

 Pearson

# OPERATIONS RESEARCH: AN INTRODUCTION

# 运筹学基础

Management Science and Engineering Classics  
管理科学与工程经典译丛

(第10版·全球版)

哈姆迪·塔哈 (Hamdy A. Taha) 著

刘德刚 朱建明 韩继业 译



 中国人民大学出版社

# OPERATIONS RESEARCH: AN INTRODUCTION

## 运筹学基础

Management Science and Engineering Classics  
管理科学与工程经典译丛

(第10版·全球版)

| 哈姆迪·塔哈 (Hamdy A. Taha) 著

| 刘德刚 朱建明 韩继业 译

中国人民大学出版社

· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

运筹学基础：第10版；全球版 / 哈姆迪·塔哈著；刘德刚等译. -- 北京：中国人民大学出版社，2018.7

(管理科学与工程经典译丛)

ISBN 978-7-300-25896-6

I. ①运… II. ①哈… ②刘… III. ①运筹学-高等学校-教材 IV. ①O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 131461 号

管理科学与工程经典译丛

运筹学基础 (第10版·全球版)

哈姆迪·塔哈 著

刘德刚 朱建明 韩继业 译

Xunchouxue Jichu

---

出版发行	中国人民大学出版社	邮政编码	100080
社 址	北京中关村大街 31 号		
电 话	010-62511242 (总编室)	010-62511770 (质管部)	
	010-82501766 (邮购部)	010-62514148 (门市部)	
	010-62515195 (发行公司)	010-62515275 (盗版举报)	
网 址	<a href="http://www.crup.com.cn">http://www.crup.com.cn</a>		
	<a href="http://www.ttrnet.com">http://www.ttrnet.com</a> (人大教研网)		
经 销	新华书店		
印 刷	涿州市星河印刷有限公司		
规 格	185 mm×260 mm 16 开本	版 次	2018 年 7 月第 1 版
印 张	35.75 插页 1	印 次	2018 年 7 月第 1 次印刷
字 数	840 000	定 价	69.00 元

---

版权所有 侵权必究

印装差错 负责调换

# 译者序

运筹学起源于第二次世界大战期间，是一门应用性很强的学科。1938年，英国皇家空军部门成立了一个从事作战研究的科学家小组，小组的科学家把他们的研究工作称为“operational research”（“operation”在军事术语中意为“作战”）。这是“运筹学”一词最早出现于文献。第二次世界大战中，英军几乎每一个大的指挥部都成立了这种运筹研究小组。之后，美国和加拿大的军事部门也成立了若干运筹研究小组（美国称这种研究为“operations research”）。他们广泛地研究有关战果评价、战术革新、技术援助、战略选择和战术计划等问题。第二次世界大战期间，英、美、加等国军事部门的运筹研究小组为同盟国战胜德、意、日等轴心国做出了卓越的贡献。对于此后人类社会的科学进程而言，极其重要的是，这些科学家的集体工作和智慧开创了一门崭新的学科——运筹学。

体现运筹学思想和方法的先驱性的研究工作可以追溯到20世纪初。例如，1908年丹麦工程师埃尔朗（Erlang）关于电话的话务理论是运筹学中排队论的起源；1916年英国的兰彻斯特（Lanchester）关于战斗模型的方程是军事运筹学早期的一项重要成果；1939年苏联数学家坎托罗维奇（Kantorovich）在《生产组织与计划中的数学方法》一书中，开创性地提出线性规划，并研究了工业生产的资源合理利用和计划等问题，这一卓越贡献使他在1975年获得了诺贝尔经济学奖；基本的博弈均衡的思想可追溯到1838年库尔诺（Cournot）的文章，1913年德国的策梅洛（Zermelo）提出了抽象战略博弈的数学模型，1928年冯·诺伊曼（von Neumann）提出了二人零和博弈的解的一般理论。这些是关于博弈论的早期研究。上述先驱性成就对后来运筹学的发展有深远的影响。

第二次世界大战后，美国等国家的军事部门保留和调整了运筹研究小组，人员编制得到扩大，运筹学有了新的发展。1949年，美国成立了著名的兰德公司（RAND）。与此同时，许多运筹学工作者从军方转入企业、大学或政府部门。在更多新领域中，运筹学的应用研究和理论研究蓬勃发展，为欧美等地创造了数以亿计的社会财富。

