

土木工程测量

主编 付克璐



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

土木工程测量

主 编 付克璐

副主编 姬程飞 王俊锋 任利敏

参 编 贾文祥 孙亚平

内 容 简 介

本书分4个部分、共14章。第一部分(第1~6章)为工程测量基础理论和测量仪器的认知使用,主要介绍测量学科特点和工作原则,水准仪、经纬仪、全站仪等测量仪器的构造、使用和检校以及测量误差的基本知识;第二部分(第7~9章)为地形测量,主要介绍小区域控制测量、大比例尺地形图测绘和地形图的应用;第三部分(第10~13章)为施工放样部分,主要介绍施工放样的工作内容和测设方法,工业与民用建筑中的施工测量,线路工程中的施工测量,管道、桥梁和隧道工程的施工测量,地下矿井工程测量;第四部分(第14章)为测量新技术,主要介绍全球导航卫星测量系统的基本理论和应用。

本书可作为普通高等院校土建类专业(土木工程、建筑工程技术、市政工程、给排水、工程造价、交通工程、道路与渡河工程、地下工程和测绘工程等专业)的测量课程教材,也可作为有关工程技术人员的学习参考书。

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

土木工程测量/付克璐主编. —北京:北京理工大学出版社, 2018.6

ISBN 978-7-5682-5711-4

I. ①土… II. ①付… III. ①土木工程—工程测量—高等学校—教材 IV. ①TU198

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第116704号

出版发行/北京理工大学出版社有限责任公司

社 址/北京市海淀区中关村南大街5号

邮 编/100081

电 话/(010) 68914775 (总编室)

(010) 82562903 (教材售后服务热线)

(010) 68948351 (其他图书服务热线)

网 址/<http://www.bitpress.com.cn>

经 销/全国各地新华书店

印 刷/北京紫瑞利印刷有限公司

开 本/787毫米×1092毫米 1/16

印 张/19

字 数/510千字

版 次/2018年6月第1版 2018年6月第1次印刷

定 价/76.00元

责任编辑/高 芳

文案编辑/赵 轩

责任校对/黄拾三

责任印制/李志强

图书出现印装质量问题,请拨打售后服务热线,本社负责调换

前言

土木工程测量属于工程测量学的范畴,在工程建设中有着广泛的应用。它服务于土木工程的每一个建设阶段,贯穿工程建设的始终。土木工程测量也是土木工程类专业的一门重要专业基础课,这是因为所有土木类工程的建设都需要利用测量所得的资料和图纸进行规划设计;施工阶段则需要通过测量工作来衔接各工序,以配合各工序的施工;竣工后的竣工测量,可为工程的验收、日后的改扩建和维修管理提供依据;在工程运营管理阶段,需要对工程项目进行变形观测和监测,以确保工程的安全使用。

本书按照高等教育土木工程类各专业测量学的基本要求编写,在编写过程中依据高等教育教学工作的特点,从培养应用型本科人才的目标出发,在论述基础理论和方法的同时,重视基本技能的训练和实践,突出课程的基础性、技能性和实用性。

本书在编排上,注重理论和实践相结合,采用“工学结合”教学模式,突出实践环节。第1章介绍测量学科的相关知识;第2~4章分别介绍了水准测量、角度测量、距离测量的基本原理、施测方法和相关测量仪器的使用;第5章介绍了全站仪测量技术;第6章介绍了测量误差基本知识;第7章介绍测量控制网的等级划分、布设方式与施测计算方法;第8、9章分别详尽地介绍了地形图的测绘方法和应用;第10~13章分别介绍了工业与民用建筑施工测量,线路工程测量,管道、桥梁和隧道工程测量,地下矿井工程测量;第14章介绍测量新技术——全球导航卫星系统测量。

本书由黄河交通学院土木工程教研室老师编写,其中付克璐担任主编。具体编写分工如下:付克璐编写第1、2、4、11章,贾文祥编写第3、7章,王俊锋编写第5、8、9章,任利敏编写第6、14章,姬程飞编写第10章,孙亚平编写第12、13章。

本书可作为普通高等院校土建类专业(土木工程、建筑工程技术、市政工程、给排水、工程造价、交通工程、道路与渡河工程、地下工程和测绘工程等专业)的测量课程教材,也可作为有关工程技术人员的学习参考书。

本书在编写过程中参考了国内诸多行业前辈及专家在工程测量领域的相关文献，有关的书刊和作者已在参考文献中列出。另外，部分文献资料源于百度文库等网络，因不知资料来源，无法一一列出作者，在此一并致以由衷的谢意。

