	345
五、考研解题技巧归纳	354

第三篇 概率论与数理统计

第一章 随机事件和概率	359
一、考研大纲最新考试要求	359
二、考点知识结构拓扑图	360
三、考点精讲	361
四、考研例题精讲	366
五、考研解题技巧归纳	369

第二章 随机变量及其分布	372
一、考研大纲最新考试要求	372
二、考点知识结构拓扑图	373
三、考点精讲	373
四、考研例题精讲	379
五、考研解题技巧归纳	383

第三章 多维随机变量及其分布	385
一、考研大纲最新考试要求	385



二、考点知识结构拓扑图	386
三、考点精讲	387
四、考研例题精讲	393
五、考研解题技巧归纳	400
 第四章 随机变量的数字特征	403
一、考研大纲最新考试要求	403
二、考点知识结构拓扑图	403
三、考点精讲	404
四、考研例题精讲	409
五、考研解题技巧归纳	414
 第五章 大数定律和中心极限定理	416
一、考研大纲最新考试要求	416
二、考点知识结构拓扑图	416
三、考点精讲	416
四、考研例题精讲	419
五、考研解题技巧归纳	422
 第六章 数理统计的基本概念	424
一、考研大纲最新考试要求	424
二、考点知识结构拓扑图	424
三、核心概念、定理及公式	425
四、考研例题精讲	429
 第七章 参数估计	433
一、考研大纲最新考试要求	433
二、考点知识结构拓扑图	433
三、考点精讲	434
四、考研例题精讲	437
五、考研解题技巧归纳	445



第八章 假设检验	446
一、考研大纲最新考试要求	446
二、考点知识结构精讲	446
三、考点精讲	447
四、考研例题精讲	449

第 一 篇

高等数学



第一章 函数、极限、连续

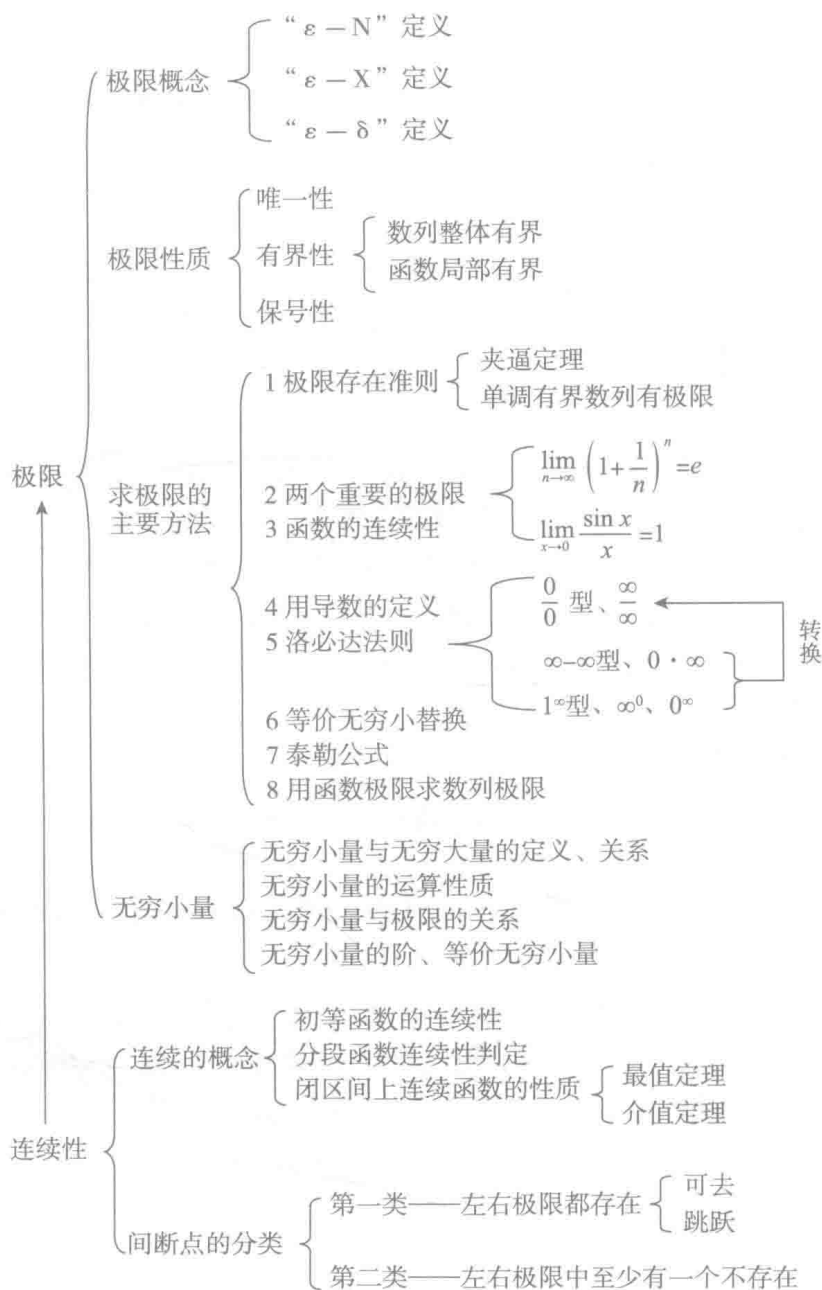
一、考研大纲最新考试要求

【数学一】

1. 理解函数的概念,掌握函数的表示方法,会建立应用问题的函数关系.
2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.
3. 理解复合函数及分段函数的概念,了解反函数及隐函数的概念.
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形,了解初等函数的概念.
5. 理解极限的概念,理解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左极限、右极限之间的关系.
6. 掌握极限的性质及四则运算法则.
7. 掌握极限存在的两个准则,并会利用它们求极限,掌握利用两个重要极限求极限的方法.
8. 理解无穷小量、无穷大量的概念,掌握无穷小量的比较方法,会用等价无穷小量求极限.
9. 理解函数连续性的概念(含左连续与右连续),会判别函数间断点的类型.
10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性,理解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理),并会应用这些性质.