简言之，运筹学的研究对象是现实世界中的运行系统，这些运行系统的设计和运转受到管理人员的决策的影响和作用。运筹学创造出一些理论（包括数学模型）和方法，用来描述和分析运行系统的现象、性质及其变化，以寻求影响和作用于运行系统的设计与运转的最有效（最优）的决策，发挥有限资源的最大效益，使运行系统达到总体最优的目标。

半个世纪以来，运筹学在研究解决各种复杂的实际问题的过程中得到创新和发展，新模型、新理论和新方法不断涌现。今天，它已成为一个庞大的学科，包括线性的和非线性的、连续的和离散的、确定性的和不确定性的等许多分支。运筹学的基本方法中有数学方法、统计学方法、模拟（仿真）方法、计算机科学方法等，其中各种优化方法

处于非常重要的地位。

由于运筹学的非凡价值,在许多国家大学的运筹学系、管理科学系、经济学系、工业工程系、系统科学系、数学系、计算科学系等早已开设关于运筹学及其分支学科的课程。我国的情况也大致如此。为满足不同院系专业的学生学习运筹学的需要,应该有一本关于运筹学的基础教科书。在国外关于运筹学基础的诸多教材中,哈姆迪·塔哈所著的《运筹学导论》是非常优秀的一本。塔哈是美国阿肯色大学工业学院工业工程教授、世界知名运筹学家。《运筹学导论》自 1968 年初版以来,经过多次修订与扩充,如今已推出第 10 版。该书被世界上多所大学用作运筹学基础教材,有西班牙文、日文、俄文、土耳其文、印尼文等多种译本。

本书为《运筹学导论》第 10 版的翻译版,更名为《运筹学基础(第 10 版)》。本书共有 17 章和 2 个附录,另外有其他 5 章和 3 个附录放在网上\*。书中内容涉及线性规划、运输问题、图论和网络问题、目标规划、整数规划、动态规划、库存问题、非线性规划等确定性运筹分支,以及概率动态规划、随机库存问题、排队系统、决策分析、博弈论、模拟问题、预报问题等随机性运筹分支。这些内容涵盖了今天运筹学所研究的大部分重要问题。另外,启发式算法和线性规划部分的计算机软件等内容都是运筹学的热点。

第 10 版的主要特色在于:(1) 重视运筹学基本知识的讲解,但对高深问题也作了较深入的分析,以满足不同读者的需要。(2) 突出实用性。各章通过实际问题的求解导出运筹问题的数学模型,这既凸显出该运筹问题的实际背景,也便于读者学习建模。第 10 版还专门增加了运筹学中重要理论和应用的重大事件介绍,称为“运筹学趣闻”,生动讲述了一些影响运筹学发展的重要理论和人物的故事。每章的开头用实际应用问题引出,网上的第 26 章“案例分析”详细地介绍了 17 个实际应用案例,附录 E 收录了近 50 个应用例子。塔哈教授精心收集和分析的这些实例来源于许多领域:工业、商业、金融、社会、体育、娱乐,等等。(3) 计算方法与软件相结合。全书使用教学辅助软件 TORA、软件包 Excel 及 AMPL 等,读者可以利用这些软件工具对所学的模型和计算方法进行计算和检验。

在我国,运筹学基础类图书的读者众多,但公认的优秀教材仍然偏少。2012 年中国人民大学出版社邀我们翻译了《运筹学导论》第 9 版,分成基础篇和提高篇两册出版。我们这次对原书第 10 版进行了章节上的调整,精选了部分章节翻译形成了完整的一卷。章节的选择更多地考虑了管理、经济、工程学科的学生需求,考虑了国内课程设置的需要。

