

高等学校教材

电路理论

——高级篇

颜秋容

高等教育出版社

非外借

电路理论

——高级篇

颜秋容

高等教育出版社·北京

内容简介

本套教材分为《电路理论——基础篇》和《电路理论——高级篇》。

《电路理论——基础篇》共 13 章,包含:电路模型与基本定律,电阻电路等效变换,电路分析方程,电路定理,含运算放大器的电路,非线性电阻电路,电容、电感及动态电路,一阶电路的暂态分析,二阶电路的暂态分析,正弦稳态分析,正弦稳态电路的功率,三相正弦稳态电路,含磁耦合的电路。

《电路理论——高级篇》共 8 章,包含:正弦稳态电路的频率响应、周期性非正弦稳态电路、二端口网络、暂态过程的复频域分析法、暂态过程的状态变量分析法、电路的计算机辅助分析基础、均匀传输线的正弦稳态分析、均匀传输线的暂态分析。

本套教材主要面向电气、电子、信息、自动化等工程专业教育,将基础理论、思维方法与工程应用三者结合。适合于讨论式、翻转课堂和传统课堂教学模式。全书有 270 道例题,285 道紧随例题的目标检测题,588 道按节内容综合运用的习题,116 道按章内容综合运用的检测题,48 个拓展与应用问题。采用提出问题、展开分析、归纳总结、例题应用、目标检测、综合检测、工程应用的教学思路,对知识合理分层,既不失去其逻辑性与完整性,又便于根据不同层次的对象选取教学内容。

本书特别适合作为高等学校电路理论课程教材,也非常适合自学,还是高校教师、相关工程技术人员不错的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

电路理论. 高级篇/颜秋容主编. --北京:高等教育出版社, 2018. 9

ISBN 978-7-04-050594-8

I. ①电… II. ①颜… III. ①电路理论-高等学校-教材 IV. ①TM13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 207686 号

策划编辑 王勇莉
插图绘制 杜晓丹

责任编辑 王勇莉
责任校对 吕红颖

封面设计 李卫青
责任印制 韩 刚

版式设计 马敬茹

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 天津文林印务有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 19
字 数 460 千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
<http://www.hepmall.cn>
版 次 2018 年 9 月第 1 版
印 次 2018 年 9 月第 1 次印刷
定 价 38.10 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 50594-00

前 言

电路理论是电气、电子、信息、自动化类工程专业重要的基础理论。工程技术人才的专业素养主要体现于学习能力、思维能力、解决工程问题的能力。本套教材主要面向电气、电子、信息、自动化等工程专业教育,将基础理论、思维方法、工程应用三者结合。便于开展讨论式教学、翻转课堂教学,有利于建构系统的理论体系、形成科学的思维方法、培养解决复杂工程问题的能力。

1. 特色

- 先有全局,再看细节。每章的第1节为概述,承上启下,提出新问题,分析问题的背景,明确学习目标,指出学习难点。
- 内容论述兼顾思维方法和知识掌握效率。对知识合理分层,既不失逻辑性与完整性,又便于根据不同层次的对象选取内容。用恰当的逻辑主线,章内按三级标题分层次展开与引申。
 - 用色彩、边框突出重点和不能忽视的细节。
 - 用花边框总结概念、归纳方法。
 - 用逻辑主线引导思维。
 - 用归纳和总结提升知识掌握效果。
 - 用步骤化方式降低学习难度。
- 对学习效果进行层次化检测。全书贯彻“提出问题、展开分析、归纳总结、例题应用、目标检测、综合检测、工程应用”的教学思路。
 - 知识点由问题引出,知识应用由例题示范,紧随例题的目标检测题(附答案)起着模仿知识运用的作用。
 - 习题分为按节内容综合运用与按章内容综合检测。本套教材共有270道例题、285道目标检测题、588道按节内容综合运用习题、116道按章内容综合检测习题、48个拓展与应用问题。
 - 许多例题与习题设计成多问形式,用逐步追问的方式引导分析复杂问题,并培养结果正确性自我验证习惯。
 - 知识运用由模仿例题开始,由按节内容综合运用习题加深理解,由按章内容综合检测习题训练灵活运用,由拓展与应用问题引导创新。
- 满足工程专业培养目标中解决复杂工程问题能力培养的要求。每章末有1~7个拓展与应用问题,内容贴近工程实际、题材广泛。从最简单的安全用电,到复杂的脉冲反射法电缆故障测距原理。一些拓展与应用问题来自于作者的科学研究项目,它们既能展示电路理论的应用,又能体现解决工程问题的方法。
- 特别针对讨论式、翻转课堂教学模式。讨论式教学、翻转课堂教学,是把课堂变为对学生