本书在编写过程中，虽经推敲核证，但限于编者的专业水平和实践经验，仍有疏漏或不妥之处，恳请各位专家、同行、读者批评指正。

编 者

第1章 绪论	(1)
1.1 测量学概述	(1)
1.2 地面点位的确定	(3)
1.3 测量学在土木工程中的作用	(9)
1.4 测量工作的基本内容和组织原则	(10)
1.5 测量工作中常用的度量单位	(11)
第2章 水准测量	(12)
2.1 水准测量的原理	(12)
2.2 水准测量的仪器及工具	(14)
2.3 水准仪的使用方法与注意事项	(18)
2.4 普通水准测量的方法	(20)
2.5 水准测量成果计算	(24)
2.6 微倾式水准仪的检验与校正	(27)
2.7 水准测量的误差分析	(30)
2.8 其他水准仪简介	(32)
第3章 角度测量	(38)
3.1 角度测量原理	(38)
3.2 经纬仪的构造及其使用方法	(39)
3.3 水平角测量	(44)
3.4 竖直角测量	(47)

3.5	角度测量误差	(50)
第4章	距离测量与直线定向	(53)
4.1	钢尺量距	(53)
4.2	视距测量	(57)
4.3	光电测距	(59)
4.4	直线定向	(61)
第5章	全站仪测量技术	(64)
5.1	全站仪概述	(64)
5.2	全站仪的构造及其组成	(66)
5.3	全站仪的操作与使用	(70)
5.4	全站仪的检定与检验	(79)
5.5	全站仪的使用与维护	(81)
第6章	测量误差基本知识	(83)
6.1	测量误差概述	(83)
6.2	评定精度的指标	(86)
6.3	误差传播定律	(88)
6.4	算术平均值及其中误差	(90)
第7章	小区域控制测量	(93)
7.1	控制测量概述	(93)
7.2	导线测量外业	(96)
7.3	导线测量内业	(98)
7.4	交会定点	(104)
7.5	高程控制测量	(105)
第8章	大比例尺地形图测绘	(111)
8.1	地形图的基本知识	(111)
8.2	地形图分幅、编号和注记	(119)
8.3	测图前的准备工作	(123)
8.4	解析测图法	(125)
8.5	数字化测图法	(134)

8.6 航空摄影测量简介	(150)
第9章 地形图的应用	(154)
9.1 地形图的识读	(154)
9.2 地形图应用的基本内容	(155)
9.3 图形面积量算	(157)
9.4 地形图在工程建设中的应用	(160)
第10章 工业与民用建筑施工测量	(165)
10.1 施工测量概述	(165)
10.2 测设基本工作	(169)
10.3 点的平面位置测设	(173)
10.4 已知坡度直线的测设	(175)
10.5 民用建筑施工测量	(176)
10.6 工业建筑施工测量	(183)
10.7 高层建筑施工测量	(189)
10.8 建筑物变形观测概述	(196)
10.9 竣工总平面图编绘	(204)
第11章 线路工程测量	(207)
11.1 线路工程测量概述	(207)
11.2 线路中线测量	(209)
11.3 曲线测设	(214)
11.4 线路纵、横断面测量	(218)
11.5 道路施工测量	(225)
第12章 管道、桥梁和隧道工程测量	(231)
12.1 管道工程测量	(231)
12.2 桥梁工程测量	(245)
12.3 隧道施工测量	(254)
第13章 地下矿井工程测量	(270)
13.1 井筒中心和十字中线的标定	(270)
13.2 竖井井筒掘进时的施工测量	(272)

13.3	井底车场掘进时的测量工作	(273)
13.4	特殊凿井的测量工作	(274)
第14章 全球导航卫星系统测量		(276)
14.1	全球导航卫星系统概述	(276)
14.2	坐标系统	(280)
14.3	GPS 测量原理	(282)
14.4	GPS 相对定位原理	(287)
14.5	GPS 测量的实施	(290)
参考文献		(294)

★主要内容

本章主要讲述测量学的研究对象以及任务和分类,介绍了测量学中的基准面和基准线、确定地面点位的方法、测量工作的基本原则和基本内容、测量学在土木工程建设中的主要用途等。

★学习目标

1. 掌握测量学中的基准线、基准面、绝对高程和相对高程、高差等概念;掌握测量工作的基本内容和基本原则;掌握确定地面点位的方法。
2. 明确测量学的研究对象、基本任务以及分类。
3. 了解测量学的分类、地球的形状和大小、旋转椭球体、高斯平面直角坐标系的建立、用水平面代替水准面的限度等。

