

普通高等教育“十一五”规划教材配套教辅

# 普通物理教程 习题详解

主 编 宋庆功 郭松青



科学出版社

普通物理(第2版) 习题解答

# 普通物理教程

## 习题解答

王 明 主编



ISBN 7-309-05111-1

普通高等教育“十一五”规划教材配套教辅

# 普通物理教程习题详解

主 编 宋庆功 郭松青

副主编 郭艳蕊 周青军 杨 雄

科学出版社

北 京

## 内 容 简 介

本书是与普通高等教育“十一五”规划教材《普通物理教程》配套的习题详解,是根据《理工科类大学物理课程教学基本要求》,融汇近几年的教学成果,结合作者多年的教学实践经验编著而成.全书共29章,包括《普通物理教程》各章习题及详细解答过程,基本概念、规律、方法阐述准确、清晰,求解过程思路清晰、逻辑严谨、推导细致,注重分析问题、解决问题思路和方法的展示和示范,文字简练、语言流畅,具有较强的可读性.

本书可供高等院校工科各专业教师和学生参考用书;也可用于普通高等学校非物理类理工科专业的习题课、讨论课教材.

### 图书在版编目(CIP)数据

普通物理教程习题详解 / 宋庆功, 郭松青主编. —北京: 科学出版社, 2018.1

普通高等教育“十一五”规划教材配套教辅

ISBN 978-7-03-055109-2

I. ①普… II. ①宋… III. ①普通物理学-高等学校-题解 IV. ①O4-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第268750号

责任编辑: 昌盛 王刚 / 责任校对: 张凤琴

责任印制: 霍兵 / 封面设计: 迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京中石油彩色印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2018年1月第一版 开本: 787×1092 1/16

2018年1月第一次印刷 印张: 15

字数: 356 000

定价: 45.00元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

# 前 言

本书是与普通高等教育“十一五”规划教材《普通物理教程》配套的习题详解。

本书根据《理工科类大学物理课程教学基本要求》，融汇近几年的教学成果，结合作者多年的教学实践经验编著，采用了全国科学技术名词审定委员会 1996 年公布的《物理学名词》和我国的法定计量单位。

全书保持了《普通物理教程》的写作思路与特点，力求做到：①基本概念、基本规律、基本方法的阐述准确、清晰；②求解问题过程思路清晰、逻辑严谨、推导细致；③注重分析问题、解决问题思路和方法的展示和示范；④文字简练、语言流畅，具有较强的可读性，适合普通高等学校在校学生自学。

全书共 29 章，包括《普通物理教程》各章习题与详细解答过程，供任课教师参考；也可用作普通高等学校非物理类理工科专业的习题课、讨论课教材，或供学生自学参考。

本书是集体智慧和辛勤劳动的结晶。宋庆功、郭松青负责全书的写作计划、编写细则、任务分工、全书统稿；郭艳蕊、周青军、杨雄负责部分编著和统稿工作。谭红革、张小娟、武爱青、康建海、朱文芳、杨广武等参加了部分章节的习题与解答编著，答案的核对、校对等工作；宋庆功、郭松青审稿定稿。

由于作者学识和教学经验的局限性，疏漏之处在所难免，恳请使用本书的读者批评指正。借此机会向在教学中使用本书的师生们表示衷心的感谢。

编著者

2017 年 5 月

# 目 录

前言

第 1 章 质点运动学	1
第 2 章 牛顿运动定律	12
第 3 章 动量与角动量	22
第 4 章 机械能	27
第 5 章 刚体与流体的运动	35
第 6 章 机械振动	49
第 7 章 机械波	64
第 8 章 几何光学基础	76
第 9 章 光的干涉	83
第 10 章 光的衍射	92
第 11 章 光的偏振	98
第 12 章 热力学基础	105
第 13 章 气体动理论	122
第 14 章 真空中的静电场	131
第 15 章 静电场与介质的相互作用	146
第 16 章 电流与电路基础	158
第 17 章 稳恒电流的磁场	166
第 18 章 磁场对电流的作用	176
第 19 章 磁场与磁介质的相互作用	186
第 20 章 电磁感应	194
第 21 章 电磁场 电磁波	202
第 22 章 相对论基础	207
第 23 章 光的量子性	214
第 24 章 原子的量子理论	220
第 25 章 激光及其应用	225
第 26 章 分子与固体 半导体	226
第 27 章 超导体及其应用	228
第 28 章 液晶及其应用	229
第 29 章 亚原子物理基础	230
参考文献	233

# 第 1 章 质点运动学

1.1 一个质点沿  $X$  轴运动, 其加速度  $a$  与位置坐标  $x$  的关系为  $a=2+6x^2$  (SI). 如果质点在原点处的速度为零, 试求其在任意位置处的速度.

