

COMPUTER VISION

Feature detection and Application

计算机视觉 特征检测及应用

刘红敏 王志衡 / 著

详细的算法讲解，充分的结果展示

系统介绍特征点、线、区域和规则几何图形检测的新方法

全面分析检测技术在图像对称性检测、新闻标题字幕检测和珠宝自动测量方面的应用实例

 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



COMPUTER VISION

Feature detection and Application

计算机视觉

特征检测及应用



刘红敏 王志衡 / 著

本书立足于计算机视觉特征检测这一基础技术问题，介绍了特征点、线和区域的检测方法，并给出具体的检测应用实例，旨在为相关技术人员提供特征检测及应用方面的最新研究进展，促进特征检测技术在社会经济生活领域的应用和发展。

本书内容分为两部分：特征检测方法和特征检测技术应用。在特征检测方法方面，第2章介绍特征点检测方法，第3~5章介绍特征线检测方法，第6章介绍斑状区域检测方法，第7~9章介绍规则形状（如多边形、三角形、圆和椭圆）检测方法。在特征检测技术应用方面，第10~11章介绍图像对称性检测技术，第12章介绍新闻图像中字幕检测方法，第13~14章介绍珠宝的自动定位与测量技术，第15章介绍手镯的检测和自动测量技术。

本书适合计算机视觉、图像处理和模式识别等研究、应用和开发领域的科技工作者和高等院校师生阅读，也可作为其他相关领域研究人员的参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

计算机视觉特征检测及应用/刘红敏，王志衡著. —北京：机械工业出版社，2018.10

ISBN 978-7-111-60973-5

I. ①计… II. ①刘… ②王… III. ①计算机视觉—研究 IV. ①TP302.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 218461 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：李馨馨 责任编辑：李馨馨

责任校对：张艳霞 责任印制：张 博

三河市国英印务有限公司印刷

2018 年 10 月第 1 版 · 第 1 次

169mm×239mm · 16.25 印张 · 309 千字

0001~3000 册

标准书号：ISBN 978-7-111-60973-5

定价：69.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线：(010) 88361066

机工官网：www.cmpbook.com

读者购书热线：(010) 68326294

机工官博：weibo.com/cmp1952

(010) 88379203

教育服务网：www.cmpedu.com

封面无防伪标均为盗版

金 书 网：www.golden-book.com

前　　言

计算机视觉和图像处理是当前热门的研究课题，相关技术以其简便、实用性强大的特点，在社会经济生活的各个领域得到广泛应用，且已渗透到人们生活的方方面面，如目前新型的手机指纹锁、人脸刷卡支付系统、停车场自动收费系统等。

图像的特征一般分为三大类：点特征、线特征和区域特征。图像局部特征在保留图像中物体重要特征信息的同时，有效减少了信息的数据量。因而特征检测是计算机视觉和图像处理的基础环节，特征检测算子的检测性能直接决定了后续图像处理与分析的效率和结果精度。本书针对计算机视觉的基础环节——特征检测，结合作者多年来的相关研究成果，系统介绍了特征点、线、区域和规则几何图形检测的新方法。在此基础上，给出特征检测技术在图像对称性检测、新闻标题字幕检测、珠宝自动定位与测量以及手镯尺寸自动检测等方面的应用实例。本书专注计算机视觉特征检测技术，提供了特征检测方面前沿性和实用性技术。

本书需要读者掌握计算机视觉和图像处理的基础知识，在阅读本书之前至少要对图像处理的概念和内容有基本了解，若读者对相关知识内容存在疑惑，可参考《数字图像处理》(Rafael C. Gonzalez) 等书籍。

本书由多年从事计算机视觉领域的科研工作者编写，书中的内容安排经过认真的讨论与审定。全书由刘红敏和王志衡共同撰写，其中刘红敏负责第1、5~15章，王志衡负责2、3、4章，全书由刘红敏统稿和整理。

