



教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会规划教材  
高等学校电子信息类专业系列教材

信息与通信工程

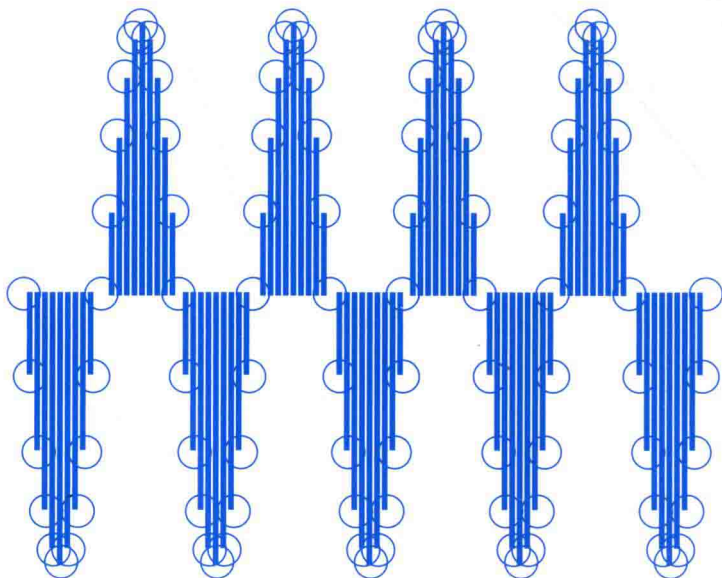
**S**ignals and Systems  
Using MATLAB

# 信号与系统

——基于MATLAB的方法

谭鹤伟 冯桂 黄公彝 胡朝炜 编著

Tan Gewei Feng Gui Huang Gongyi Hu Chaowei



配套慕课  
视频课程

清华大学出版社





教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会规划教材  
高等学校电子信息类专业系列教材

Signals and Systems: Using MATLAB

# 信号与系统

——基于MATLAB的方法

谭鸽伟 冯桂 黄公彝 胡朝炜 编著

Tan Gewei

Feng Gui

Huang Gongyi

Hu Chaowei

清华大学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书按照高等院校“信号与系统”课程教学的基本要求编写而成,以三大变换(傅里叶变换、拉普拉斯变换和 $Z$ 变换)为主线,以理论分析和MATLAB应用为手段,将经典理论与现代计算技术相结合,介绍了信号与系统的基本理论和分析方法,能帮助读者快速理解并掌握本课程知识点。为了便于教学和加深读者对基本概念的理解,同时利于读者自检,本书每章后面都附有习题。

本书概念清晰、系统性强、特色鲜明、使用方便,可作为高等工科院校通信工程、电子信息工程、电子科学与技术、自动化、计算机科学与技术等专业“信号与系统”课程的教材或教学参考书,也可作为本学科及其相近学科的工程技术人员的参考资料。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

信号与系统:基于MATLAB的方法/谭鸽伟等编著. —北京:清华大学出版社,2019  
(高等学校电子信息类专业系列教材)  
ISBN 978-7-302-51353-7

I. ①信… II. ①谭… III. ①信号系统—高等学校—教材 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第229966号

责任编辑:盛东亮 钟志芳

封面设计:李召霞

责任校对:李建庄

责任印制:刘海龙

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质量反馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 装 者:三河市金元印装有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:17.25 字 数:418千字

版 次:2019年1月第1版 印 次:2019年1月第1次印刷

定 价:59.00元

产品编号:079445-01

# 高等学校电子信息类专业系列教材

## 一 顾问委员会

谈振辉	北京交通大学 (教指委高级顾问)	郁道银	天津大学 (教指委高级顾问)
廖延彪	清华大学 (特约高级顾问)	胡广书	清华大学 (特约高级顾问)
华成英	清华大学 (国家级教学名师)	于洪珍	中国矿业大学 (国家级教学名师)
彭启琮	电子科技大学 (国家级教学名师)	孙肖子	西安电子科技大学 (国家级教学名师)
邹逢兴	国防科技大学 (国家级教学名师)	严国萍	华中科技大学 (国家级教学名师)