自主学习效果检验的场所,它有效地将学习主动权转移到学生。此时,建构知识体系、提升思维能力的任务必须由教材来承担。本套教材力求用符合逻辑的知识分层与分步、恰当的总结与归纳、递进式的效果检测、引导式的综合运用来配合教学方法改革,消除因知识碎片化、学习方式零散化导致的知识掌握不系统、综合运用不足、逻辑思维能力提升不够等隐忧。从精品课程建设、到精品资源共享课程建设,再到 MOOC 建设,这些改革的重点是教学方式与手段,虽然知识的呈现形式变得丰富多样,但经过多年各类教学资源的建设与使用,作者还是认为教材是知识的核心载体,具有不可替代的地位。教材是串起碎片化知识与零散化学习方式的主线,教学视频和课件等是围绕主线的辅助手段。掌握理论知识、培养思维方式、学习工程问题解决方法三者结合则是教学的目标。

➤ 用简单、直接的方式,将常用的数学知识融入与之相关的内容中。对线性代数方程组求解、一阶和二阶微分方程求解、三角函数运算、傅里叶级数、拉普拉斯变换等数学知识,从应用的角度进行论述,不仅为不具备或没有掌握好这些知识的读者提供方便,也会逐渐提高读者用数学语言严密阐述工程问题的意识和能力。

2. 内容体系

➤ 本套教材分为《电路理论——基础篇》和《电路理论——高级篇》,基础篇可以单独使用。具体内容如下表。

《电路理论——基础篇》	电阻电路	第 1 章 电路模型与基本定律 第 2 章 电阻电路等效变换 第 3 章 电路分析方程 第 4 章 电路定理 第 5 章 含运算放大器的电路 第 6 章 非线性电阻电路
	暂态电路	第 7 章 电容、电感及动态电路 第 8 章 一阶电路的暂态分析 第 9 章 二阶电路的暂态分析
	正弦稳态电路	第 10 章 正弦稳态分析 第 11 章 正弦稳态电路的功率 第 12 章 三相正弦稳态电路 第 13 章 含磁耦合的电路
《电路理论——高级篇》	复杂电路	第 14 章 正弦稳态电路的频率响应 第 15 章 周期性非正弦稳态电路 第 16 章 二端口网络 第 17 章 暂态过程的复频域分析法 第 18 章 暂态过程的状态变量分析法 第 19 章 电路的计算机辅助分析基础
	分布参数电路	第 20 章 均匀传输线的正弦稳态分析 第 21 章 均匀传输线的暂态分析

► 每章以“概述”开始,以“拓展与应用”结束。拓展意指基于本章内容的拓展学习,应用则指知识的工程应用,具有综合性。少量打*号的内容有一定的难度,它们能对优秀学生起引导作用,与后续内容没有太紧密的联系,可以取舍。

► 对相关内容设计逻辑主线。例如:

- 设计从串并联、到桥式电路对称、再到桥式电路平衡、最后到星-三角变换的从简单到复杂的逻辑主线,不断提出问题又解决问题,兼顾学习兴趣、思维方法与学习效率。
- 用含耦合电感电路的分析方法为主线,将电压-电流关系运用、映射阻抗、去耦等效串起来,三种方法用于同一例题,将这些知识有机地联系在一起。
- 在讨论特勒根定理与互易定理时,设计从功率守恒、到似功率守恒、再到线性电阻二端口网络的似功率守恒的从一般到特殊的逻辑主线,使得理解与应用互易定理较为容易。

► 在第1章阐明非线性元件的概念,第6章介绍非线性电阻电路的分析方法。因此去掉第6章的内容,不影响对非线性元件概念的建立与认识,包括分析含理想二极管的电路。

► 图论的概念与运用集中在第19章。去掉第19章内容不会对其他内容的学习带来影响。19.1节至19.3节是比较容易理解的基础内容,学习该章其他节的内容则要具备较好的电路理论和数学基础。学习第19章时,可以组织学习小组开展电路分析程序设计。

► 将冲激响应的概念与冲激响应的计算方法分离。建立冲激响应的概念是必需的,用时域方法计算冲激响应则可以取舍。如果对冲激响应只要求有概念,则可舍去7.5节中“跳变换路”部分、关于冲激响应计算的8.7节和9.6节。