本书的顺利出版，感谢河南理工大学计算机科学与技术学院的资助。感谢机械工业出版社李馨馨编辑的辛勤付出，他们对出版物追求完美、细致入微的专业态度给我留下深刻的印象。

由于作者水平有限，书中难免存在纰漏和谬误之处，请读者原谅，并提出宝贵意见。

刘红敏

2018年2月于河南焦作

目 录

前言

第1章 绪论	1
1.1 特征点检测方法	3
1.1.1 常见的特征点检测方法	3
1.1.2 尺度不变特征点检测	7
1.1.3 仿射不变特征点检测	9
1.2 特征线检测	10
1.2.1 Canny 边缘检测	10
1.2.2 规则图形检测	13
1.3 特征区域检测方法	14
1.3.1 最大稳定极值区域特征检测	14
1.3.2 仿射不变特征区域检测	15
第2章 基于局部方向分布的角点检测及亚像素定位	17
2.1 基于局部方向分布的角点检测	18
2.1.1 方向线及局部方向分布	18
2.1.2 局部方向描述子	19
2.1.3 角点检测	20
2.2 基于局部方向分布的角点定位	23
2.2.1 角点定位的基本原理	23
2.2.2 确定支撑像素	23
2.2.3 权重计算	24
2.2.4 梯度均衡与权重计算	25
2.2.5 虚假角点识别	26
2.3 算法概述	26
2.4 实验	26
2.4.1 角点检测	27
2.4.2 角点定位精度比较（模拟图像）	28
2.4.3 角点定位精度比较（真实图像）	28
2.5 本章小结	29



第3章 伪球滤波与边缘检测	31
3.1 捷物线和捷物线滤波器	32
3.1.1 捷物线	32
3.1.2 捷物线滤波器	33
3.1.3 离散捷物线滤波器	36
3.1.4 模拟实验	36
3.2 伪球和伪球滤波器	38
3.2.1 伪球	38
3.2.2 伪球滤波器	39
3.2.3 离散伪球滤波器	40
3.3 伪球的偏微分和伪球边缘检测算子	41
3.3.1 伪球滤波器的偏微分	41
3.3.2 基于伪球的边缘检测算子	43
3.3.3 模拟图像实验	43
3.3.4 真实图像实验	46
3.4 本章小结	48
第4章 内积能量与边缘检测	49
4.1 图像梯度与内积能量	50
4.1.1 图像梯度	50
4.1.2 内积能量的数学期望与方差	52
4.1.3 梯度幅值及其数学期望与方差	53
4.2 内积能量与图像梯度的性能比较	54
4.3 基于内积能量的边缘检测算子	57
4.3.1 边缘检测算子	57
4.3.2 真实图像的噪声实验	57
4.3.3 模拟实验（定量比较）	58
4.3.4 更多真实图像的实验结果	60
4.4 本章小结	61
第5章 基于缺席重要性的点线特征检测与匹配	63
5.1 均值缺席重要性的构造	65
5.2 标准差缺席重要性的构造	65
5.3 缺席重要性与图像结构的关系	66
5.4 基于缺席重要性的特征检测算法	67
5.4.1 基于缺席重要性的特征线检测	67



5.4.2 基于缺席重要性的特征点检测	70
5.5 本章小结	73
第6章 图像斑状特征位置与尺寸自动检测方法	75
6.1 斑状特征建模与极值能量函数构造	77
6.2 极值能量函数的极值特性分析	78
6.2.1 理论分析	78
6.2.2 直观分析	81
6.3 算法概述	83
6.4 实验结果	84
6.4.1 模拟图像实验	84
6.4.2 特征稳定性实验	87
6.4.3 真实图像实验	88
6.5 本章小结	89
第7章 基于基元表示的多边形检测方法	91
7.1 点基元提取	93
7.1.1 360°的局部方向描述子	93
7.1.2 基于描述子提取点基元	95
7.2 基元组合条件	95
7.3 多边形检测	97
7.3.1 三维基元提取与三角形检测	97
7.3.2 $n+1$ 维基元提取与 $n+1$ 边形检测	97
7.4 基于基元表示的多边形检测方法总结	98
7.5 实验结果	99
7.5.1 模拟图像实验	99
7.5.2 真实图像实验	100
7.6 本章小结	102
第8章 基于距离分布的规则几何图形检测方法	103
8.1 基本概念	104
8.1.1 点点距离和点线距离	104
8.1.2 点线距离分布	105
8.1.3 形状能量	106
8.2 候选图形检测	107
8.2.1 形状中心检测	107
8.2.2 形状半径检测	108