## 一 编审委员会

主 任	吕志伟	哈尔滨工业大学		
副主任	刘 旭	浙江大学	王志军	北京大学
	隆克平	北京科技大学	葛宝臻	天津大学
	秦石乔	国防科技大学	何伟明	哈尔滨工业大学
	刘向东	浙江大学		
委 员	王志华	清华大学	宋 梅	北京邮电大学
	韩 焱	中北大学	张雪英	太原理工大学
	殷福亮	大连理工大学	赵晓晖	吉林大学
	张朝柱	哈尔滨工程大学	刘兴钊	上海交通大学
	洪 伟	东南大学	陈鹤鸣	南京邮电大学
	杨明武	合肥工业大学	袁东风	山东大学
	王忠勇	郑州大学	程文青	华中科技大学
	曾 云	湖南大学	李思敏	桂林电子科技大学
	陈前斌	重庆邮电大学	张怀武	电子科技大学
	谢 泉	贵州大学	卞树檀	火箭军工程大学
	吴 瑛	解放军信息工程大学	刘纯亮	西安交通大学
	金伟其	北京理工大学	毕卫红	燕山大学
	胡秀珍	内蒙古工业大学	付跃刚	长春理工大学
	贾宏志	上海理工大学	顾济华	苏州大学
	李振华	南京理工大学	韩正甫	中国科学技术大学
	李 晖	福建师范大学	何兴道	南昌航空大学
	何平安	武汉大学	张新亮	华中科技大学
	郭永彩	重庆大学	曹益平	四川大学
	刘缠牢	西安工业大学	李儒新	中国科学院上海光学精密机械研究所
	赵尚弘	空军工程大学	董友梅	京东方科技集团股份有限公司
	蒋晓瑜	陆军装甲兵学院	蔡 毅	中国兵器科学研究院
	仲顺安	北京理工大学	冯其波	北京交通大学
	黄翊东	清华大学	张有光	北京航空航天大学
	李勇朝	西安电子科技大学	江 毅	北京理工大学
	章毓晋	清华大学	张伟刚	南开大学
	刘铁根	天津大学	宋 峰	南开大学
	王艳芬	中国矿业大学	靳 伟	香港理工大学
	苑立波	哈尔滨工程大学		
丛书责任编辑	盛东亮	清华大学出版社		

# 序

## FOREWORD

我国电子信息产业销售收入总规模在 2013 年已经突破 12 万亿元,行业收入占工业总体比重已经超过 9%。电子信息产业在工业经济中的支撑作用凸显,更加促进了信息化和工业化的高层次深度融合。随着移动互联网、云计算、物联网、大数据和石墨烯等新兴产业的爆发式增长,电子信息产业的发展呈现了新的特点,电子信息产业的人才培养面临着新的挑战。

(1) 随着控制、通信、人机交互和网络互联等新兴电子信息技术不断发展,传统工业设备融合了大量最新的电子信息技术,它们一起构成了庞大而复杂的系统,派生出大量新兴的电子信息技术应用需求。这些“系统级”的应用需求,迫切要求具有系统级设计能力的电子信息技术人才。

(2) 电子信息系统的功能越来越复杂,系统的集成度越来越高。因此,要求未来的设计者应该具备更扎实的理论基础知识和更宽广的专业视野。未来信息系统的设计越来越要求软件和硬件的协同规划、协同设计和协同调试。

(3) 新兴电子信息技术的发展依赖于半导体产业的不断推动,半导体厂商为设计者提供了越来越丰富的生态资源,系统集成厂商的全方位配合又加速了这种生态资源的进一步完善。半导体厂商和系统集成厂商所建立的这种生态系统,为未来的设计者提供了更加便捷却又必须依赖的设计资源。

教育部 2012 年颁布了新版《高等学校本科专业目录》,将电子信息类专业进行了整合,为各高校建立系统化的人才培养体系,培养具有扎实理论基础和宽广专业技能的、兼顾“基础”和“系统”的高层次电子信息人才给出了指引。

传统的电子信息学科专业课程体系呈现“自底向上”的特点,这种课程体系偏重对底层元器件的分析与设计,较少涉及系统级的集成与设计。近年来,国内很多高校对电子信息类专业课程体系进行了大力度的改革,这些改革顺应时代潮流,从系统集成的角度,更加科学合理地构建了课程体系。

为了进一步提高普通高校电子信息类专业教育与教学质量,贯彻落实《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020 年)》和《教育部关于全面提高高等教育质量若干意见》(教高【2012】4 号)的精神,教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会开展了“高等学校电子信息类专业课程体系”的立项研究工作,并于 2014 年 5 月启动了《高等学校电子信息类专业系列教材》(教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会规划教材)的建设工作。其目的是为推进高等教育内涵式发展,提高教学水平,满足高等学校对电子信息类专业人才培养、教学改革与课程改革的需要。