3. 预备知识

► 《电路理论——基础篇》以微积分、电磁学为基础,涉及的数学知识包括:微分与积分计算、线性微分方程求解、线性代数方程组求解、复数及三角函数运算、矩阵与行列式的概念。相关的电磁学知识包括:麦克斯韦尔方程,电荷、电压、电流、电场、磁场等概念。

► 《电路理论——高级篇》除了上述数学和物理基础外,需要完整地学习了《电路理论——基础篇》,还需要积分变换、偏微分方程的知识,最好还掌握了计算机程序设计基础。

4. 使用方法

本套教材能满足多种层次的教学要求,内容选取建议如下表。“拓展与应用”的知识综合度较高,可以灵活掌握。舍去7.5节可以降低暂态分析的起点和难度。

层次	适用对象	参考学时	建议教学内容
基础	非电类专业	40~60学时	内容:1—13章,不包含打*的内容。 1.2.4、3.6、4.7、4.8、第6章、7.5、8.7、9.6、9.7、10.6、11.6等内容可取舍。 舍去以上内容后,第5章、8.5、9.4、10.5.6等内容还可取舍。
中级	电子、信息与自动化专业	60~90学时	内容:1—16章。 3.6、4.7、4.8、7.5、8.6、8.7、9.6、9.7、10.5.4、10.6、13.6.3、14.3.4、14.4、15.5等内容可取舍。
高级	电气专业	90~110学时	内容:1—21章。 19.4.3、19.4.4、19.4.5、19.5、19.6、21.3.2等内容可取舍。

5. 致谢

大连理工大学陈希有教授全面审读了书稿,提出了许多宝贵意见,陈希有教授严谨的治学态度与很高的专业水准给我留下深刻印象。写作过程中,与电磁场理论和变压器相关问题,得到过华中科技大学陈德智教授、周理兵教授颇有意义的启发。在三十多年的教学生涯中,电路理论教学楷模、老前辈陈崇源教授给予过颇多指点。与我共同承担电路理论教学与教改的同事谭丹、曹娟、袁芳、李妍、石晶,对电路理论教学内容与方法提出过诸多宝贵意见。谨在此向各位表示衷心感谢!

本书不妥与错误之处,恳请读者批评指正。联系方式:yan_qiurong@sina.com。

颜秋容

2017年4月于华中科技大学

目 录

第 14 章 正弦稳态电路的频率响应	1	17.2 拉普拉斯变换	123
14.1 概述	1	17.3 复频域分析法	135
14.2 传递函数与频率响应	3	17.4 传递函数	143
14.3 谐振电路	6	17.5 拓展与应用	149
14.4 滤波器	21	习题 17	151
14.5 拓展与应用	35	第 18 章 暂态过程的状态变量	
习题 14	38	分析法	156
第 15 章 周期性非正弦稳态电路	43	18.1 概述	156
15.1 概述	43	18.2 状态变量	157
15.2 周期函数的傅里叶级数与		18.3 状态方程	158
频谱	44	18.4 状态方程的复频域解法	163
15.3 对称性对傅里叶级数的		18.5 拓展与应用	166
影响	50	习题 18	169
15.4 周期性非正弦稳态电路		第 19 章 电路的计算机辅助分析	
分析	55	基础	172
* 15.5 对称三相非正弦稳态电路	67	19.1 概述	172
15.6 拓展与应用	75	19.2 电路的拓扑结构	173
习题 15	78	19.3 拓扑结构的矩阵表示	176
第 16 章 二端口网络	82	19.4 稳态电路分析模型	186
16.1 概述	82	* 19.5 暂态过程分析模型	197
16.2 二端口网络的端口特性		* 19.6 灵敏度分析模型	199
方程	83	19.7 拓展与应用	209
16.3 二端口网络的参数	88	习题 19	217
16.4 二端口网络的电路模型	108	第 20 章 均匀传输线的正弦稳态	
16.5 二端口网络的相互连接	111	分析	223
16.6 拓展与应用	115	20.1 概述	223
习题 16	117	20.2 均匀传输线	223
第 17 章 暂态过程的复频域分析法	123	20.3 均匀传输线的正弦稳态响应	227
17.1 概述	123	20.4 传播特性	235

20.5 电压和电流有效值分布规律	246	21.1 概述	260
20.6 无损耗均匀传输线	249	21.2 无损耗线方程的复频域解	260
20.7 正弦稳态均匀传输线的电路模型	254	21.3 无损耗线上的发出波	266
20.8 拓展与应用	256	21.4 无损耗线上的反射与透射	274
习题 20	257	21.5 拓展与应用	287
第 21 章 均匀传输线的暂态分析	260	习题 21	290
		主要参考文献	293

正弦稳态电路的频率响应

14.1 概述

电感、电容的阻抗与电源频率相关,因而正弦稳态电路的电压、电流会随电源频率的改变而改变。对于正弦稳态响应随电源频率改变这一现象,需要考虑如下三个问题。

1. 电源频率如何影响正弦稳态电路的响应?
2. 用什么手段来描述电源频率对正弦稳态响应的影响?
3. 分析电源频率对正弦稳态响应的影响有何意义?