8.2.3 候选图形验证	108
8.3 形状检测	110
8.3.1 圆检测	110
8.3.2 多边形检测	110
8.4 算法总结	110
8.5 实验结果	112
8.5.1 模拟实验	112
8.5.2 真实实验	115
8.6 本章小结	117
第9章 基于几何特性的椭圆检测方法	119
9.1 椭圆中心定位	121
9.1.1 内积	121
9.1.2 内积对称性能量	121
9.1.3 内积一致性能量	122
9.1.4 中心定位和轮廓点提取	124
9.2 椭圆检测	124
9.2.1 椭圆焦点定位	124
9.2.2 椭圆参数确定	125
9.2.3 椭圆验证	125
9.3 算法总结与分析	125
9.3.1 算法总结	125
9.3.2 算法复杂度分析	127
9.4 实验结果	127
9.4.1 模拟实验	127
9.4.2 真实实验	128
9.5 扩展实验	131
9.6 本章小结	132
第10章 基于曲线匹配技术的图像对称性检测	133
10.1 图像对称性模型	134
10.2 基于 IOMSD 曲线匹配的反射对称性检测	136
10.2.1 基于 IOMSD 描述子确定对称曲线对	137
10.2.2 确定梯度对称点对	138
10.2.3 定位对称轴	138
10.3 基于 IOMSD 描述子的对称性检测实验结果	139