解 本题属于第二类运动学问题. 由于质点做直线运动, 矢量的方向均可以用正负号表示. 已知加速度是位置坐标的函数, 故需要做变量代换. 根据加速度定义, 做变量替换有

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{v dv}{dx} \quad (1)$$

将上式改写为

$$a dx = v dv \quad (2)$$

根据初始条件  $t=0, x=0, v=0$ , 对式②两端做定积分, 有

$$\int_0^x a dx = \int_0^v v dv \quad (3)$$

积分结果为

$$\frac{1}{2} v^2 = \int_0^v (2 + 6x^2) dx = 2x + 2x^3 \quad (4)$$

整理得到

$$v = 2\sqrt{x + x^3}$$

1.2 一个质点在  $OXY$  平面内运动, 运动学方程为  $x = 3t, y = 2 - t^2$  (SI). (1) 写出质点运动轨道方程; (2) 求  $t = 2.0\text{s}$  时质点的位矢、速度和加速度.

解 (1) 已知运动学方程  $x = 3t, y = 2 - t^2$ , 将两方程联立, 消去时间坐标  $t$ , 可得到质点运动的轨道方程为

$$x^2 + 9y - 18 = 0 \quad (1)$$

(2) 在任意时刻, 质点的位矢为

$$\boldsymbol{r} = 3t\boldsymbol{i} + (2 - t^2)\boldsymbol{j} \quad (2)$$

由速度的定义, 经推导可求得质点在任意时刻的速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = 3\boldsymbol{i} - 2t\boldsymbol{j} \quad (3)$$

由加速度的定义, 经推导可求得质点在任意时刻的加速度为

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -2\boldsymbol{j} \quad (4)$$

当  $t = 2\text{ s}$  时, 质点的位矢、速度和加速度分别为

$$\boldsymbol{r}_1 = 6\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j} \text{ (m)}, \quad \boldsymbol{v}_1 = 3\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j} \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}, \quad \boldsymbol{a}_1 = -2\boldsymbol{j} \text{ (m} \cdot \text{s}^{-2}\text{)}$$

**1.3** 某质点沿直线运动, 其坐标  $x$  与  $t$  有如下关系:  $x = Ae^{-\beta t} \cos \omega t$  ( $A$ ,  $\beta$  和  $\omega$  皆为常量). 求: (1) 任意时刻质点的加速度; (2) 质点通过原点时刻  $t$  的值.

**解** (1) 因质点做直线运动, 加速度的定义为  $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ , 可得

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}(Ae^{-\beta t} \cos \omega t) = Ae^{-\beta t}(\beta^2 - \omega^2)\cos \omega t + 2A\beta\omega e^{-\beta t} \sin \omega t \quad (1)$$

(2) 质点坐标为零的时刻应满足

$$Ae^{-\beta t} \cos \omega t = 0 \quad (2)$$

由于  $Ae^{-\beta t} \neq 0$ , 所以有  $\cos \omega t = 0$ , 解得

$$\omega t = n\pi + \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

由式③解得

$$t = \frac{2n+1}{2\omega} \pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

**1.4** 一个质点做直线运动, 其加速度与速度、时间的关系为  $a = -kv^2 t$ , 式中  $k$  是常量. 当  $t = 0$  时, 初速度为  $v_0$ , 求  $v$  与  $t$  的函数关系.

**解** 由加速度的定义  $a = dv/dt$  可得

$$adt = -kv^2 t dt = dv \quad (1)$$

根据初始条件, 对式①分离变量, 再对其两端做定积分, 有

$$\int_0^t (-kt) dt = \int_{v_0}^v \frac{v}{v^2} dv \quad (2)$$



积分结果为

$$-\frac{1}{v} + \frac{1}{v_0} = -\frac{1}{2}kt^2 \quad (3)$$

整理得到

$$v = \frac{2v_0}{v_0kt^2 + 2}$$

1.5 一个质点从静止开始做直线运动. 开始时加速度为  $a_0$ , 此后加速度随时间均匀地增加. 经过时间  $\tau$  后, 加速度为  $2a_0$ ; 经过时间  $2\tau$  后, 加速度为  $3a_0$ ;  $\dots$ . 求经过时间  $n\tau$  后, 该质点的速度和走过的距离.