1.1 测量学概述

1.1.1 测量学的发展历史

测量学是一门研究地球的形状和大小以及确定地面(包括空中、地下和海底)点位的科学。它的内容包括测定和测设两个部分。测定是指使用测量仪器和工具,通过测量和计算,得到一系列测量数据,再把地球表面的地形缩绘成地形图,供经济建设、规划设计、科学研究和国防建设使用。测设是指把图纸上规划、设计好的建筑物、构筑物的位置在地面上标定出来,作为施工的依据,测设又称施工放样。

测量学是一门历史悠久的科学,早在几千年前,由于当时社会生产发展的需要,中国、埃及、希腊等国家的人民就开始创造与运用测量工具进行测量。远在古代,我国就发明了指南针,以后又创制了浑天仪等测量仪器,并绘制了相当精确的全国地图。指南针于中世纪由阿拉伯人传到欧洲,之后在全世界得到广泛应用,直到今天,它仍然是利用地磁测定方位的简便测量工具。我国古代劳动人民为测量学的发展做出了重要的贡献。

测量学一开始用于土地整理,随着社会生产的发展,它被逐渐应用到社会的许多生产部门。17 世纪人类发明望远镜后,人们利用光学仪器进行测量,使测量科学迈进了一大步。19 世纪末航空摄影测量的出现,又为测量学增添了新的内容。现代光学及电子学理论在测量中的应用,创制了一系列激光、红外线、微波测距、测高、准直和定位的仪器。惯性理论在测量学中的应用,又创制了陀螺定向、定位仪器。20 世纪 60 年代以来,由于电子计算技术的飞速发展,出现了自动化程度很高的电子经纬仪、电子全站仪和自动绘图仪。人造地球卫星发射成功后,很快就应用于大地测量,人们也建立了利用卫星无线电导航原理的全球定位系统。利用卫星遥感技术可以获得丰富的地面信息,为自动化成图提供大面积的、全球性的资料。随着现代科学技术的发展,测量科学也必将向更高层次的自动化方向和数字化方向发展。

中华人民共和国成立后,我国测绘事业有了很大发展,建立和统一了全国坐标系统和高程系统;建立了遍及全国的大地控制网、国家水准网、基本重力网和卫星多普勒网;完成了国家大地网和水准网的整体平差;完成了国家基本图的测绘工作;完成了珠穆朗玛峰和南极长城站的地理位置和高程的测量;完成了全国天文大地网和空间大地网联合平差;配合国民经济建设进行了大量的测绘工作,例如进行了南京长江大桥、长江三峡水利枢纽、宝山钢铁厂、北京正负电子对撞机、北京 2008 年奥运场馆建设等工程的精确放样和设备安装测量;出版发行了地图 1 600 多种,发行量超过 11 亿册。在测绘仪器制造方面,我国从无到有,现在不仅能够生产系列的光学测量仪器,还研制成功了各种测程的光电测距仪、卫星激光测距仪、解析测图仪、激光垂准仪、激光扫平仪和全站仪等先进仪器。在人才培养方面,我国已培养出各类测绘技术人员数万名,大大提高了我国测绘科技水平。特别是近几年来,我国测绘科技发展更快,例如 GPS(全球定位系统)已经得到广泛应用;地理信息系统方面,正在全力打造“数字中国”。我国目前的测绘科技水平,与国际先进水平相比,虽然还有一定的差距,但只要发愤图强、励精图治,是能够迅速赶上和超过国际测绘科技水平的。

1.1.2 测量学的分类

测量学按照研究对象及采用的技术不同,又分为多个学科,如:

(1) 大地测量学——传统的大地测量学是指研究和测定地面点的几何位置,在广阔地面上建立国家大地控制网,以及研究和测定地球形状、大小和地球重力场的理论、技术与方法的学科。由于现代科学技术的迅速发展,大地测量学已突破过去传统的局限性,由区域性大地测量发展为全球性大地测量;由研究地球表面发展为涉及地球内部;由静态大地测量发展为动态大地测量;由测定地球发展为测定月球和太阳系各行星,并有能力对整个地学领域及航天等有关空间技术做出重要贡献。因此,大地测量学是一门既很实用,又不断发展、富有生机的学科。

(2) 地形测量学——测量小范围地球表面形状时,不考虑地球曲率的影响,把地球局部表面当作平面看待所进行的测量工作。

(3) 摄影测量学——利用摄影影像信息测定目标物的形状、大小、空间位置、性质和相互关系的科学技术。根据获得影像信息方式的不同,摄影测量又分为航空摄影测量、水下摄影测量、数字摄影测量、地面摄影测量和航空航天遥感等。

(4) 工程测量学——研究工程建设在勘测设计、施工和管理阶段所进行的各种测量工作的学科。其主要内容有工程控制网建立、地形测绘、施工放样、设备安装测量、竣工测量、变形观测和维修养护测量的理论、技术与方法。