翻译中难免有疏漏和翻译不妥之处,敬请读者给予指正。

刘德刚

于中科院数学与系统科学研究院

\* 网址 <http://www.pearsonhighered.com/taha>, 如需相关资源,可联系培生教育出版公司(详见书末培生反馈表)。

## 第 10 版新增内容

在前几版中，我一直都在纠结书中是否还要继续讲解手工计算的一些算法。我曾经以为，从现代计算方法飞跃发展的角度来看，这些算法已经过时了。对这个问题，我征求了一些同事的看法和建议，这个“忧虑”现在已经不存在了。大家一致认为，这些经典的算法有必要保留下去，因为它们是运筹学历史的重要组成部分。有些反馈意见甚至给出了当时的一些情景（现在我都吸收进本版中），有些经典的算法对解决当时的实际问题很有用。对于这些我的同事集体智慧的结晶，我非常赞成，在全书中增加了 25 个条目，取名为“运筹学趣闻”。对于大部分很有意义的重大事件，我尽量用诙谐的方式来表达，介绍了一些运筹学的趣闻轶事（有些可以追溯到几个世纪前）以及运筹学的重要概念（理论、应用、计算和教学方法等）。我们的目的是从历史的角度去记述一些运筹学的渊源（并希望为本书增加一些趣味性）。第 10 版其他一些修改和增加的内容还包括：

- 采用简介的方式，更详细系统地介绍了供应链管理中的库存建模。
- 在介绍单纯形法和库存论时增加了计算方面的内容。
- 增加了 2 个新的案例分析，实际应用案例增加到 17 个。所有这些案例都放在网上的第 26 章。
- 根据大家的要求，所有习题放在各章的后面，便于将习题作为作业。
- 增加了一些新的习题。
- 对 TORA 软件进行了更新。

# 致 谢

我要向我的读者，包括学生、教授和运筹学实际工作者致敬，感谢他们在过去的45年里对我的信任和支持。我要特别感谢下列同事，他们对《运筹学基础》第10版教材的编写方案提出了很有帮助的意见。他们是 Bhaba Sarker (Louisiana State University), Michael Fraboni (Moravian College), Layek Abdel-Malek (New Jersey Institute of Technology), James Smith (University of Massachusetts), Hansuk Sohn (New Mexico State University), Elif Kongar (University of Bridgeport), Sung, Chung-Hsien (University of Illinois), Kash A. Barker (University of Oklahoma)。

Michael Trick 教授(Carnegie Mellon University) 对书中继续保留经典的手工计算老算法的重要性提出了很有见地的意见，我现在仍觉得他的说法掷地有声：“假如有一天匈牙利算法在我们的课本里都不见了，一定会令人不高兴。”

我要感谢 Donald Erlenkotter 教授 (University of California, Los Angeles) 对有关库存的各章节给出反馈意见，感谢 Xinhui Zhang 教授 (Wright State University) 在编写库存案例时提出宝贵意见。我还要感谢 Hernan Abeledo (The George Washington University), Ali Diabat (Masdar Institute of Science and Technology, Abu Dhabi, UAE), Robert E. Lewis (University of Alabama, Huntsville), Scott Long (Liberty University), 以及 Daryl Santos (Binghamton University), 这五位教授指出了第9版的不足并对第10版给出了建议。

我还要向培生出版社的编辑制作人员表达我衷心的感谢，感谢他们在本书出版期间提供帮助，包括 Marcia Horton (副总裁/工程与计算机科学总编辑), Holly Stark (执行编辑), Scott Disanno (高级经理编辑), George Jacob (项目经理), Erin Ault (出版经理), Amanda Brnads (编辑助理)。

我要在此提到 Jack Neifert，他是 Macmillan 出版社的首席编辑，1972年即我的第1版教材出版一年后，他曾预言：“这一定是一本很有生命力的书。”第10版的出版恰好证明了 Jack 预言的准确性。

我也很感谢阿肯色大学工业工程系的 Tamara Ellenbecker, Carrie Pennington, Matthew Sparks 和 Karen Standly, 谢谢他们在本书的撰写期间对我鼎力相助。