解 先找到加速度与时间变量的函数关系, 再由相关定义即可求解. 由题设条件, 加速度均匀增加,  $\frac{\Delta a}{\Delta t} = \frac{a - a_0}{t - 0} = k$ , 可得任意时刻加速度大小为

$$a = a_0 + kt \quad (1)$$

式中  $k$  为比例常量. 将已知条件代入式①有

$$2a_0 = a_0 + k\tau \quad (2)$$

求解式②可得

$$k = \frac{a_0}{\tau} \quad (3)$$

于是质点在任意时刻的加速度为

$$a = a_0 \left( 1 + \frac{t}{\tau} \right) \quad (4)$$

由加速度的定义可得  $a dt = dv$ , 即

$$a_0 \left( 1 + \frac{t}{\tau} \right) dt = dv \quad (5)$$

根据初始条件, 对式⑤两端做定积分有

$$\int_0^t a_0 \left( 1 + \frac{t}{\tau} \right) dt = \int_0^v dv \quad (6)$$

积分结果为

$$v = a_0 \left( t + \frac{1}{2\tau} t^2 \right) \quad (7)$$

由式(7)可得到经过时间  $n\tau$  后该质点的速度为

$$v_n = a_0 \left[ n\tau + \frac{1}{2\tau} (n\tau)^2 \right] = a_0 n\tau \left( 1 + \frac{n}{2} \right) \quad (8)$$

由速度的定义可得  $v dt = ds$ , 即

$$a_0 \left( t + \frac{t^2}{2\tau} \right) dt = ds \quad (9)$$

根据初始条件, 对式(9)两端做定积分有

$$\int_0^t a_0 \left( t + \frac{t^2}{2\tau} \right) dt = \int_0^S ds \quad (10)$$

积分结果为

$$S = a_0 \left( \frac{1}{2} t^2 + \frac{1}{6\tau} t^3 \right)$$

由上式可得到经过时间  $n\tau$  后, 该质点走过的距离为

$$S_n = a_0 \left[ \frac{1}{2} (n\tau)^2 + \frac{1}{6\tau} (n\tau)^3 \right] = \frac{a_0 n^2 \tau^2}{2} \left( 1 + \frac{n}{3} \right)$$

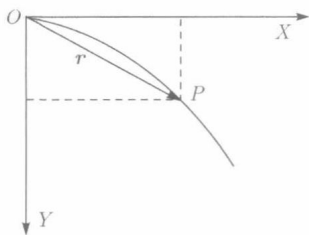


图 1-1 题 1.6 图

**1.6** 自高楼窗口以水平初速度  $v_0$  射出一发子弹. 取枪口为原点, 沿  $v_0$  为  $X$  轴, 竖直向下为  $Y$  轴, 并取发射时  $t=0$ . 试求:

(1) 子弹在任意时刻  $t$  的位置坐标及轨道方程; (2) 子弹在任意时刻  $t$  的速度, 切向加速度和法向加速度.

**解** (1) 由题设条件可知, 子弹在  $X$  轴方向做匀速直线运动, 在  $Y$  轴方向做自由落体运动. 设时刻  $t$  子弹运动到图 1-1 中的点  $P$ , 则点  $P$  的位置坐标分别为

$$x = v_0 t, \quad y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (1)$$

于是, 子弹在任意时刻的位矢和轨道方程分别为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = v_0 t\boldsymbol{i} + \frac{1}{2} g t^2 \boldsymbol{j} \quad (2)$$

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2 \quad (3)$$

(2) 由速度的定义可得子弹沿两个坐标轴方向的分速度为

$$v_x = v_0, \quad v_y = gt \quad (4)$$

于是, 在任意时刻  $t$ , 子弹的速度和速度大小分别为

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} = v_0 \mathbf{i} + gt \mathbf{j} \quad (5)$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2} \quad (6)$$

由切向加速度的定义可得

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\sqrt{v_0^2 + (gt)^2}) = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + (gt)^2}} \quad (7)$$

加速度的大小为

$$a = g \quad (8)$$

根据法向加速度与加速度和切向加速度的关系, 解得

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \frac{v_0 g}{\sqrt{v_0^2 + (gt)^2}}$$