(5) 海洋测量学——以海洋和陆地水域为研究对象,研究海岸、港口、码头、航标、航道及水下地形等各种海洋要素的位置、性质、形态,以及它们之间的相互关系和发展变化的理论和方法。

(6) 地图制图学——研究各种地图的制作理论、原理、工艺技术和应用的一门学科。研究

内容主要包括地图编制、地图投影学、地图整饰和印刷等。现代地图制图学正向着制图自动化、电子地图制作及地理信息系统方向发展。

为适合土木工程的需要,本书主要介绍地形测量学和工程测量学中的基本内容。

1.2 地面点位的确定

1.2.1 测量的基准面

1. 地球的形状和大小

测量工作是在地球表面上进行的,而地球的自然表面是很不规则的,有高山、丘陵、平原和海洋。其中最高的珠穆朗玛峰峰顶岩石面,根据国家测绘局 2005 年公布的数据,高出海水面达 8 844.43 m,而最低的马里亚纳海沟低于海水面达 11 034 m。地球表面约 71% 的面积被海洋覆盖,虽有高山和深海,但这些高低起伏与地球半径相比是很微小的,可以忽略不计。所以人们设想有一个不受风浪和潮汐影响的静止海水面,向陆地和岛屿延伸形成一个封闭的形体,用这个形体代表地球的形状和大小,这个形体被称为大地体。长期测量实践表明,大地体近似于一个旋转椭球体,如图 1-1 所示。为了便于用数学模型来描述地球的形状和大小,测绘工作取大小与大地体非常接近的旋转椭球体作为地球的参考形状和大小,因此旋转椭球体又称为参考椭球体,它的表面又称为参考椭球面。我国目前采用的参考椭球体的参数为

长半径: $a = 6\,378\,140\text{ m}$

短半径: $b = 6\,356\,755\text{ m}$

扁率: $\alpha = \frac{a-b}{a} \approx \frac{1}{298.257}$

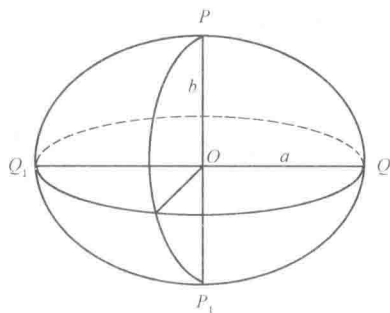


图 1-1 旋转椭球体

由于参考椭球体的扁率很小,所以在测量精度要求不高的情况下,可以把地球看作圆球,其半径取 6 371 km。

2. 铅垂线、水平线、水平面和水准面

铅垂线就是重力方向线,可用悬挂垂球的细线方向来表示,如图 1-2 所示,细线的延长线通过垂球 G 的尖端。与铅垂线正交的直线称为水平线,与铅垂线正交的平面称为水平面。

处处与重力方向垂直的连续曲面称为水准面。任何自由静止的水面都是水准面。水准面因其高度不同而有无数个,其中与不受风浪和潮汐影响的静止海水面相吻合的水准面称为大地水准面,如图 1-3 所示。由于地球内部质量分布不均匀,所以地面上各点的铅垂线方向随之产生不规则变化,致使大地水准面成为有微小起伏的不规则的曲面。



图 1-2 铅垂线

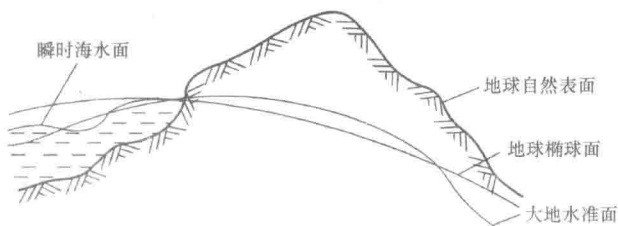


图 1-3 大地水准面

确定地面的位置需要有一个坐标系,测量工作的坐标系通常建立在参考椭球面上,因此参考椭球面就是测量工作的基准面。土木工程测量地域面积一般不大,对参考椭球面与大地水准面之间的差距可以忽略不计。测量仪器均用垂球和水准器来安置,仪器观测的数据建立在水准面上,这易于将测量数据沿铅垂线方向投影到大地水准面上。因此在实际测量中将大地水准面作为测量工作的基准面。即使在精密测量时不能忽略参考椭球面与大地水准面之间的差异,也是经由以大地水准面为依据获得的数据通过计算改正转换到参考椭球面上。