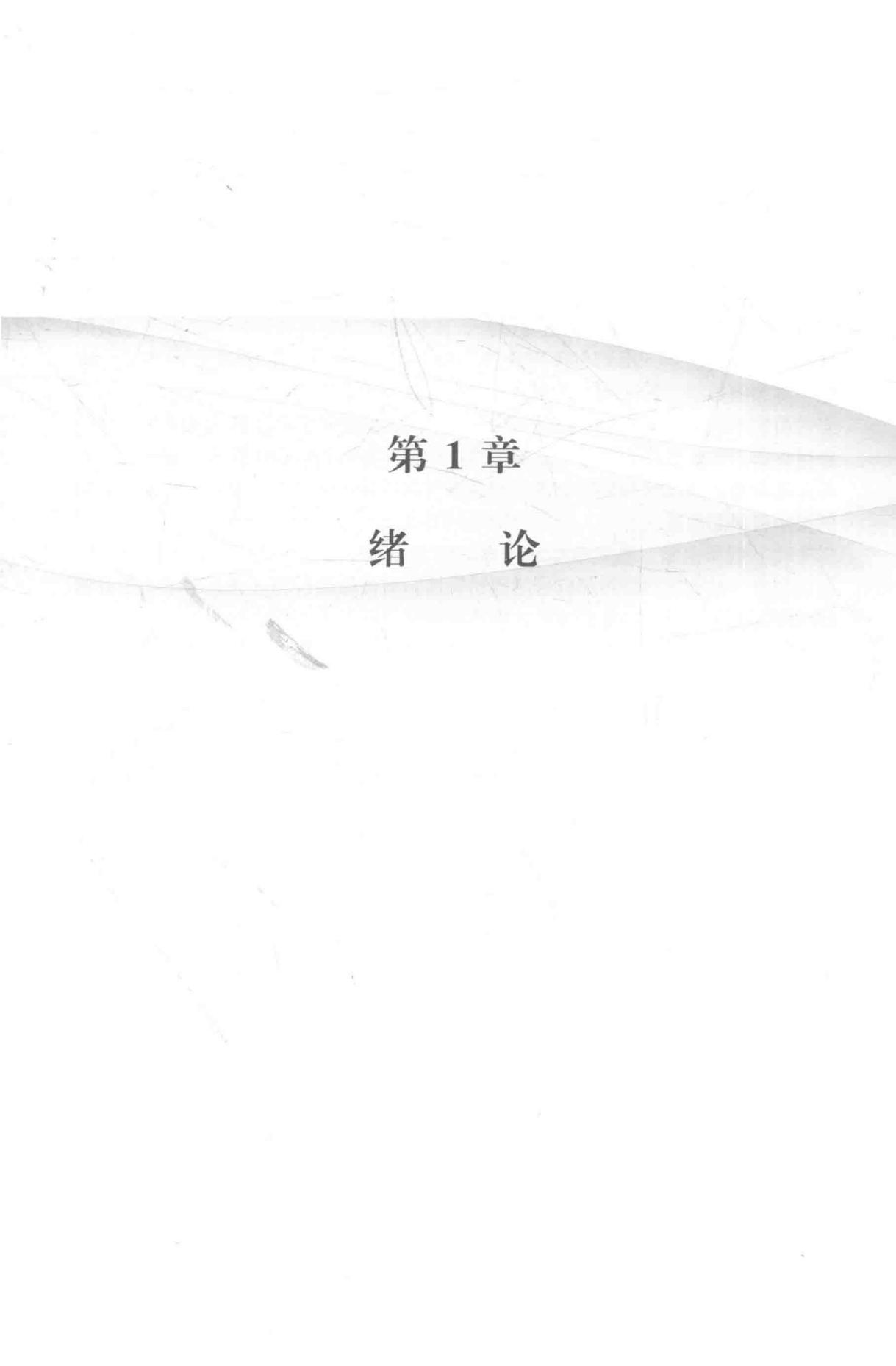


10.3.1 IOMSD 在镜面翻转实验中的应用	139
10.3.2 反射对称性检测	140
10.3.3 倒影图像反射对称性检测	144
10.4 基于改进 MSCD 的反射对称性检测	145
10.4.1 MSCD 描述子构造	146
10.4.2 MSCD 描述子改进	147
10.4.3 局部反射对称性检测	148
10.4.4 全局反射对称性检测	149
10.5 基于改进 MSCD 的对称性检测实验	150
10.5.1 改进 MSCD 描述子匹配实验	150
10.5.2 基于改进 MSCD 描述子进行反射对称性检测实验	151
10.6 本章小结	156
第 11 章 图像的旋转对称性特征检测	157
11.1 旋转对称能量特征的构造	159
11.2 旋转对称性检测	161
11.2.1 模拟图像实验	161
11.2.2 真实图像实验	164
11.3 图像修复中的应用	166
11.4 本章小结	167
第 12 章 新闻标题字幕自动检测技术	169
12.1 基于 MFSR 的新闻标题字幕定位方法	171
12.1.1 标题字幕特征分析及预处理	171
12.1.2 标题字幕区域定位	172
12.1.3 标题字幕区域定位算法伪代码	175
12.1.4 标题字幕区域过滤	175
12.2 字幕定位实验	176
12.2.1 图像集	177
12.2.2 参数选择	177
12.2.3 结果与分析	179
12.3 标题字幕文字行切分算法	182
12.3.1 预处理	183
12.3.2 单字符宽度确定	184
12.3.3 基于模板切分字符	185
12.3.4 算法伪代码	187

12.4 文字行切分实验	187
12.4.1 参数选择	188
12.4.2 结果与分析	189
12.5 本章小结	192
第 13 章 珠宝图像目标自动定位技术	193
13.1 常用目标定位方法	194
13.2 算法流程	196
13.3 目标主轴提取	197
13.3.1 获取待定位珠宝图像中目标的质心	197
13.3.2 提取不规则目标的主轴方向	198
13.3.3 目标主轴及第二主轴的长度计算	199
13.4 姿态优化	199
13.5 尺寸优化	200
13.6 实验	201
13.6.1 模拟图像实验	201
13.6.2 真实图像实验	205
13.7 本章小结	208
第 14 章 珠宝尺寸自动测量技术	209
14.1 相机模型	210
14.2 相机标定	212
14.2.1 标定原理	213
14.2.2 映射关系	213
14.3 珠宝图像中目标测量算法	214
14.3.1 算法流程	215
14.3.2 特征点提取	216
14.3.3 基于主成分分析的目标检测	216
14.3.5 基于单应矩阵的珠宝测量	219
14.4 实验	220
14.4.1 目标定位实验	220
14.4.2 珠宝尺寸测量实验	223
14.5 本章小结	230
第 15 章 手镯尺寸自动测量技术	231
15.1 手镯边缘提取	233
15.2 手镯内外径检测	235