本系列教材定位于高等学校电子信息类专业的专业课程,适用于电子信息类的电子信

息工程、电子科学与技术、通信工程、微电子科学与工程、光电信息科学与工程、信息工程及其相近专业。经过编审委员会与众多高校多次沟通,初步拟定分批次(2014—2017年)建设约100门课程教材。本系列教材将力求在保证基础的前提下,突出技术的先进性和科学的前沿性,体现创新教学和工程实践教学;将重视系统集成思想在教学中的体现,鼓励推陈出新,采用“自顶向下”的方法编写教材;将注重反映优秀的教学改革成果,推广优秀的教学经验与理念。

为了保证本系列教材的科学性、系统性及编写质量,本系列教材设立顾问委员会及编审委员会。顾问委员会由教指委高级顾问、特约高级顾问和国家级教学名师担任,编审委员会由教育部高等学校电子信息类专业教学指导委员会委员和一线教学名师组成。同时,清华大学出版社为本系列教材配置优秀的编辑团队,力求高水准出版。本系列教材的建设,不仅有众多高校教师参与,也有大量知名的电子信息类企业支持。在此,谨向参与本系列教材策划、组织、编写与出版的广大教师、企业代表及出版人员致以诚挚的感谢,并殷切希望本系列教材在我国高等学校电子信息类专业人才培养与课程体系建设中发挥切实的作用。

吕志伟 教授

# 前言

## PREFACE

“信号与系统”课程是高等工科院校通信工程、电子信息工程、自动化、电子科学与技术、计算机科学与技术等专业的一门重要的专业基础课程。该课程的主要任务是：为学生学习后续课程和今后工作奠定必要的理论基础，培养学生养成良好的学习习惯和科学的思维方法，着力提高学生应用系统的思想和方法分析和解决客观世界实际问题的能力。随着信息科学与技术的迅速发展，该课程的应用领域也越来越广泛，几乎遍及各个工程技术学科。由于信号是信息的载体，系统是信息处理的手段，因此，作为研究信号与系统基本理论和方法的“信号与系统”课程，必然要与信息科学技术的发展趋势相一致，为此，本书编者结合自身教学改革与实践的成果，在参阅国内外相关优秀教材的基础上，编写了本教材。

本书根据电子信息类专业教学指导委员会关于“信号与系统”课程教学基本要求，贯彻工科专业基础课教材立足于“加强基础，精选内容；结合实际，逐步更新；突出重点，利于教学”的指导思想精心编写而成。在构架上，本书采用先“信号分析”后“系统分析”，先“连续”后“离散”，先“时域”后“变换域”的模式，既体现了信号与系统两者之间理论分析上相对独立和内容上相互并行的特点，又遵循了先易后难、循序渐进的教学原则。在编写上，本书强调基本理论、基本概念和基本方法，遵循由浅入深、循序渐进的教学规律，系统地组织教学内容，以 MATLAB 应用为手段，将经典理论与现代计算技术相结合，注重概念，突出应用，图文并茂，有利于读者理解与掌握本课程知识点。同时，本书注重重点和难点的诠释与分析，为了便于教学和加深读者对基本概念的理解并方便读者的自查自检，本书配有大量例题和习题。

本书主要阐述信号的时域与变换域分析，线性时不变系统的描述与特性，信号通过线性时不变系统的时域与变换域分析方法，并简要介绍了频域分析与复频域分析在通信系统和控制系统等方面的应用。

本书绪论介绍信号与系统的基本概念及 MATLAB 软件平台；第 1 章介绍常用连续时间信号、连续时间信号的基本运算与分解；第 2 章介绍系统的分类、卷积及其性质以及 LTI 系统响应的求解；第 3 章介绍周期信号的傅里叶级数、非周期信号的傅里叶变换及其性质、LTI 连续系统的频域分析方法；第 4 章介绍拉普拉斯变换及其性质、单边拉普拉斯的逆变换、连续系统的拉普拉斯分析、系统函数和系统稳定性、连续系统的  $s$  域模拟；第 5 章介绍连续信号的抽样定理、傅里叶分析在通信系统中的应用、拉普拉斯分析在经典控制中的应用；第 6 章介绍离散时间基本信号、离散信号的卷积和、离散系统的算子方程、离散系统响应的求解；第 7 章介绍  $Z$  变换及其性质、 $Z$  逆变换、离散系统的  $Z$  域分析、差分方程的  $Z$  域解、离散系统的频率响应、离散系统函数与系统特性的关系、离散系统的稳定性；第 8 章介绍状态空间描述、连续系统状态空间方程的建立、连续系统状态空间方程的求解、离散系统