图 14-1-1 所示正弦稳态电路中,输出电压相量 $\dot{U}_o$ 为

$$\dot{U}_o(\omega) = \frac{-j\frac{1}{\omega C}}{R - j\frac{1}{\omega C}} \times \dot{U}_s(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega CR} \times \dot{U}_s(\omega) \quad (14-1-1)$$

若 $\dot{U}_s(\omega) = U_s \angle \phi_s$, 则

$$\dot{U}_o(\omega) = \frac{U_s}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} \angle [\phi_s - \arctan(\omega CR)] \quad (14-1-2)$$

式(14-1-2)表明:电源的有效值 U_s 和初相位 ϕ_s 不变,输出电压的有效值

$$U_o(\omega) = \frac{U_s}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}}$$

和初相位

$$\phi_o(\omega) = \phi_s - \arctan(\omega CR)$$

均随角频率 ω 而改变。 $\omega \rightarrow 0$ 时, $U_o(\omega) \rightarrow U_s$, $\phi_o(\omega) \rightarrow \phi_s$; 而 $\omega \rightarrow \infty$ 时, $U_o(\omega) \rightarrow 0$, $\phi_o(\omega) \rightarrow \phi_s - 90^\circ$ 。

正弦稳态电路的频率响应
是指正弦稳态电路的行为随电源频率的变化规律。

我们已看到了图 14-1-1 所示电路中电源角频率对输出电压的影响,用什么方法来描述这种影响呢? 将式(14-1-1)写成

$$\frac{\dot{U}_o(\omega)}{\dot{U}_s(\omega)} = \frac{-j\frac{1}{\omega C}}{R-j\frac{1}{\omega C}} = \frac{1}{1+j\omega CR} = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}} \angle [-\arctan(\omega CR)]$$

(14-1-3)

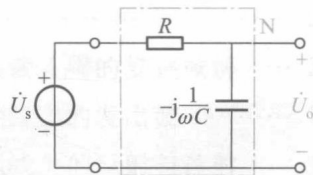


图 14-1-1 单输入、单输出网络

式中, $\frac{1}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}} = \frac{U_o(\omega)}{U_s}$ 反映输出电压和电源电压有效值之比随

角频率的变化, $-\arctan(\omega CR)$ 反映输出电压和电源电压初相位之差随角频率的变化。称 $H(\omega) =$

$\frac{\dot{U}_o(\omega)}{\dot{U}_s(\omega)}$ 为传递函数, $|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}}$ 为幅频响应, $\angle H(\omega) = -\arctan(\omega CR)$ 为相频响应。用

幅频响应和相频响应来描述电路的频率响应。

正弦稳态电路频率响应的描述方法

用输出相量和输入相量之比值来描述。

比值的模反映输出正弦量幅值随输入量频率的变化规律。

比值的相位反映输出正弦量初相随输入量频率的变化规律。

在通信、电子、控制等领域,研究电路的频率响应是非常有意义的。例如:对滤波器的频率响应进行分析,可以知道什么频率范围的信号可以通过滤波器。图 14-1-1 所示电路中,如果电压源是由多个正弦电压叠加而成,即

$$u_s = \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2} U_{sk} \cos(k\omega t + \phi_{sk}) \quad (14-1-4)$$

将 u_s 视为无穷多个频率不同的正弦电压源串联,用叠加定理来计算 u_o 。 $\sqrt{2} U_{sk} \cos(k\omega t + \phi_{sk})$ 单独作用时,依据式(14-1-3),有

$$\frac{U_{ok}}{U_{sk}} = |H(k\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(k\omega CR)^2}} \quad (14-1-5)$$

可知: k 越大, $\frac{U_{ok}}{U_{sk}}$ 越小; $k \rightarrow \infty$ 时, $\frac{U_{ok}}{U_{sk}} \rightarrow 0$ 。这表明图 14-1-1 所示电路对 u_s 中的低频部分幅值衰减率小,而对高频部分幅值衰减率大。我们说该电路通低频、阻高频,称为低通滤波器。