15.2.1 特征能量函数	235
15.2.2 同心圆检测	237
15.3 手镯尺寸大小测量	237
15.4 实验结果	238
15.4.1 鲁棒性测试	238
15.4.2 真实图像实验结果	240
15.4.3 尺寸测量及误差	241
15.5 本章小结	243
参考文献	244



第1章

绪论



视觉是人类智能的重要组成部分，人类获取的信息 70%~80% 来自视觉。计算机视觉是信息科学领域具有挑战性的重要分支之一，其中心任务是通过对单幅或多幅二维图像进行分析计算来获得图像的内容信息。众所周知，计算机不认识图像，只认识数字。为了使计算机能够“理解”图像，从而具有类似于人的“视觉”，人们需要从图像中提取有用的数据或信息，得到图像的“非图像”表示或描述，如数值、符号或向量等。这一过程就是特征检测，而检测出的这些“非图像”的表示或描述就称之为特征。图像特征检测是计算机视觉中的重要问题和关键技术之一，也是各种视觉任务的基础环节，其目的是从图像中提取稳定、可靠的特征。图像特征检测在如下诸多领域有着极其重要的应用^[1-2]。

(1) 物体识别 物体识别是计算机视觉的基本内容和应用之一，其主要任务是将单一物体的目标图像与图像集合中的图像进行比较，找到与目标图像内容一致的图像，从而达到识别出目标的目的。该过程需要利用特征检测技术来提取图像中目标的信息。

(2) 视频跟踪 视频跟踪是计算机视觉的重要应用，其主要目的在于进行视觉监控或者通过自动跟踪目标的运动轨迹分析目标的行为。近几年来，随着匹配技术的发展，进行特征检测并在不同视频帧之间进行特征匹配已成为视频跟踪的主流方式之一。

(3) 遥感图像配准 随着新型遥感传感器的不断投入使用，多种航空和卫星遥感平台每天都会获得大量图像数据，利用计算机对这些遥感图像进行自动分析已成为世界各国的迫切需求。典型的应用有信息融合和变化检测，前者将不同传感平台的图像进行集成分析，利用这些互补信息获得准确的地球资料，来实现诸如分类、测量和识别等高层任务；后者对同一地区不同时刻获取的图像进行分析比较，来监控和检测目标场景的变化。在遥感图像处理中，无论是目标识别、变化检测还是几何配准等环节均需要首先检测图像中点、线和区域等特征。

(4) 三维重建 三维重建的任务是通过两幅或多幅不同视角下拍摄的图像来恢复场景的三维几何结构，其主要步骤由图像获取、特征检测、特征匹配、三维坐标恢复和三维显示等组成。显然，特征检测与定位是恢复图像三维结构信息的前提条件，特征检测的准确性将直接影响到三维重建的效果和精度。

(5) 图像检索 随着计算机技术、网络技术和数字图像设备的发展与普及，全世界的数字图像的容量正以惊人的速度增长，如何有效地对大规模图像数据库进行管理并快速检索出所需图像是目前一个相当重要又富有挑战性的研究课题。基于内容的图像检索技术正是为了解决这一问题应运而生的，并在近年来受到越来越多的关注，其在许多领域具有广泛的应用前景。本质上说，基于图像内容的