状态空间分析、系统函数矩阵和系统稳定性。

本书绪论、第1章、第4章和第8章由谭鸽伟执笔,第2章和第3章由冯桂执笔,第5章和第7章由黄公彝执笔,第6章由胡朝炜执笔,全书由谭鸽伟统稿。

在本书的编写过程中得到华侨大学教务处、信息科学与工程学院有关领导和老师的关心与协作,以及清华大学出版社盛东亮编辑、MathWorks公司卓金武先生的大力支持,在此一并致以诚挚的感谢。

由于编者水平有限且时间比较仓促,书中难免有欠妥之处,恳请广大同行和读者批评指正。

编 者

2018年10月15日于厦门



# 目录

## CONTENTS

<b>第 0 章 绪论</b> .....	1
0.1 信号与系统 .....	1
0.2 连续和离散 .....	2
0.2.1 连续表示和离散表示 .....	2
0.2.2 导数和差分 .....	2
0.2.3 积分和累加 .....	3
0.2.4 微分方程和差分方程 .....	3
0.3 复数和实数 .....	4
0.3.1 复数和向量 .....	4
0.3.2 复变函数 .....	5
0.3.3 相量和正弦信号 .....	6
0.4 MATLAB 软件介绍 .....	6
0.4.1 数值计算 .....	7
0.4.2 符号计算 .....	13
<b>第 1 章 连续时间信号</b> .....	17
1.1 引言 .....	17
1.2 信号的描述和分类 .....	17
1.2.1 信号的描述 .....	17
1.2.2 信号分类 .....	17
1.3 连续时间信号 .....	18
1.3.1 信号的基本运算 .....	18
1.3.2 偶信号和奇信号 .....	21
1.3.3 周期信号和非周期信号 .....	23
1.3.4 典型连续时间信号 .....	24
1.4 连续时间信号的分解 .....	32
1.4.1 信号的交直流分解 .....	32
1.4.2 信号的冲激函数分解 .....	33
1.4.3 信号的阶跃函数分解 .....	34
习题 .....	34
<b>第 2 章 连续时间系统的时域分析</b> .....	37
2.1 引言 .....	37
2.2 系统的分类 .....	37
2.2.1 系统的初始状态 .....	37

2.2.2	系统的响应	38
2.2.3	系统的分类	40
2.3	卷积及其性质	43
2.3.1	卷积	43
2.3.2	任意函数与 $\delta(t)$ 、 $e(t)$ 卷积	43
2.3.3	卷积的性质	44
2.3.4	卷积的图解法	49
2.3.5	常用信号的卷积	50
2.4	LTI系统的响应	51
2.4.1	LTI系统的数学模型与传输算子	51
2.4.2	LTI系统的零输入响应	57
2.4.3	LTI系统的零状态响应	62
2.4.4	LTI系统的完全响应及其分解	67
	习题	69
<b>第3章</b>	<b>傅里叶级数与傅里叶变换</b>	<b>72</b>
3.1	引言	72
3.2	周期信号的傅里叶级数	72
3.2.1	周期信号的傅里叶级数	73
3.2.2	周期信号的频谱	75
3.2.3	周期信号的功率	81
3.3	非周期信号的傅里叶变换	82
3.3.1	从傅里叶级数到傅里叶变换	82
3.3.2	非周期信号的频谱函数	84
3.3.3	典型信号的傅里叶变换	84
3.3.4	傅里叶变换的性质	92
3.3.5	周期信号的傅里叶变换	107
3.4	LTI连续系统的频域分析	109
3.4.1	系统的频率响应函数	109
3.4.2	系统函数 $H(j\omega)$ 的求取	110
3.4.3	系统的频域分析	112
3.4.4	无失真传输	115
	习题	118
<b>第4章</b>	<b>拉普拉斯变换和拉普拉斯分析</b>	<b>122</b>
4.1	引言	122
4.2	拉普拉斯变换	122
4.2.1	从傅里叶变换到拉普拉斯变换	122
4.2.2	双边拉普拉斯变换的收敛域	123
4.2.3	单边拉普拉斯变换	125
4.2.4	常用信号的单边拉普拉斯变换	126
4.3	单边拉普拉斯变换的性质	126
4.4	单边拉普拉斯逆变换	136
4.4.1	部分分式展开法	136
4.4.2	象函数部分分式展开的 MATLAB 实现	139