本章首先介绍传递函数,学会用传递函数来描述频率响应;然后详细分析 RLC 谐振电路的频率响应;最后讨论滤波器。

目标 1 理解频率响应的意义,学会用传递函数分析电路的频率响应。

目标 2 理解谐振现象及其特点。

目标 3 理解滤波的含义,掌握滤波器的基本参数,学会简单滤波器设计。

难点 理解什么是频率响应,如何描述电路的频率响应,如何应用频率响应。

14.2 传递函数与频率响应

14.2.1 传递函数

前面分析已知,图 14-1-1 所示电路的频率响应由式(14-1-3)来描述,式(14-1-3)被称为传递函数(transfer function),或称为网络函数(network function)。图 14-2-1 所示正弦稳态下的线性非时变电路,一个端口加激励相量 $\dot{X}(\omega)$,在另一个端口产生响应相量 $\dot{Y}(\omega)$,传递函数定义为

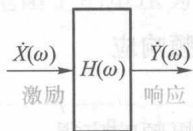


图 14-2-1 线性非时变正弦稳态电路

$$H(\omega) = \frac{\dot{Y}(\omega)}{\dot{X}(\omega)} \quad (14-2-1)$$

由于激励相量 $\dot{X}(\omega)$ 可以是电压源或电流源,响应相量 $\dot{Y}(\omega)$ 可以是端口电压或电流,传递函数有以下 4 种类型:

电压增益 $H(\omega) = \frac{\dot{U}_o(\omega)}{\dot{U}_i(\omega)}$ (激励为电压源,响应为电压)

电流增益 $H(\omega) = \frac{\dot{I}_o(\omega)}{\dot{I}_i(\omega)}$ (激励为电流源,响应为电流)

转移阻抗 $H(\omega) = \frac{\dot{U}_o(\omega)}{\dot{I}_i(\omega)}$ (激励为电流源,响应为电压)

转移导纳 $H(\omega) = \frac{\dot{I}_o(\omega)}{\dot{U}_i(\omega)}$ (激励为电压源,响应为电流)

正弦稳态电路的传递函数 $H(\omega)$

是正弦稳态响应相量 $\dot{Y}(\omega)$ 和激励相量 $\dot{X}(\omega)$ 之比。

$$H(\omega) = \frac{\dot{Y}(\omega)}{\dot{X}(\omega)}$$

14.2.2 频率响应

正弦稳态电路中,响应随激励角频率的变化规律,称为频率响应(frequency response),用传递函数 $H(\omega)$ 来描述。通常将 $H(\omega)$ 写成极坐标形式,即

$$H(\omega) = |H(\omega)| \angle \varphi(\omega) \quad (14-2-2)$$

$|H(\omega)|$ 表征响应幅值随激励角频率的变化规律,称为幅频响应(amplitude response); $\varphi(\omega)$ 表征响应相位随激励角频率的变化规律,称为相频响应(phase response)。

图 14-2-2(a) 所示正弦稳态电路, $\dot{U}_s$ 为激励, $\dot{U}_c$ 为响应,传递函数为

$$H_c(\omega) = \frac{\dot{U}_c}{\dot{U}_s} = \frac{1}{1+j\omega RC} = (1+\omega^2 R^2 C^2)^{-\frac{1}{2}} \angle -\arctan \omega RC$$

幅频响应

$$|H_c(\omega)| = (1+\omega^2 R^2 C^2)^{-\frac{1}{2}}$$

相频响应

$$\varphi_c(\omega) = -\arctan \omega RC$$

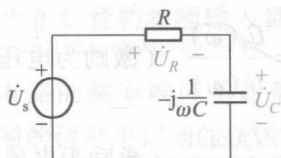
由幅频响应得

$$|H_c(0)| = 1, \quad |H_c(\infty)| = 0, \quad \left| H_c\left(\frac{1}{RC}\right) \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

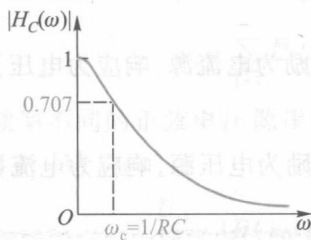
由相频响应得

$$\varphi_c(0) = 0, \quad \varphi_c(\infty) = -90^\circ, \quad \varphi_c\left(\frac{1}{RC}\right) = -45^\circ$$