检索就是获取请求图像特征、查找与请求图像特征近似的图像的过程。

此外，特征检测自动工件检测、视频数据压缩、合成高分辨率图像、基于图像的建模和绘制、模式分类、图像拼接以及增强现实等应用中也具有重要的应用前景。可以说，特征检测是诸多计算机视觉应用和图像处理的共性核心问题。

图像特征主要包括点特征、线特征和区域特征，其历史可追溯到 20 世纪 70 年代，Moravec^[3]基于自相关函数提出了最早的角度检测算子，至 2004 年 Lowe 做出了里程碑式的成果，提出了高效的尺度不变特征变换（Scale Invariant Feature Transform，SIFT）^[4]。历经 30 多年的发展，图像特征已经发展得较为成熟。但由于图像成像机理条件多变和几何形变的复杂多样，不同应用对图像特征检测的具体要求也各不相同，还有许多问题需要进一步深入研究，如光照条件比较差情况下的特征检测、大视角变换时稳定特征的检测等。总之，图像特征的检测目前依旧是一个具有重大意义而又有挑战性的课题，本书正是在这种背景下对图像特征检测问题展开研究，主要研究图像中点、线、区域、规则图形（如多边形、圆和椭圆）等各种特征的鲁棒性及高精度提取，以及特征检测技术在图像对称性检测、新闻字幕提取和珠宝尺寸自动测量方面的应用。下面分别从特征点、特征线和特征区域三方面介绍特征检测方面的研究发展。

1.1 特征点检测方法

特征点是图像最基本的特征，又称兴趣点、关键点，它指的是图像灰度值发生剧烈变化的点或者在图像边缘上曲率较大的点（即两个边缘的交点）。特征点是图像特征的局部表达，对遮挡有一定的鲁棒性，且具有较好的辨识性，不同物体上的点容易区分。通常图像中可以检测到成百上千的特征点。通过特征点的匹配能够完成图像的匹配，识别出图像中的目标物体。

1.1.1 常见的特征点检测方法

1. Harris 与 Hessian 检测算子

Moraves^[3]第一个给出了特征点的检测算法，该算法是基于图像灰度自相关函数的，它使用一个邻域窗口在图像平面的四个方向（水平的正负方向和竖直的正负方向）上平移，计算原始窗口与平移窗口之间的灰度变化量。如果四个方向上的最小变化量大于某个设置的阈值，则将原始窗口中心的图像点作为特征点输出。Harris 检测算子^[5]在 Moraves 的基础上进行了数学简化，它使用图像的一阶差分来刻画图像灰度的自相关性，并利用一阶差分的自相关矩阵来避免平移操



作。Harris 的自相关矩阵定义如下：

$$\mathbf{H}(x, y) = \begin{bmatrix} \sum_{(x_i, y_i) \in \Omega} G_i \cdot \Delta_x^2(x_i, y_i) & \sum_{(x_i, y_i) \in \Omega} G_i \cdot \Delta_x(x_i, y_i) \cdot \Delta_y(x_i, y_i) \\ \sum_{(x_i, y_i) \in \Omega} G_i \cdot \Delta_x(x_i, y_i) \cdot \Delta_y(x_i, y_i) & \sum_{(x_i, y_i) \in \Omega} G_i \cdot \Delta_y^2(x_i, y_i) \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

式中， G_i 是高斯加权函数，即 $G_i = \frac{1}{2\pi\sigma_i} \exp\left(-\frac{(x_i-x)^2 + (y_i-y)^2}{2\sigma_i^2}\right)$ ，它表示距窗口中心越远的点对特征点的贡献越小； $\Delta_x(x_i, y_i)$ 和 $\Delta_y(x_i, y_i)$ 分别表示水平和竖直方向的差分：

$$\Delta_x(x_i, y_i) = f(x_i+1, y_i) - f(x_i-1, y_i) \quad (1-2)$$

$$\Delta_y(x_i, y_i) = f(x_i, y_i+1) - f(x_i, y_i-1) \quad (1-3)$$

Harris 指出，式 (1-1) 所定义的矩阵可以描述图像在窗口内的结构，如果矩阵的两个特征值较大且比较接近，则窗口中心点对应于一个角点；如果矩阵的两个特征值相差较大或者都比较小，则窗口中心点对应于一个边缘点或均匀区域（指具有相近灰度值的区域）内的点。为了计算方便，Harris 使用下述函数来检测特征点：

$$C(x, y) = \det(\mathbf{H}(x, y)) - k \text{tr}^2(\mathbf{H}(x, y)) \quad (1-4)$$