**1.7** 一个人站在山坡上, 此山坡与水平面成  $\alpha$  角. 他抛出一个初速度为  $v_0$  的小石子,  $v_0$  与水平面成  $\theta$  角, 如图 1-2 所示. (1) 如果不计空气阻力, 试证明这个小石子在斜坡上的落点与抛出点的距离为

$$s = \frac{2v_0^2 \sin(\theta + \alpha) \cos\theta}{g \cos^2 \alpha}$$

(2) 由此证明: 对于给定的  $v_0$  和  $\alpha$  值,  $s$  在  $\theta = (\pi/4 - \alpha/2)$  时有最大值

$$s_{\max} = \frac{v_0^2 (1 + \sin \alpha)}{g \cos^2 \alpha}$$

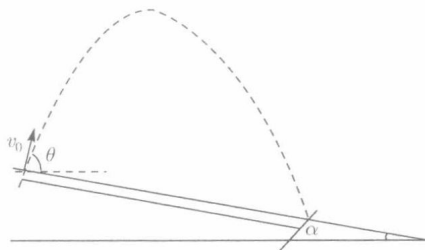


图 1-2 题 1.7 图

**证** (1) 建立平面直角坐标系如图 1-3 所示. 在  $X$  轴方向石子做速度为  $v_{0x} = v_0 \cos\theta$  的匀速直线运动, 在  $Y$  轴方向石子做初速度为  $v_{0y} = v_0 \sin\theta$  的抛体运动, 则可得石子运动中在任意时刻的位置坐标为

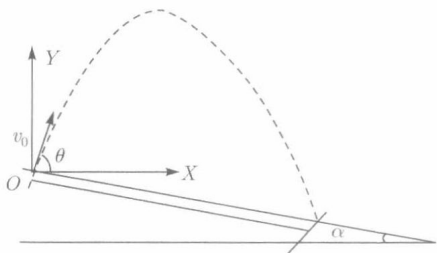


图 1-3 题 1.7 解图

$$x = v_0 \cos \theta t, \quad y = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (1)$$

设石子在斜面上的落地点到抛出点的距离为  $s$ , 则有

$$x = s \cos \alpha = v_0 \cos \theta t$$

$$y = -s \sin \alpha = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

联立式(1)和式(2), 消去时间变量  $t$  可得

$$s = \frac{2v_0^2 \sin(\theta + \alpha) \cos \theta}{g \cos^2 \alpha}$$

(2) 由数学知识可知, 石子在斜面上的落地点到抛出点的距离  $s$  最大时, 它关于  $\theta$  的一阶导数必为零, 则有

$$\frac{ds}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \left( \frac{2v_0^2 \sin(\theta + \alpha) \cos \theta}{g \cos^2 \alpha} \right) = \frac{2v_0^2 [\cos(\theta + \alpha) \cos \theta - \sin(\theta + \alpha) \sin \theta]}{g \cos^2 \alpha} = 0 \quad (3)$$

整理式(3)可得

$$\cos(\theta + \alpha) \cos \theta - \sin(\theta + \alpha) \sin \theta = \cos(2\theta + \alpha) = 0 \quad (4)$$

由式(4)可解得

$$\theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \quad (5)$$

则石子在斜面上的落地点到抛出点的最大距离为

$$s_{\max} = \frac{v_0^2 (1 + \sin \alpha)}{g \cos^2 \alpha}$$

**1.8** 一个质点在  $OXY$  平面内做曲线运动, 其加速度是时间的函数. 已知  $a_x=2$ ,  $a_y=36t^2$  (SI). 设质点在  $t=0$  时  $\mathbf{r}_0=0$ ,  $\mathbf{v}_0=0$ . 求: (1) 此质点的运动方程; (2) 此质点的轨道方程; (3) 此质点的切向加速度. (SI)

**解** (1) 由加速度的定义可得质点的速度在坐标轴方向的分量分别为

$$v_x = \int_0^t a_x dt = \int_0^t 2 dt = 2t, \quad v_y = \int_0^t a_y dt = \int_0^t 36t^2 dt = 12t^3 \quad (1)$$

由速度的定义和式①, 可得质点在任意时刻的位置坐标分别为

$$x = \int_0^t v_x dt = \int_0^t 2t dt = t^2, \quad y = \int_0^t v_y dt = \int_0^t 12t^3 dt = 3t^4 \quad ②$$

于是, 质点的运动学方程的矢量式为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = t^2\boldsymbol{i} + 3t^4\boldsymbol{j} \quad ③$$