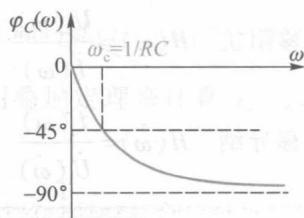
由此定性画出图 14-2-2(b) 所示幅频响应曲线、图 14-2-2(c) 所示相频响应曲线。由幅频响应曲线可知, 以电容上的电压为响应时, 电路对高频信号有抑制作用, 为低通滤波器。



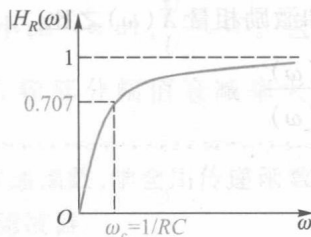
(a) RC 电路



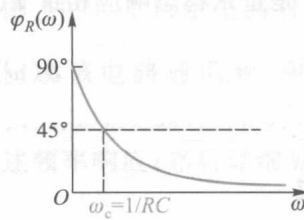
(b) $|H_c(\omega)|$ 曲线



(c) $\varphi_c(\omega)$ 曲线



(d) $|H_R(\omega)|$ 曲线



(e) $\varphi_R(\omega)$ 曲线

图 14-2-2 RC 电路的频率响应曲线

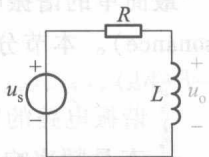
图 14-2-2(a) 所示电路, 若以 $\dot{U}_R$ 为响应, 传递函数为

$$H_R(\omega) = \frac{\dot{U}_R}{\dot{U}_s} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1+j\omega RC} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \angle (90^\circ - \arctan \omega RC)$$

幅频响应 $|H_R(\omega)| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$, 易得: $|H_R(0)| = 0$, $|H_R(\infty)| = 1$, $\left|H_R\left(\frac{1}{RC}\right)\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$, 幅频响应曲线如图 14-2-2(d) 所示。相频响应 $\varphi_R(\omega) = 90^\circ - \arctan \omega RC$, 易得: $\varphi_R(0) = 90^\circ$, $\varphi_R(\infty) = 0^\circ$, $\varphi_R\left(\frac{1}{RC}\right) = 45^\circ$, 相频响应曲线如图 14-2-2(e) 所示。由幅频响应曲线可知, 以电阻上的电压为响应时, 电路对低频信号有抑制作用, 为高通滤波器。

目标 1 检测: 理解频率响应的意义, 学会用传递函数分析电路的频率响应

测 14-1 确定测 14-1 图所示电路的电压增益 $\dot{U}_o/\dot{U}_s$, 并定性画出频率响应曲线, 从频率响应曲线说明电路对信号频率如何选择。



测 14-1 图

答案: $\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s} = \frac{j\omega L}{R+j\omega L}$, $\omega_c = \frac{L}{R}$, 对低频信号有抑制作用。

例 14-2-1 确定图 14-2-3(a) 所示电路的电流增益 $\dot{I}_o(\omega)/\dot{I}_s(\omega)$ 。

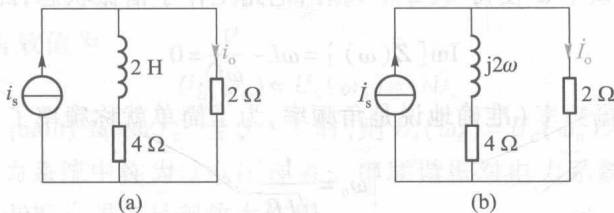


图 14-2-3 例 14-2-1 图

解: 图 14-2-3(a) 的相量模型如图 14-2-3(b) 所示, 由分流关系得

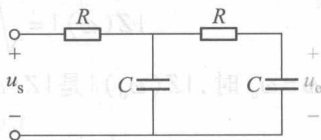
$$\dot{I}_o = \frac{4+j2\omega}{4+j2\omega+2} \dot{I}_s = \frac{(6+\omega^2)+j\omega}{9+\omega^2} \dot{I}_s$$

因此

$$H(\omega) = \frac{\dot{I}_o}{\dot{I}_s} = \frac{(6+\omega^2)+j\omega}{9+\omega^2} = \frac{\sqrt{(6+\omega^2)^2+\omega^2}}{9+\omega^2} \angle \arctan \frac{\omega}{6+\omega^2}$$