式中， \det 和 tr 分别表示方阵的行列式和迹； k 是常数，一般取 $0.04 \leq k \leq 0.06$ 。

当 C 是较大的正值时，窗口中心点是特征点；当 C 是较小的正值时，窗口中心点是边缘点；当 C 是负值时，窗口中心点是均匀区域点。Harris 检测算法就是根据上述原理来实现角点检测的，虽然 Harris 检测算法是为检测角点而设计的，但在实际应用中也能检测出在各个方向灰度变化都很剧烈的点，因此 Harris 检测算法所检测的角点通常也称为 Harris 特征点。

Hessian 矩阵具有同 Harris 矩阵相似的形式和特征点检测性质：

$$\mathbf{H}(x, y) = \begin{bmatrix} I_{xx}(x, y) & I_{xy}(x, y) \\ I_{yx}(x, y) & I_{yy}(x, y) \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

式中， $I_{xx}(x, y)$ 、 $I_{yy}(x, y)$ 、 $I_{xy}(x, y)$ 分别表示图像进行对应的二阶高斯滤波后点 (x, y) 处的值。相对于 Harris 矩阵，Hessian 矩阵检测出的特征点具有更高的定位精度，但同时二阶差分使得它对噪声的影响更加敏感。

2. CSS 检测算子

Mokhtarian 同时利用 Canny 边缘检测技术和曲率空间技术^[6]，通过在边缘上寻找曲率较大的极值点来检测角点的初始位置，然后通过多尺度跟踪定位角点的

准确位置，提出了著名的 CSS 角点检测算法（已被 MPEG-7 采用）。

将边缘近似看作一条曲线，设曲线的参数方程为 $\Gamma(u, \sigma) = (x(u, \sigma), y(u, \sigma))$ ，则曲线 Γ 上任意一点处的曲线曲率定义为：

$$k(u, \sigma) = \frac{x_u(u, \sigma)y_{uu}(u, \sigma) - x_{uu}(u, \sigma)y_u(u, \sigma)}{(x_u^2(u, \sigma) + y_u^2(u, \sigma))^{3/2}} \quad (1-6)$$

其中，

$$x_u(u, \sigma) = x(u) \otimes g_u(u, \sigma), \quad x_{uu}(u, \sigma) = x(u) \otimes g_{uu}(u, \sigma)$$

$$y_u(u, \sigma) = y(u) \otimes g_u(u, \sigma), \quad y_{uu}(u, \sigma) = y(u) \otimes g_{uu}(u, \sigma)$$

在曲线上，变化平缓的普通边缘点处的曲率 $k(u, \sigma)$ 的值一般比较小，而在角点位置处，曲率 $k(u, \sigma)$ 有着较大的值并能达到局部极大值。因此，通过在边缘上计算并寻找曲率达到局部极大值的点能够达到检测角点的目的。CSS 角点检测算子的具体步骤如下：

- 1) 利用 Canny 边缘检测算子进行边缘检测。
- 2) 重新连接所得边缘中的间断部分，识别并标记其中的 T 形角点。
- 3) 利用曲线曲率极大值在边缘图像上进行角点检测。
- 4) 进行从粗到细的多尺度跟踪来重新精确定位角点。
- 5) 比较合并步骤 2)、3) 获得的位置足够接近的角点。

3. LoG 与 DoG 检测算子

高斯拉普拉斯 (Laplacian of Gaussian, LoG) 算子是二阶微分算子，实际上它等价于首先利用高斯函数对图像进行平滑，然后对图像进行二阶差分运算，其连续函数的数学表达式为：

$$\nabla^2 G_\sigma(x, y) = \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} = \frac{1}{\pi\sigma^4} \left(\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} - 1 \right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1-7)$$