由于铅垂线与水准面垂直,知道了铅垂线方向也就知道了水准面方向,而铅垂线又是很容易求得的,所以铅垂线便成为测量工作的基准线。

1.2.2 确定地面点位的方法

如图 1-4 所示,设想将地面上高度不同的 A 、 B 、 C 三点分别沿垂线方向投影到大地水准面 P' 上,得到相应的投影点 a' 、 b' 、 c' ,这些点分别表示地面点在水准面上的相应位置。

如果在测区的中央作水平面 P 并与水准面 P' 相切,过 A 、 B 、 C 各点的铅垂线与水平面相交于 a 、 b 、 c ,这些点便代表地面点在水平面上的相应位置。

由此可见,地面点的空间位置可以用点在水准面或水平面上的位置及点到大地水准面的铅垂距离来确定。

1. 地面点的高程

地面点到大地水准面的铅垂距离称为该点的绝对高程,简称高程,用 H 表示。如图 1-5 所示, H_A 、 H_B 分别表示 A 点和 B 点的高程。

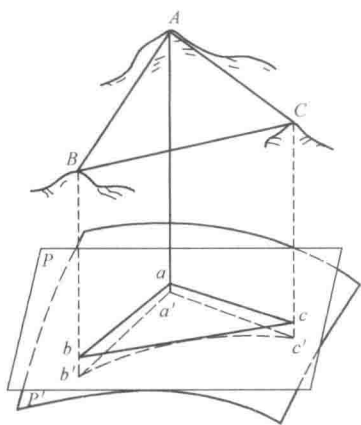


图 1-4 地面点的投影

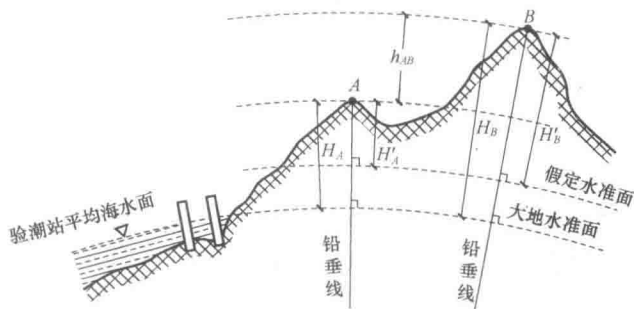


图 1-5 地面点的高程

一般地,一个国家只采用一个平均海水水面作为统一的高程基准面,由此高程基准面建立的高程系统称为国家高程系,否则称为地方高程系。1985 年前,我国采用“1956 黄海高程系”,以 1950—1956 年青岛验潮站测定的平均海水水面作为高程基准面;1985 年开始启用“1985 国家高程基准”,以 1952—1979 年青岛验潮站测定的平均海水水面作为高程基准面。并在青岛建立了国家水准原点,其高程为 72.260 4 m。

当局部地区采用国家高程基准有困难时,也可以假定一个水准面作为高程起算面,地面点到假定水准面的铅垂距离称为该点的相对高程。如图 1-5 所示, H'_A 、 H'_B 分别表示 A 、 B 两点的相对高程。

地面两点之间的高程之差称为高差,用 h 表示。 A 、 B 两点之间的高差为

或

$$h_{AB} = H_B - H_A \quad (1-1)$$

B、A 两点之间的高差为

$$h_{AB} = H'_B - H'_A \quad (1-2)$$

或

$$h_{BA} = H_A - H_B \quad (1-3)$$

可见

$$h_{BA} = H'_A - H'_B \quad (1-4)$$

$$h_{AB} = -h_{BA} \quad (1-5)$$

2. 地面点的坐标

地面点的坐标常用地理坐标或平面直角坐标来表示。

(1) 地理坐标。地面点在球面上的位置常采用经度 (λ) 和纬度 (φ) 来表示, 称为地理坐标。

如图 1-6 所示, N、S 分别是地球的北极和南极, NS 称为地轴。包含地轴的平面称为子午面。子午面与地球表面的交线称为子午线, 通过原格林尼治天文台的子午面称为首子午面。过地面上任意一点 P 的子午面与首子午面的夹角 λ 称为 P 点的经度。由首子午面向东量称为东经, 向西量称为西经, 其取值范围为 $0^\circ \sim 180^\circ$ 。

通过地心且垂直于地轴的平面称为赤道平面。过 P 点的铅垂线与赤道平面的夹角 φ 称为 P 点的纬度。由赤道平面向北量称为北纬, 向南量称为南纬, 其取值范围为 $0^\circ \sim 90^\circ$ 。