目标 1 检测: 理解频率响应的意义, 学会用传递函数分析电路的频率响应

测 14-2 确定测 14-2 图所示电路的电压增益 $\dot{U}_o/\dot{U}_s$ 。



测 14-2 图

答案: $\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s} = \frac{1}{1-R^2C^2\omega^2+j3RC\omega}$ 。

14.3 谐振电路

含电感和电容元件的无源一端口网络,当其端口等效阻抗(或导纳)呈现纯电阻性质时,称电路处于谐振状态(resonance)。

最简单的谐振电路为 RLC 串联谐振电路(series resonance)和 RLC 并联谐振电路(parallel resonance)。本节分析这两种谐振电路的频率响应,以及电路在谐振状态下的特点。

谐振电路的频率响应是电路工作状态随电源的频率变化规律的完整描述,谐振状态是频率响应曲线上一个特殊的点。

14.3.1 RLC 串联谐振电路

图 14-3-1 所示的 RLC 串联电路,电源端等效阻抗为

$$Z(\omega) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (14-3-1)$$

当输入电压 $\dot{U}_s(\omega)$ 的角频率 ω 使得 $Z(\omega) = R$ 时,电路工作于谐振状态,此时

$$\operatorname{Im}[Z(\omega)] = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

满足上式的频率称为谐振频率(准确地说是角频率,为了简单就称频率了),用 ω_0 表示,有

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (14-3-2)$$

由于 $\omega_0 = 2\pi f_0$, 故

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

图 14-3-1 所示电路工作于谐振状态时,具有以下特点:

(1) 谐振时端口阻抗呈阻性,且模值达到最小。由式(14-3-1)得,端口阻抗模为

$$|Z(\omega)| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

当 $\omega = \omega_0$ 时, $|Z(\omega_0)|$ 是 $|Z(\omega)|$ 的最小值,即

$$Z(\omega_0) = R = |Z(\omega)|_{\min}$$

(2) 在激励 $\dot{U}_s(\omega)$ 的幅值不变条件下,谐振时端口电流 $\dot{I}(\omega)$ 的幅值达到最大。图 14-3-1 中,端口电流为

$$\dot{I}(\omega) = \frac{\dot{U}_s(\omega)}{Z(\omega)}$$

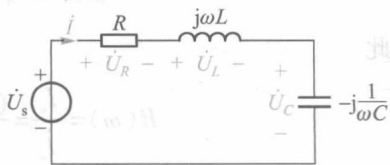


图 14-3-1 RLC 串联谐振电路

由于 $|Z(\omega_0)| = R = |Z(\omega)|_{\min}$, 故

$$|\dot{I}(\omega_0)| = \frac{U_s}{R} = |\dot{I}(\omega)|_{\max}$$

(3) 谐振时端口电流与电压同相位。因为谐振时有

$$\dot{I}(\omega_0) = \frac{\dot{U}_s}{R}$$

(4) 谐振时电感和电容串联总电压等于零, 相当于短路。谐振时有

$$\dot{U}_L(\omega_0) = j\omega_0 L \dot{I}(\omega_0) = j\omega_0 L \times \frac{\dot{U}_s}{R} = j \frac{\omega_0 L}{R} \dot{U}_s \quad (14-3-3)$$

$$\dot{U}_C(\omega_0) = \frac{1}{j\omega_0 C} \dot{I}(\omega_0) = \frac{1}{j\omega_0 C} \times \frac{\dot{U}_s}{R} = -j \frac{1}{\omega_0 CR} \dot{U}_s \quad (14-3-4)$$

且 $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$, 因此

$$\dot{U}_L(\omega_0) + \dot{U}_C(\omega_0) = 0$$

(5) 谐振时电感和电容上可能出现过电压。由式(14-3-3)和式(14-3-4)可知, 若令

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (14-3-5)$$

则电感和电容上电压有效值为

$$U_L(\omega_0) = U_C(\omega_0) = Q U_s \quad (14-3-6)$$

Q 为电路的品质因数 (quality factor)。当 $Q \gg 1$ 时, 则 $U_L(\omega_0) = U_C(\omega_0) \gg U_s$, 电感和电容的电压远高于电源电压, 在电力系统中称为过电压现象。串联谐振对电力系统设备带来过电压危害, 但在电信系统中, 串联谐振对弱信号起放大作用。

(6) 谐振时电路与电源没有交换功率。谐振时, 电路只吸收有功功率, 电路内部电容的电场能量与电感的磁场能量形成周期性振荡。假设 $u_s = \sqrt{2} U_s \cos \omega_0 t$ V, 电感存储的磁场能量

$$w_L(\omega_0) = \frac{1}{2} L i^2(\omega_0) = \frac{1}{2} L \times \left(\frac{\sqrt{2} U_s \cos \omega_0 t}{R} \right)^2 = L \left(\frac{U_s}{R} \right)^2 \cos^2 \omega_0 t$$