4.5	连续系统的拉普拉斯分析 .....	140
4.5.1	微分方程描述的连续系统的拉普拉斯分析 .....	140
4.5.2	电路系统的拉普拉斯分析 .....	142
4.5.3	系统函数描述的连续系统的拉普拉斯分析 .....	145
4.6	系统函数与系统特性 .....	147
4.6.1	$H(s)$ 的零点和极点 .....	147
4.6.2	$H(s)$ 的零极点分布决定系统的时域特性 .....	147
4.6.3	$H(s)$ 的零极点分布决定系统的频率特性 .....	150
4.6.4	系统的稳定性 .....	154
4.7	连续系统的 $s$ 域模拟 .....	157
4.7.1	基本运算器的 $s$ 域模型 .....	157
4.7.2	连续系统的 $s$ 域模拟 .....	158
	习题 .....	165
<b>第 5 章</b>	<b>傅里叶分析和拉普拉斯分析的应用</b> .....	<b>170</b>
5.1	引言 .....	170
5.2	连续信号的抽样定理 .....	171
5.3	傅里叶分析在通信系统中的应用 .....	174
5.3.1	信号的调制和解调 .....	174
5.3.2	信号的抽样和恢复 .....	178
5.3.3	数字滤波器设计 .....	181
5.4	拉普拉斯分析在经典控制中的应用 .....	184
5.4.1	控制系统的数学模型 .....	184
5.4.2	控制系统数学模型的建立 .....	185
5.4.3	控制系统数学模型参数的获取 .....	186
	习题 .....	186
<b>第 6 章</b>	<b>离散信号与系统的时域分析</b> .....	<b>187</b>
6.1	引言 .....	187
6.2	离散时间信号 .....	187
6.2.1	离散时间信号的运算和分类 .....	187
6.2.2	基本离散时间信号 .....	188
6.3	卷积和 .....	192
6.3.1	卷积和的定义 .....	192
6.3.2	卷积和的计算方法 .....	193
6.4	离散系统的算子方程 .....	194
6.5	离散系统的零输入响应 .....	195
6.5.1	简单系统的零输入响应 .....	196
6.5.2	一般系统的零输入响应 .....	197
6.6	离散系统的零状态响应 .....	199
6.6.1	离散信号的时域分解 .....	199
6.6.2	基本信号 $\delta(k)$ 激励下的零状态响应 .....	199
6.6.3	一般信号 $f(k)$ 激励下的零状态响应 .....	201
	习题 .....	204

<b>第7章 Z变换</b> .....	207
7.1 引言 .....	207
7.2 Z变换的定义和收敛域 .....	207
7.2.1 Z变换的定义 .....	207
7.2.2 Z变换的收敛域 .....	208
7.2.3 常用序列的Z变换 .....	209
7.3 Z变换的性质 .....	210
7.4 Z逆变换 .....	213
7.4.1 幂级数展开法 .....	213
7.4.2 部分分式展开法 .....	214
7.4.3 Z逆变换的MATLAB实现 .....	217
7.5 离散系统的Z域分析 .....	218
7.5.1 离散信号的Z域分解 .....	218
7.5.2 基本信号 $z^k$ 激励下的系统的零状态响应 .....	218
7.5.3 一般信号 $f(k)$ 激励下的系统的零状态响应 .....	219
7.6 离散系统差分方程的Z域解 .....	220
7.6.1 差分方程的Z域解 .....	220
7.6.2 离散系统的频率响应 .....	221
7.6.3 离散系统频率响应的MATLAB实现 .....	224
7.6.4 离散时间系统零极点分布图的MATLAB实现 .....	225
7.7 离散系统的系统函数与系统特性的关系 .....	226
7.7.1 $H(z)$ 的零点和极点 .....	226
7.7.2 $H(z)$ 的零点、极点与时域响应 .....	226
7.7.3 $H(z)$ 与离散系统的频率响应 .....	227
7.7.4 $H(z)$ 与离散系统的稳定性 .....	229
习题 .....	231
<b>第8章 系统的状态空间分析</b> .....	235
8.1 引言 .....	235
8.2 状态空间描述 .....	235
8.3 连续系统状态空间方程的建立 .....	237
8.3.1 由电路图直接建立状态空间方程 .....	237
8.3.2 由微分方程或信号流图建立状态空间方程 .....	238
8.3.3 串联和并联系统的状态空间方程 .....	239
8.3.4 用MATLAB建立系统的状态空间方程 .....	241
8.4 连续系统状态空间方程的求解 .....	242
8.4.1 状态空间方程的时域解法 .....	242
8.4.2 状态空间方程的 $s$ 域解法 .....	245
8.4.3 用MATLAB求解连续时间系统的状态空间方程 .....	247
8.5 离散系统的状态空间分析 .....	249
8.5.1 离散系统状态空间方程的建立 .....	249
8.5.2 离散系统状态空间方程的时域解法 .....	252
8.5.3 离散系统状态空间方程的Z域解法 .....	255
8.5.4 用MATLAB求解离散时间系统的状态空间方程 .....	257
8.6 系统函数矩阵与系统稳定性 .....	258
习题 .....	260