二、考点知识结构拓扑图





三、考点精讲

(一) 函数

1.1 函数的概念

定义 设 x 与 y 是两个变量, D 是一个给定的数集. 如果对于每个数 $x \in D$, 变量 y 按照一定法则 f 总有确定的数值与之对应, 则称 y 是 x 的函数, 记作 $y=f(x)$. 数集 D 叫作这个函数的定义域, x 叫作自变量, y 叫作因变量. 当 x 遍取 D 的各个数值时, 对应的函数值全体组成的数集

$$W=\{y|y=f(x), x \in D\}$$

称为函数的值域.

1.2 分段函数

在自变量的不同变化范围中, 对应法则用不同式子来表示的函数称为分段函数. 常见的几个分段函数有:

【注】 分段函数的定义域是各个“分段”函数定义域的并集.

(1) 绝对值函数(其图形如图 1-1-1 所示)

$$y=|x|=\begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

(2) 符号函数(其图形如图 1-1-2 所示)

$$y=\operatorname{sgn} x=\begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

【注】 对于任何实数 x , 下列关系成立:

$$x=\operatorname{sgn} x \cdot |x|$$

(3) 取整函数(其图形如图 1-1-3 所示)

设 x 为任一实数, 则函数 $y=[x]$ 称为取整函数, 它表示不超过 x 的最大整数.

【注】 对于任何实数 x , 下列关系成立:

$$x-1 < [x] \leq x, \text{ 且存在 } \alpha, \text{ 使得 } x=[x]+\alpha, \text{ 其中 } 0 \leq \alpha < 1.$$

(4) 最大值函数

$$\max\{f(x), g(x)\}=\begin{cases} f(x), & \text{当 } f(x) \geq g(x) \text{ 时} \\ g(x), & \text{当 } f(x) < g(x) \text{ 时} \end{cases}$$

(5) 最小值函数

$$\min\{f(x), g(x)\}=\begin{cases} g(x), & \text{当 } f(x) \geq g(x) \text{ 时} \\ f(x), & \text{当 } f(x) < g(x) \text{ 时} \end{cases}$$



(6) 狄利克雷函数

$$y=D(x)=\begin{cases} 1, & \text{当 } x \text{ 为有理数时} \\ 0, & \text{当 } x \text{ 为无理数时} \end{cases}$$

【注】狄利克雷函数是一个特殊的周期函数,任何正有理数都是它的周期,其周期不唯一,且没有最小正周期.

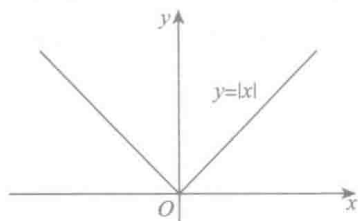


图 1-1-1

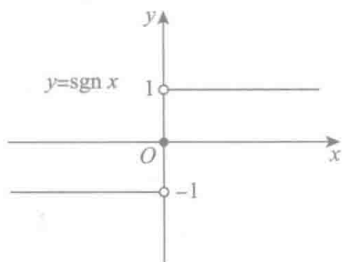


图 1-1-2

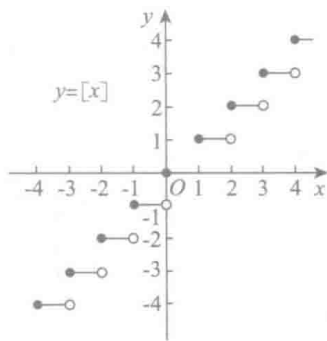


图 1-1-3

1.3 基本初等函数

下列函数称为基本初等函数:

(1) 常值函数: $y=C$, 其中 C 为常数, 自变量 $x \in \mathbb{R}$.

(2) 幂函数: $y=x^\mu$ (μ 是常数) 自变量 $x \in \mathbb{R}$.

(3) 指数函数: $y=a^x$ (a 是常数且 $a>0, a \neq 1$), 特别地, 当 $a=e$ 时, 记为 $y=e^x$ 自变量 $x \in \mathbb{R}$.

(4) 对数函数: $y=\log_a x$ (a 是常数且 $a>0, a \neq 1$), 特别地, 当 $a=e$ 时, 称为自然对数且记为 $y=\ln x$ 自变量 $x \in (0, +\infty)$.

(5) 三角函数: $y=\sin x, y=\cos x, y=\tan x, x \neq \frac{k}{2}\pi, k$ 为奇数, $y=\cot x, x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}, y=\sec x, y=\csc x$ 自变量 $x \in \mathbb{R}$.

(6) 反三角函数: $y=\arcsin x, y=\arccos x$ 自变量 $x \in [-1, 1]$; $y=\arctan x, y=\operatorname{arccot} x$ 自变量 $x \in \mathbb{R}$.

1.4 初等函数

由常数和基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的函数复合步骤所构成并可用一个式子表示的函数, 称为初等函数. 例如 $y=\sqrt{1-x^2}, y=\sin^2 x, y=\sqrt{\cot \frac{x}{2}}$ 等都是初等函数.

1.5 复合函数

设函数 $y=f(u)$ 的定义域为 D_f , 函数 $u=\varphi(x)$ 的定义域为 D_φ , 且其值域 $W_\varphi \subset D_f$, 则称函数 $y=f[\varphi(x)]$ 为由函数 $u=\varphi(x)$ 与函数 $y=f(u)$ 构成的复合函数, 其中 x 为自变量, u 称为中间变量.