我的儿子 Sharif 虽然是神经科学专家，但对本版“运筹学趣闻”的内容给出了很深刻的评审意见。

哈姆迪·塔哈

hat@uark.edu

# 目 录

<b>第 1 章 什么是运筹学</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 简介 . . . . .	1
1.2 运筹学模型 . . . . .	1
1.3 运筹学模型的求解 . . . . .	3
1.4 排队模型和模拟模型 . . . . .	5
1.5 建模的艺术 . . . . .	5
1.6 仅有数学是不够的 . . . . .	6
1.7 运用运筹学的几个步骤 . . . . .	8
1.8 关于本书 . . . . .	9
<b>第 2 章 线性规划建模</b> . . . . .	<b>12</b>
2.1 二维变量的线性规划模型 . . . . .	12
2.2 线性规划的图解法 . . . . .	14
2.3 借助 Excel 规划求解和 AMPL 软件的计算机求解 . . . . .	18
2.4 线性规划应用选讲 . . . . .	23
<b>第 3 章 单纯形法和灵敏度分析</b> . . . . .	<b>54</b>
3.1 等式形式的线性规划模型 . . . . .	54
3.2 从图形解到代数解的转换 . . . . .	55
3.3 单纯形法 . . . . .	57
3.4 人工初始解 . . . . .	64
3.5 单纯形法中的特殊情况 . . . . .	69
3.6 灵敏度分析 . . . . .	74
3.7 线性规划的计算问题 . . . . .	85
<b>第 4 章 对偶性与后最优分析</b> . . . . .	<b>109</b>
4.1 对偶问题的定义 . . . . .	109
4.2 原始 - 对偶关系 . . . . .	112
4.3 对偶的经济学解释 . . . . .	116
4.4 其他单纯形法 . . . . .	119



4.5 后最优分析	122
<b>第 5 章 各种运输模型</b>	<b>140</b>
5.1 运输模型的定义	140
5.2 非传统运输模型	144
5.3 运输算法	147
5.4 指派模型	157
<b>第 6 章 网络模型</b>	<b>174</b>
6.1 网络模型的应用范围与定义	174
6.2 最小生成树算法	177
6.3 最短路径问题	179
6.4 最大流模型	190
6.5 关键路径法和计划评审技术	196
<b>第 7 章 目标规划</b>	<b>224</b>
7.1 目标规划模型的建立	224
7.2 求解目标规划的算法	226
<b>第 8 章 整数线性规划</b>	<b>239</b>
8.1 应用实例	239
8.2 整数规划算法	245
<b>第 9 章 启发式规划</b>	<b>270</b>
9.1 引言	270
9.2 贪婪 (局部搜索) 启发式算法	271
9.3 现代启发式算法	276
9.4 现代启发式算法在整数线性规划中的应用	289
9.5 约束规划	296
<b>第 10 章 确定性动态规划</b>	<b>306</b>
10.1 动态规划计算的递归性质	306
10.2 前向递归与后向递归	310
10.3 动态规划应用选讲	311
10.4 维度问题	322
<b>第 11 章 库存模型 (供应链介绍)</b>	<b>333</b>
11.1 库存问题: 供应链视角	333

11.2	需求在库存模型中的作用	336
11.3	静态经济订货量模型	337
11.4	动态经济订货量模型	345
<b>第 12 章</b>	<b>决策分析与博弈</b>	<b>367</b>
12.1	确定型决策——层次分析法	367
12.2	风险型决策	373
12.3	不确定型决策	379
12.4	博弈论	382
<b>第 13 章</b>	<b>随机库存模型</b>	<b>403</b>
13.1	连续盘点模型	403
13.2	单周期模型	408
13.3	多周期模型	412
<b>第 14 章</b>	<b>排队系统</b>	<b>416</b>
14.1	为什么要研究排队系统	416
14.2	排队模型的要素	417
14.3	指数分布的作用	419
14.4	纯生模型和纯灭模型 (指数分布和泊松分布之间的关系)	420
14.5	广义泊松排队模型	424
14.6	特殊泊松队列	426
14.7	$(M/G/1) : (GD/\infty/\infty)$ ——Pollaczek-Khintchine(P-K) 公式	440
14.8	其他排队模型	441
14.9	排队决策模型	442
<b>第 15 章</b>	<b>仿真模型</b>	<b>462</b>
15.1	蒙特卡罗仿真	462
15.2	仿真的类型	465
15.3	离散事件仿真的要素	465
15.4	随机数的生成	469
15.5	离散仿真的结构	471
15.6	收集统计观测数据的方法	475
15.7	仿真语言	478
<b>第 16 章</b>	<b>经典最优化理论</b>	<b>486</b>
16.1	无约束问题	486
16.2	约束问题	490