我国位于东半球和北半球, 所以各地的地理坐标都是东经和北纬, 例如北京的地理坐标为东经 $116^\circ 28'$, 北纬 $39^\circ 54'$ 。

(2) 平面直角坐标。地理坐标是球面坐标, 若直接用于工程建设规划、设计、施工, 会带来很多计算和测量的不便。为此, 须将球面坐标按一定的数学法则归算到平面上, 即测量工作中所称的投影。我国采用的是高斯投影法。

①高斯平面直角坐标。高斯投影法是将地球按 6° 的经度差分成 60 个带, 从首子午线开始自西向东编号, 东经 $0^\circ \sim 6^\circ$ 为第 1 带, $6^\circ \sim 12^\circ$ 为第 2 带, 以此类推, 如图 1-7 所示。

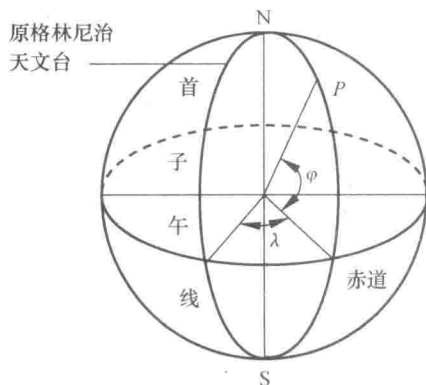


图 1-6 地面点的地理坐标

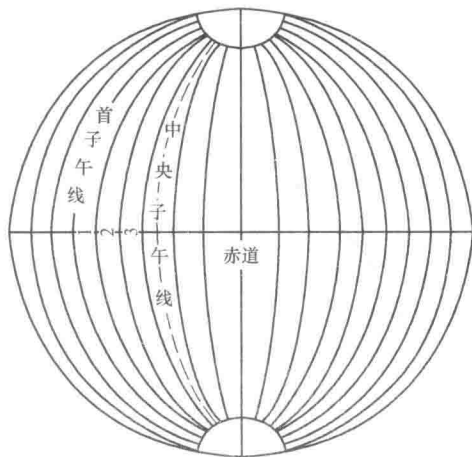


图 1-7 高斯投影分带

②位于每一带中央的子午线称为中央子午线, 第 1 带中央子午线的经度为 3° , 各带中央子

午线的经度 λ_0 与带号 N 的关系为

$$\lambda_0 = 6N - 3 \quad (1-6)$$

为便于说明,将地球当作圆球。设想将一平面卷成横圆柱套在地球外面。如图 1-8 (a) 所示,使圆柱的轴心通过圆球的中心,将地球上某 6° 带的中央子午线与圆柱面相切。在球面图形与柱面图形保持等角的条件下将球面图形投影到圆柱面上,然后将圆柱体沿着通过南北极的母线切开并展平。投影后如图 1-8 (b) 所示,中央子午线与赤道线成为相互垂直的直线,其他子午线和纬线成为曲线。取中央子午线为坐标纵轴,即 x 轴,取赤道为坐标横轴,即 y 轴,两轴的交点为坐标原点 O ,组成高斯平面直角坐标系,规定 x 轴向北为正, y 轴向东为正,坐标象限按顺时针编号。

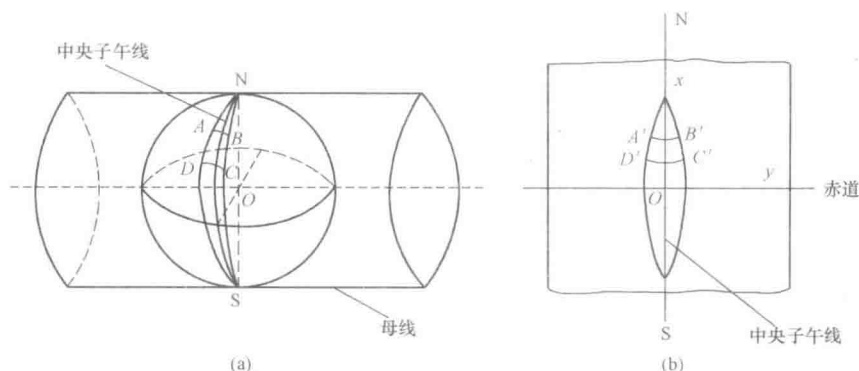


图 1-8 高斯平面直角坐标的投影

我国位于北半球, x 坐标均为正值, y 坐标则有正有负,如图 1-9 (a) 所示,设 $y_A = +136\,780\text{ m}$, $y_B = -272\,440\text{ m}$ 。为了避免出现负值,将每带的坐标纵轴向西移 500 km ,如图 1-9 (b) 所示,纵轴西移后, $y_A = 500\,000 + 136\,780 = 636\,780\text{ (m)}$, $y_B = 500\,000 - 272\,440 = 227\,560\text{ (m)}$ 。