(2) 将式②中的时间变量消除, 可得质点的轨道方程为

$$y = 3x^2 \quad ④$$

(3) 由式①求解速度的大小, 得到

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4t^2 + 144t^6} \quad ⑤$$

由切向加速度的定义可得

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\sqrt{4t^2 + 144t^6}) = \frac{2 + 216t^4}{\sqrt{1 + 36t^4}}$$

### 1.9 试计算地球自转时地面上各点的速度和加速度.

**解** 地球自转周期为  $T=24 \times 60 \times 60\text{s}$ . 根据角速度与周期的关系, 地球的自转角速度可以表示为

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 7.27 \times 10^{-5} (\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$$

设点  $P$  的纬度为  $\varphi$ , 在半径为  $R'$  且与赤道平面平行的平面内做圆周运动, 其速度和向心加速度分别为

$$v = \omega R' = \omega R \cos \varphi = 4.65 \times 10^2 \cos \varphi (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$$a_n = \omega^2 R' = \omega^2 R \cos \varphi = 3.37 \times 10^6 \cos \varphi (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$$

**1.10** 在高速旋转的微型电动机里, 有一个圆柱形转子可绕垂直其横截面通过中心的轴转动. 开始时它的角速度  $\omega_0 = 0$ , 经 300s 后, 其转速达到  $1800\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$ . 已知转子的角加速度  $\alpha$  与时间成正比. 问在这段时间内, 转子转过多少转?

**解** 已知转子的角加速度  $\alpha$  与时间成正比, 故有

$$\alpha = kt \quad ①$$

由角加速度的定义  $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$  可得

$$\alpha dt = ktdt = d\omega \quad (2)$$

根据初始条件, 对式②两端做定积分有

$$\int_0^t ktdt = \int_0^\omega d\omega \quad (3)$$

积分结果为

$$\omega = \frac{k}{2}t^2 \quad (4)$$

由角速度的定义  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  和式④可得

$$\omega dt = \frac{k}{2}t^2 dt = d\theta \quad (5)$$

根据初始条件, 对式⑤两端做定积分有

$$\int_0^t \frac{k}{2}t^2 dt = \int_0^{\Delta\theta} d\theta \quad (6)$$

积分结果为

$$\Delta\theta = \frac{k}{6}t^3 \quad (7)$$

将式④和式⑦联立求解, 并代入已知条件可得转子转过的转数为

$$\Delta\theta = \frac{1}{3}\omega t = \frac{1}{3} \times \frac{1800}{60} \times 300 = 3000 \text{ (r)}$$

**1.11** 一个质点沿半径为 0.1m 的圆周运动, 其角位置随时间  $t$  变化规律是  $\theta = 2 + 4t^2$ . 求在  $t = 2.0\text{s}$  时,  $a_n$  与  $a_\tau$  的大小.

**解** 本题属于运动学第一类问题, 直接用定义即可求解. 由角速度和角加速度的定义  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  和  $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ , 可得任意时刻的角速度和角加速度分别为

$$\omega = 8t, \quad \alpha = 8 \quad (1)$$

由线量与角量的关系可得质点任意时刻的加速度分量分别为

$$a_\tau = R\alpha = 8R, \quad a_n = R\omega^2 = 64Rt^2 \quad (2)$$

$t = 2.0\text{s}$ 时,  $a_\tau$  与  $a_n$  的大小分别为

$$a_\tau = 8R = 8 \times 0.1 = 0.8 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-2}\text{)}, \quad a_n = 64Rt^2 = 64 \times 0.1 \times 2^2 = 25.6 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-2}\text{)}$$

**1.12** 一个质点沿半径为  $R$  的圆周逆时针运动, 其路程  $s$  随时间  $t$  的变化规律为  $s = bt - ct^2/2$  (SI),  $b$ 、 $c$  均为正的常量. 问经过多长时间, 切向加速度与法向加速度的大小相等?