通过对上式进行离散采样，即可获得 LoG 模板。LoG 算子在中心附近的值为正数，而模板边缘处的值为负值，直观上可以看作一个区域内环和外环的差异响应，LoG 的这种性质与图像中局部块状 (Blob) 点的结构相一致，因此，LoG 能够有效地检测出图像中的 Blob 结构。

在尺度空间中，为达到尺度不变性，Lindeberg 提出了尺度正则化的 LoG 算子： $\sigma^2 \nabla^2 G^{[7]}$ ，Mikolajczyk 指出在众多的特征点检测方法中， $\sigma^2 \nabla^2 G$ 能够提供最为稳定的特征点^[8]。由于高斯函数关于尺度 σ 的偏导数：

$$\frac{\partial G_\sigma(x, y)}{\partial \sigma} = \frac{1}{\pi\sigma^3} \left(\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} - 1 \right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) = \sigma \nabla^2 G_\sigma(x, y) \quad (1-8)$$

是 LoG 算子的 σ 倍，它们仅相差一个常数因子，因此它们具有完全相同的特征



点检测性能。又有：

$$\sigma \nabla^2 G = \frac{\partial G}{\partial \sigma} \approx \frac{G(x, y, k\sigma) - G(x, y, \sigma)}{k\sigma - \sigma} \quad (1-9)$$

即

$$G(x, y, k\sigma) - G(x, y, \sigma) = (k-1)\sigma^2 \nabla^2 G \quad (1-10)$$

因此，在尺度空间中 $\sigma^2 \nabla^2 G$ 能够利用高斯的差分来近似，Lowe 将这种高斯差分算子称为 DoG (Difference of Gaussian) 算子，相对于 LoG 算子，DoG 算子具有更高的计算效率。

4. SUSAN 检测算子

与常见算子有着完全不同的工作原理，Smith 和 Brady^[9]提出了最小核值相似区 (Smallest Univalue Segment Assimilating Nucleus, SUSAN)。其基本工作原理是：对于图像中的任意一点 (x_0, y_0) ，选定在以它为中心的一个圆形邻域窗口，该邻域窗口内亮度与中心点相同或者相近的像素组成的区域称为 USAN 区域，USAN 区域的大小用以下两式进行计算：

$$C(x, y) = \begin{cases} 1, & |I(x, y) - I(x_0, y_0)| \leq t \\ 0, & |I(x, y) - I(x_0, y_0)| > t \end{cases} \quad (1-11)$$

$$\text{USAN}(x_0, y_0) = \sum_{(x, y) \neq (x_0, y_0)} C(x, y) \quad (1-12)$$

式中， $I(x, y)$ 表示点 (x, y) 处的灰度值； t 为设定的阈值。将 USAN 区域大小与一个给定阈值 g (一般取窗口面积的一半) 进行比较，可得到一个响应函数：

$$R(x_0, y_0) = \begin{cases} g - \text{USAN}(x_0, y_0), & \text{USAN}(x_0, y_0) < g \\ 0, & \text{USAN}(x_0, y_0) \geq g \end{cases} \quad (1-13)$$

对于图像中平滑区域位置处的点，其利用式 (1-11) 和式 (1-12) 计算所得的 USAN 值一般接近其窗口内像素点的个数，于是利用式 (1-13) 得到的响应值一般为 0；对于图像中边缘两侧的点，其 USAN 值一般接近其窗口面积的 $1/2$ ，其最终得到的响应值很小；而位于角点附近的点由于 USAN 值通常小于窗口面积的一半，因此最终将获得较大的响应。实际应用中，利用式 (1-11) 比较两个点的灰度值是否相似对参数 t 的选择比较敏感，为克服这种问题，一般使用如下函数代替式 (1-11) 来计算两个像素点之间的灰度相似度：

$$C(x, y) = \exp \left\{ - \left(\frac{|I(x, y) - I(x_0, y_0)|}{t} \right)^6 \right\} \quad (1-14)$$