为了确定某点所在的带号,规定在横坐标之前均冠以带号。设 A 、 B 点均位于 20 带,则 $y_A = 20\,636\,780\text{ m}$, $y_B = 20\,227\,560\text{ m}$ 。在高斯投影中,离中央子午线越远,长度变形越长,当要求投影变形更小时,可采用 3° 带投影。

如图 1-10 所示, 3° 带是从东经 $1^\circ 30'$ 开始,按经度差 3° 划分一个带,全球共分为 120 带。每带中央子午线经度 λ'_0 与带号 n 的关系为

$$\lambda'_0 = 3n \quad (1-7)$$

为避免 y 轴坐标出现负值,同 6° 带一样将 3° 带的坐标纵轴向西移动 500 km ,但加在 y 轴坐标前的带号应是 3° 带的带号。例如 C 点所在的中央子午线经度为 105° , $y_C = 538\,640\text{ m}$ 。该点所在 3° 带的带号为 $n = \frac{105^\circ}{3} = 35^\circ$,则该点加上带号后的 y 坐标值为 $y_C = 35\,538\,640\text{ m}$ 。

(3) 独立平面直角坐标。当测区范围较小时,可以将大地水准面当作平面,并在平面上建

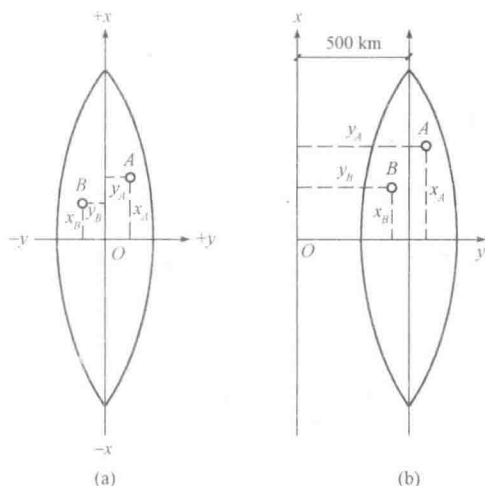


图 1-9 高斯平面直角坐标系

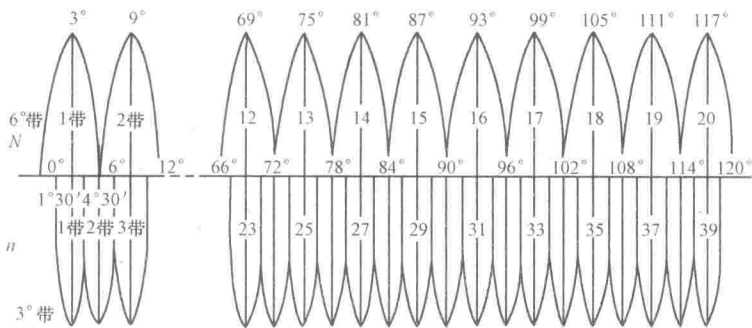


图 1-10 6°带、3°带中央子午线及带号

立独立平面直角坐标系，地面点在大地水准面上的投影位置就可以用平面直角坐标来确定。

如图 1-11 所示，一般将独立平面直角坐标系的原点选在测区西南角，以使测区内任意点的坐标均为正值。坐标系原点可以是假定坐标值，也可采用高斯平面直角坐标值。规定 x 轴向北为正， y 轴向东为正，坐标象限按顺时针编号，如图 1-12 所示。

(4) 空间直角坐标系。随着卫星定位技术的发展，采用空间直角坐标来表示空间一点的位置，已在各个领域得到越来越多的应用。空间直角坐标系是以地球的质心为原点 O ， z 轴指向地球北极， x 轴指向首子午面与地球赤道的交点 E ，过 O 点与 xOz 面垂直，按右手规则确定 y 轴方向，如图 1-13 所示。