电容存储的电场能量

$$w_C(\omega_0) = \frac{1}{2} C u_c^2(\omega_0)$$

又由式(14-3-4)得

$$u_C(\omega_0) = \frac{\sqrt{2} U_s}{\omega_0 CR} \cos(\omega_0 t - 90^\circ) = \frac{\sqrt{2} U_s}{\omega_0 CR} \sin \omega_0 t$$

将 $u_C(\omega_0)$ 的表达式和 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 代入 $w_C(\omega_0)$ 得

$$w_C(\omega_0) = \frac{1}{2} C \times \left(\frac{\sqrt{2} U_s}{\omega_0 CR} \sin \omega_0 t \right)^2 = L \times \left(\frac{U_s}{R} \right)^2 \sin^2 \omega_0 t$$

电路的总储能

$$w(\omega_0) = w_C(\omega_0) + w_L(\omega_0) = L \times \left(\frac{U_s}{R} \right)^2$$

显然, $w(\omega_0)$ 为常数, 表明电路与外界没有能量交换, 而内部的磁场能量与电场能量则相互完全转换。电路在一个周期 $T_0 \left(= \frac{2\pi}{\omega_0} \right)$ 内消耗的能量为

$$\begin{aligned} w_R(\omega_0) &= \int_0^{T_0} i^2(\omega_0) R dt = \int_0^{T_0} \left(\frac{\sqrt{2} U_s \cos \omega_0 t}{R} \right)^2 R dt = \frac{U_s^2}{R} \int_0^{T_0} (1 + \cos 2\omega_0 t) dt \\ &= \frac{U_s^2}{R} \times T_0 = \frac{U_s^2}{R} \times \frac{2\pi}{\omega_0} \end{aligned}$$

电路存储的能量与电路在一周期内消耗的能量之比为

$$\frac{w(\omega_0)}{w_R(\omega_0)} = \frac{L \times \left(\frac{U_s}{R} \right)^2}{\frac{U_s^2}{R} \times \frac{2\pi}{\omega_0}} = \frac{\omega_0 L}{R} \times \frac{1}{2\pi} = \frac{Q}{2\pi} \quad (14-3-7)$$

可见, 品质因数反映了谐振时电路存储的能量与一个周期内消耗的能量之比值。

(7) 品质因数是谐振电路的重要参数。RLC 串联电路的品质因数是谐振时的感抗(或容抗)与电阻的比值; 也是谐振时电感电压(或电容电压)与电源电压的大小之比值; 还是谐振时存储于电路中的能量与电路在一周期内消耗的能量之比的 2π 倍。

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{U_L(\omega_0)}{U_s(\omega_0)} = \frac{U_C(\omega_0)}{U_s(\omega_0)} = 2\pi \frac{w(\omega_0)}{w_R(\omega_0)}$$

例 14-3-1 图 14-3-2 所示电路中, 电源电压有效值为 10 V, 角频率为 10^4 rad/s, 调节电容 C 使电流表的读数达到最大, 为 0.1 A, 此时电压表的读数为 600 V。确定 R 、 L 、 C 的值, 以及电路的品质因数。

解: 电流表读数最大, 表明电路处于串联谐振状态, 因此 $\omega_0 = 10^4$ rad/s。谐振时, L 、 C 串联相当于短路, 电阻的电压等于电源电压, 此时电流表读数为 0.1 A, 故

$$\frac{U_s}{R} = \frac{10}{R} = 0.1 \text{ A}$$

$$R = 100 \text{ } \Omega$$

谐振时, 电感、电容的电压是电源电压的 Q 倍, 此时电压表的读数为 600 V, 故

$$U_C = QU_s = 10Q = 600 \text{ V}$$

$$Q = 60$$

而

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR}$$

故

$$\omega_0 L = QR = 60 \times 100 \text{ } \Omega, \quad \omega_0 C = \frac{1}{QR} = \frac{1}{60 \times 100} \text{ S}$$

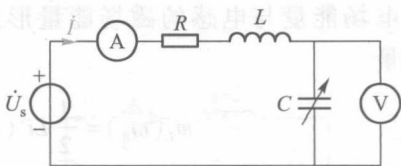


图 14-3-2 例 14-3-1 图