## 0.1 信号与系统

消息是待传送的一种以收、发双方事先约定的方式组成的符号,包括语言、文字、图像、数据等。

信息是消息的内容。人们关注消息的目的是为了获取和利用其中包含的信息。

信号是运载消息的工具,是消息的载体。通常体现为随若干变量而变化的某种物理量,例如光信号、声信号和电信号等。古代人利用点燃烽火台而产生的滚滚狼烟,向远方传递敌人入侵的消息,这属于光信号;上课的铃声,传达着上课时间到了的信息,这属于声信号;遨游于太空中的各种无线电波、畅通无阻的电话网中的电流等,都可以用来向远方传递各种消息,这属于电信号。把消息变换成适合信道传输的物理量,如光信号、电信号、声信号和生物信号等,人们通过对光、声、电信号进行转换与接收,才知道对方要传达的消息。

对信号分类的方法有很多,信号按数学关系、取值特征、能量功率、处理分析、所具有的时间函数特性、取值是否为实数等,可以分为确定性信号和非确定性信号、连续信号和离散信号、能量信号和功率信号、时域信号和频域信号、时限信号和频限信号、实信号和复信号等。

总而言之,信号是消息的物理体现。在通信系统中,系统传输的是信号,但本质内容是消息。消息包含在信号之中,信号是消息的载体。通信的结果是消除或部分消除不确定性,从而获得信息。

信号的波形特征包括:信号形状、信号幅度、周期性信号的周期、脉冲信号的宽度和幅度及信号边沿变化的快慢等。

系统是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的,具有特定功能的整体。如收音机、电视机、手机、全球定位系统、雷达、通信网、计算机网等都可以看作系统,它们所传送的语音、音乐、图像、文字等都可以看作信号。

信号与系统的概念常常紧密地联系在一起,如图 0-1 所示。信号是指系统的输入和输出,系统用于对信号进行变换、处理。信号要由不同的系统来产生、发送、接收、储存和处理;不同的系统会产生不同的信号;不同的信号要由不同的系统来适应,

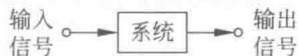


图 0-1 信号与系统

所以必须了解和掌握系统的特性。

电系统具有特殊的重要地位,某个电路从输入到输出是为了完成某种功能,如微分电路、积分电路、放大电路,也可以称为系统。在电子技术领域中,系统、电路、网络三个名词在一般情况下可以通用。

## 0.2 连续和离散

连续信号是指在自变量的连续变化范围内都有定义的信号。实际系统中存在的绝大多数物理过程或物理量,都是在时间和幅值上连续的量,这类连续信号称为模拟信号。处理连续信号的系统是连续系统。

离散信号是指仅在一系列分离的时间点  $k$  ( $k$  是整数,  $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) 上才有取值的一种信号,也称离散时间序列。处理离散信号的系统是离散系统。

微积分是处理连续函数的运算,包括导数和积分,分别用于测量函数的变化率和函数图形下的面积或体积。有了导数和积分,可引入微分方程来描述动态系统。

而处理离散时间序列,只需要采用有限运算,因此求导和积分被差分法和累加取代,而微分方程则由差分方程取代。

### 0.2.1 连续表示和离散表示

物质世界里存在的现象一般可用模拟信号来模拟,如果要对模拟信号进行数字处理,首先需要通过取样将连续信号离散化,再进行量化和编码。将连续信号变成离散信号的常用方法是等间隔或不等间隔进行周期取样。

如图 0-2 所示,对连续信号  $f(t)$  进行等间隔采样得到

$$f(t) \Big|_{t=kT} = f(kT) \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (0-1)$$

式中,  $T$  称为取样周期。

只要取样周期  $T$  足够小,可用取样值来描述任一个连续函数。当取样间距小到 0,则取样函数  $f(kT)$  与被取样函数  $f(t)$  相等,当取样间隔不为 0,只要根据采样定理即可保证任意模拟信号能由它的采样信号恢复。

通常将常数  $T$  省略,则离散信号用  $f(k)$  表示。

例如,以  $T=0.1\text{s}$  对正弦信号  $f(t) = \sin(2\pi t)$  周期采样得到的正弦序列如图 0-3 所示。正弦序列的表达式为

$$f(k) = \sin(2\pi kT) = \sin(0.2\pi k)$$

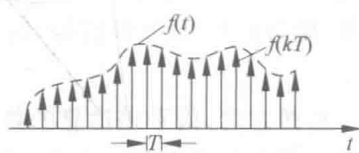


图 0-2 连续信号的离散化

### 0.2.2 导数和差分

连续时间信号  $f(t)$  的导数为

$$\frac{df(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta f(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} \quad (0-2)$$