**解** 本题属于运动学第一类问题, 在自然坐标系内直接应用定义即可求解.

由速度大小的定义  $v = \frac{ds}{dt}$ , 可得质点在任意时刻的速度大小为

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt} \left( bt - \frac{c}{2}t^2 \right) = b - ct \quad (1)$$

由切向加速度和法向加速度的定义可得质点在任意时刻的加速度分量分别为

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = -c, \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(b - ct)^2}{R} \quad (2)$$

令切向加速度和法向加速度的大小相等, 则有

$$c = \frac{(b - ct)^2}{R} \quad (3)$$

求解式(3)可得到

$$t = \frac{b - \sqrt{cR}}{c}$$

**1.13** 一辆货车在行驶过程中, 遇到  $5\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  竖直下落的大雨. 紧靠挡板平放有长为  $l=1\text{m}$  的木板, 如图 1-4 所示. 如果木板上表面距挡板最高端的距离  $h=1\text{m}$ , 问货车应以多大的速度行驶, 才能使木板不致淋雨?

**解** 本题属于相对运动问题. 首先应确定研究对象和参考系, 然后分清三种运动, 再根据伽利略速度变换关系作出矢量三角形即可求解. 设地面为动系, 车为定系, 雨滴为研究对象. 由题意, 为使木板不致淋湿, 则雨滴对货车的速度的方向与地面的夹角  $\alpha$  必须满足

$$\alpha = \arctan \frac{h}{l} = 45^\circ \quad (1)$$

而在货车行驶时, 地面对车的速度  $v_{\text{地对车}}$  和雨滴对地面的速度  $v_{\text{雨对地}}$  以及  $v_{\text{雨对车}}$  三者的关系如图 1-5 所示.

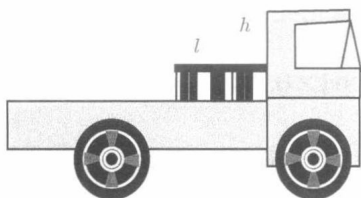


图 1-4 题 1.13 图

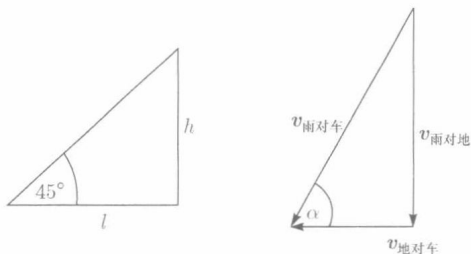


图 1-5 题 1.13 解图

因  $|v_{雨对地}| = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 所以

$$v_{车对地} = v_{雨对地} \cot \alpha = 5 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1}) \quad (2)$$

由计算可知  $v_{车对地}$  与  $v_{地对车}$  大小相等而方向相反, 故货车如以  $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  的速度行驶, 木板就不致淋雨了.

1.14 某人以  $4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  的速度向东前进时, 感觉风从正北吹来, 若速率增加一倍, 又觉得风从东北吹来. 试求风的速度.

解 本题属于相对运动问题. 首先应确定研究对象和参考系, 然后分清三种运动, 再根据伽利略速度变换关系作出矢量三角形即可求解.

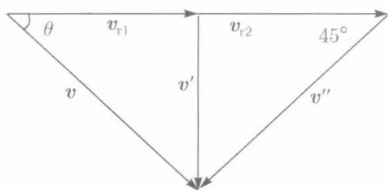


图 1-6 题 1.14 解图

设风为研究对象, 地面为静止参考系, 运动参考系是建立在运动的人身上的参考系. 风对地的运动为绝对运动, 其速度  $v$  为绝对速度; 风对人的运动为相对运动, 其速度  $v'$  为相对速度; 人对地的运动为牵连运动, 其速度  $v_r$  为牵连速度. 建立速度矢量三角形如图 1-6 所示.

由伽利略速度变换关系  $v = v' + v_r$ , 可知

$$v = v' + v_{r1} = v'' + v_{r2}$$

由矢量图可得

$$v \cos \theta = v_{r1} = v_{r2} - v'' \cos 45^\circ = 2v_{r1} - \frac{\sqrt{2}}{2} v'' \quad (1)$$

解式①得到

$$v \cos \theta = v_{r1} = \frac{\sqrt{2}}{2} v'' \quad (2)$$

同理



$$v \sin \theta = v' = v'' \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} v'' \quad (3)$$

又由题设  $v_{r1} = 4\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ，由式②可得到  $v'' = 4\sqrt{2}\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ 。对式②和式③联立求解可得风的速度大小为

$$v = \sqrt{v_{r1}^2 + v'^2} = v'' = 4\sqrt{2}\text{km} \cdot \text{h}^{-1} \quad (4)$$

风的方向满足

$$\tan \theta = \frac{v'}{v_{r1}} = 1 \quad (5)$$

求解式⑤得到

$$\theta = 45^\circ, \text{ 即正东南方向}$$