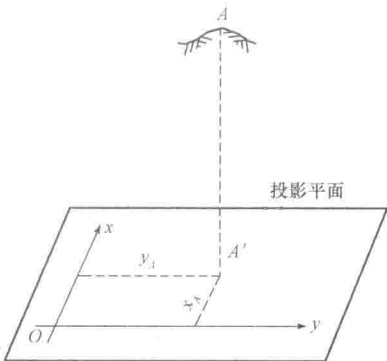


图 1-11 独立平面直角坐标系

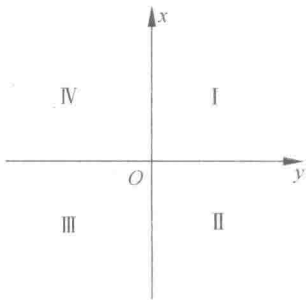


图 1-12 直角坐标系象限

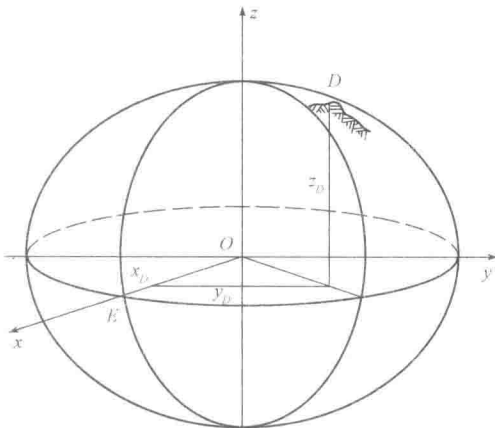


图 1-13 空间直角坐标系

1.2.3 用水平面代替水准面的限度

当测区范围小，用水平面代替水准面所产生的误差不超过测量误差的容许范围时，可以用水平面代替水准面。但是在多大面积范围才容许这种代替，有必要加以讨论。为讨论方便，假定大地水准面为圆球面。

1. 对距离的影响

如图 1-14 所示, 设地面上 A、B、C 三个点在大地水准面上的投影点是 a、b、c, 用过 a 点的切平面代替大地水准面, 则地面点水平面上的投影点是 a、b'、c'。设 ab 的弧长为 D, ab' 的长度为 D', 球面半径为 R, D 所对的圆心角为 θ , 则用水平长度 D' 代替弧长 D 所产生的误差为:

$$\Delta D = D' - D \tag{1-8}$$

将 $D = R\theta$, $D' = R\tan\theta$ 代入上式, 整理后得

$$\Delta D = R (\tan\theta - \theta) \tag{1-9}$$

将 $\tan\theta$ 展开为级数式:

$$\tan\theta = \theta + \frac{1}{3}\theta^3 + \frac{2}{15}\theta^5 + \cdots$$

因 D 比 R 小得多, θ 很小, 只取级数式前两项代入式 (1-9), 得

$$\Delta D = R\left(\theta + \frac{1}{3}\theta^3 - \theta\right)$$

将 $\theta = \frac{D}{R}$ 代入上式, 得:

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{D^2}{3R^2} \tag{1-10}$$

取 $R = 6\,371\text{ km}$, 用不同的 D 代入式 (1-10) 得到如表 1-1 所示的结果。从表 1-1 中可知, 当两点相距 10 km 时, 用水平面代替大地水准面产生的长度误差为 0.8 cm, 相对误差为 1/1 220 000, 相当于精密测距精度的 1/1 000 000。所以在半径为 10 km 范围的测区进行距离测量时, 可以用水平面代替大地水准面。

表 1-1 水平面代替水准面对距离的影响

D/km	$\Delta D/\text{cm}$	$\Delta D/D$
5	0.1	1/4 870 000
10	0.8	1/1 220 000
20	6.6	1/3 044 00
50	102.7	1/48 700

2. 对高程的影响

在图 1-14 中, 以大地水准面为基准的 B 点绝对高程 $H_B = Bb$, 用水平面代替大地水准面时, B 点的高程 $H'_B = Bb'$, 两者之差 Δh 就是对高程的影响, 也称为地球曲率的影响。由图 1-14 可知

$$\Delta h = Bb - Bb' = Ob' - Ob = R\sec\theta - R = R (\sec\theta - 1) \tag{1-11}$$

将 $\sec\theta$ 展开为级数, $\sec\theta = 1 + \frac{1}{2}\theta^2 + \frac{5}{24}\theta^4 + \cdots$, 因 θ 很小, 只取级数式的前两项代入式 (1-11), 并且 $\theta = \frac{D}{R}$, 则:

$$\Delta h = R\left(1 + \frac{\theta^2}{2} - 1\right) = \frac{D^2}{2R} \tag{1-12}$$

对于不同的 D, 产生的高程影响如表 1-2 所示。

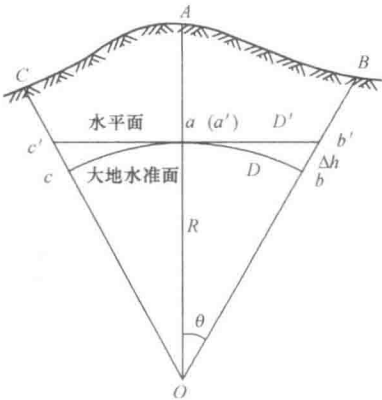


图 1-14 水平面代替水准面的限度