表示连续信号的变化率。

对离散信号,可用两个相邻序列值的差值代替  $\Delta f(t)$ ,用相应离散时间之差代替  $\Delta t$ ,即

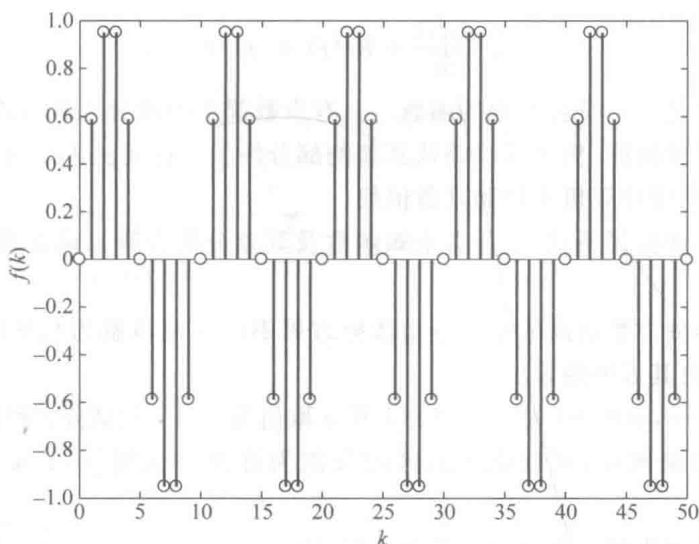


图 0-3 离散正弦信号

得到

$$\frac{\Delta f(k)}{\Delta k} = f(k+1) - f(k) \quad (0-3)$$

或

$$\frac{\Delta f(k)}{\Delta k} = f(k) - f(k-1) \quad (0-4)$$

这种运算称为差分。式(0-3)称为前向差分,式(0-4)称为后向差分,它们都表示离散信号的变化率。

### 0.2.3 积分和累加

连续时间信号  $f(t)$  的积分为

$$y(t) = f^{(-1)}(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{n=-\infty}^k f(n\Delta t) \Delta t \quad (0-5)$$

表示信号  $f(t)$  的波形在  $(-\infty, t)$  区间上所包含的净面积。

在离散信号中,最小间隔  $\Delta\tau$  就是一个单位时间,即  $\Delta\tau=1$ ,定义离散积分的运算为

$$y(k) = \sum_{n=-\infty}^k f(n) \quad (0-6)$$

这种运算又称为离散信号的累加。

### 0.2.4 微分方程和差分方程

微分方程表征连续时间系统的动态特性,即系统对输入信号的响应方式。不同类型的系统,其微分方程的形式也不同。

微分方程的应用十分广泛,可以解决许多与导数有关的问题。例如电路系统的分析。

如图 0-4 所示的电路系统,回路电流  $i(t)$  和电压源  $f(t)$  的关系可用如下的微分方程描述

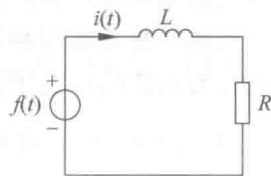


图 0-4 RL 串联电路

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = f(t)$$

微分方程的解是一个符合方程的函数。只有少数简单的微分方程可以求得解析解。不过即使没有找到其解析解,仍然可以确认其解的部分性质。在无法求得解析解时,可以利用数值分析的方式,利用计算机来找到其数值解。

差分方程又称递推关系式,是含有未知函数及其差分的方程。满足该方程的函数称为差分方程的解。

差分方程是微分方程的离散化。一个微分方程不一定可以解出精确的解,把它变成差分方程,就可以求出其近似的解。

例如  $dy + ydt = 0, y(0) = 1$  是一个微分方程,  $t$  取值为  $[0, 1]$ , 此微分方程的解为  $y(t) = e^{-t}$ 。要实现微分方程的离散化,可以把  $t$  的区间分割为许多小区间  $[0, 1/n], [1/n, 2/n], \dots, [(n-1)/n, 1]$ 。

这样上述微分方程可以离散化为差分方程,即

$$y((k+1)/n) - y(k/n) + y(k/n) \cdot (1/n) = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

利用  $y(0) = 1$  的条件,以及上面的差分方程,可以计算出  $y(k/n)$  的近似值。

## 0.3 复数和实数

信号与系统的大多数理论是建立在复变函数的基础之上。例如连续信号的拉普拉斯变换就是复变量  $s = \sigma + j\omega$  的函数,离散时间信号的  $z$  变换也是复变量  $z = re^{j\theta}$  的函数。

### 0.3.1 复数和向量

任何一个复数  $z = a + jb$ , 与平面直角坐标系的点  $Z(a, b)$  是一一对应的。同时,复数  $z = a + jb$  和由原点  $O$  指向点  $Z$  的向量  $\vec{OZ}$  也一一对应,如图 0-5 所示。我们常把复数  $z = a + jb$  说成点  $Z$  或向量  $\vec{OZ}$ 。规定,相等的向量表示同一个复数。

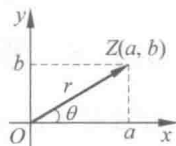


图 0-5 复数和向量

复数的模  $|z|$ , 也即向量  $\vec{OZ}$  的模  $r$ , 表示向量的大小, 有

$$|z| = |a + jb| = \sqrt{a^2 + b^2} = r \quad (0-7)$$

复数的幅角  $\theta$  表示向量  $\vec{OZ}$  的方向, 有

$$\theta = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \quad (0-8)$$

因此,复数也可用极坐标表示为

$$z = a + jb = re^{j\theta} \quad (0-9)$$

复数的算术运算可借用向量运算法则,如图 0-6 所示。

当两个复数实部相等,虚部互为相反数时,这两个复数称为共轭复数。复平面内与一对共轭复数对应的点关于实轴对称。共轭复数有以下性质:

$$(1) z + z^* = 2a \text{ 或者 } \operatorname{Re}[z] = \frac{1}{2}(z + z^*);$$

$$(2) z - z^* = 2jb \text{ 或者 } \operatorname{Im}[z] = -j \frac{1}{2}(z - z^*);$$



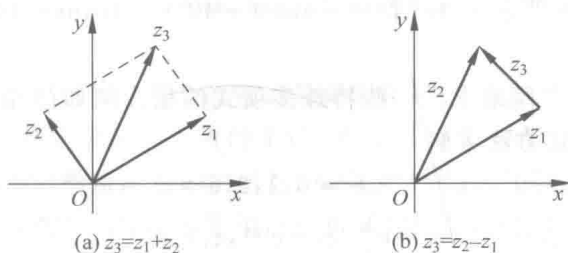


图 0-6 复数的运算

$$(3) \quad z z^* = |z|^2 \quad \text{或者} \quad |z| = \sqrt{z z^*};$$

$$(4) \quad \frac{z}{z^*} = e^{j2\arctan z};$$

$$(5) \quad \frac{1}{z} = \frac{z^*}{|z|^2} = \frac{1}{|z|} e^{-j\arctan z}.$$

### 0.3.2 复变函数

以复数作为自变量和因变量的函数就叫作复变函数。例如：指数函数  $y = e^x$ ，若自变量  $x = j\theta$  是复数，则  $y = e^{j\theta}$  即为复指数函数。对数函数  $y = \ln z$ ，若自变量  $z$  是复数， $y$  就是一个复变函数，且有

$$y = \ln z = \ln r e^{j\theta} = \ln r + j\theta \quad (0-10)$$

#### 1. 欧拉公式

欧拉恒等式是一个联系复指数函数和三角函数的公式，即

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta \quad (0-11)$$

证明：因为复数  $\cos\theta + j\sin\theta$  的模和幅角分别为

$$\sqrt{\cos^2\theta + \sin^2\theta} = 1$$

$$\arctan\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right) = \arctan(\tan\theta) = \theta$$

这和极坐标形式的复数  $e^{j\theta}$  的模和幅角相等，所以欧拉公式成立。

复指数函数与正弦函数之间的关系在信号与系统的分析中非常重要。利用欧拉恒等式，有

$$\cos\theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2} \quad (0-12)$$

$$\sin\theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j} \quad (0-13)$$

#### 2. 欧拉恒等式的应用

##### 1) 极坐标到直角坐标的转换

利用欧拉公式可以方便地求出一个极坐标表示的复数的实部和虚部，从而转换成代数形式的复数。利用公式

$$e^{j(\pi \pm \theta)} = e^{j\pi} e^{\pm j\theta} = -e^{\pm j\theta} \quad (0-14)$$

可快速地将第二、三象限的复数转换到第一、四象限计算。例如：

$$z_1 = 7e^{j250^\circ} = 7e^{j180^\circ} e^{j70^\circ} = -7e^{j70^\circ} = -7\cos(70^\circ) - 7j\sin(70^\circ) = -2.39 - j6.58$$