第 17 章 非线性规划算法 . . . . .	503
17.1 无约束算法 . . . . .	503
17.2 约束算法 . . . . .	508
附录 A 部分习题答案 . . . . .	526
附录 B 统计表 . . . . .	553

# 第 1 章

## 什么是运筹学

### 1.1 简介

最早的运筹学 (operations research, OR) 工作出现在第二次世界大战时期, 当时有一批英国的科学家着手研究如何运用科学方法进行决策, 以最佳地利用战时的资源。战后, 对军事作战中提出的这些运筹学思想进行了改进, 使之也能用于民用领域提高工作效率和生产力。

本章介绍运筹学的基本术语, 包括数学建模、可行解、最优化和迭代算法等。本章强调, 对问题给出正确的定义是运用运筹学最重要 (也是最困难) 的一步。本章还强调, 虽然数学建模是运筹学最基本的工作, 但在最终决策时还必须考虑一些无形的 (不能量化的) 因素 (如人的行为)。本书介绍了各种应用实例, 有解题的例子, 也有各章的习题。特别是本书大多数章末有专门精心编写的案例分析。

### 1.2 运筹学模型

考虑下面的购票问题。有个商务人士需要在五周内完成一项工作, 其间要往返于费耶特维尔 (FYV) 与丹佛 (DEN) 之间。每周一他都要乘飞机从费耶特维尔出发, 周三返回。普通的往返机票价格是 400 美元, 但如果往返时间跨周末, 可以享受 20% 的票价折扣。不论去程还是回程, 一张单程机票的价格是普通往返机票的 75%, 那么, 他该如何购买这五周的机票呢?

可以把这个例子看作一个决策问题, 要求解这个问题需要回答:

- (1) 有哪些可能的**决策方案** (alternatives)?
- (2) 是在什么**限制条件** (restrictions) 下作出这个决策的?
- (3) 评价这些方案的目标**评判标准** (objective criterion) 是什么?

考虑三种可能的决策方案:

- (1) 购买 5 张普通的 FYV-DEN-FYV 往返机票, 每周一出发, 周三返回。
- (2) 购买 1 张 FYV-DEN 单程机票和 4 张跨周末的 DEN-FYV-DEN 往返机票, 再买 1 张 DEN-FYV 单程机票。
- (3) 先购买 1 张第一周周一出发、最后一周周三返程的 FYV-DEN-FYV 往返机票, 再买 4 张 DEN-FYV-DEN 往返机票, 这一方案中所有机票都至少跨一个周末。对这些方案的限制条件是: 这位商务人士必须每周一从 FYV 出发, 并在本周的周三返回。

评价所提出各种方案的一个明显的目标评判标准就是购买这些机票的总费用, 花费最少的方案最佳。针对以上三种方案, 我们有:

$$\text{方案 1 的费用} = 5 \times 400 = 2\,000 \text{ (美元)}$$

$$\text{方案 2 的费用} = 0.75 \times 400 + 4 \times (0.8 \times 400) + 0.75 \times 400 = 1\,880 \text{ (美元)}$$

$$\text{方案 3 的费用} = 5 \times (0.8 \times 400) = 1\,600 \text{ (美元)}$$

方案 3 最便宜。

虽然上述例子表明了运筹学模型三个主要的构成部分, 即决策方案、目标评判标准和限制条件, 但在对每个部分进行详细构造时会遇到各种各样的情况。为了说明这一点, 考虑以下**花园问题** (garden problem)。一位房主开始建造一个后花园。花园要修成长方形, 以方便灌溉。为防止小动物进来, 花园要用篱笆围起来。房主考虑用一段长度为  $L$  英寸的材料围成一个矩形, 目标是使这个矩形的面积最大。

购买机票的例子中购票备选方案的数量是有限的, 而这个例子中可能的方案数有无限多个, 因为矩形的长度和宽度可能有 0 到  $L$  之间的无限多个值。在这种情况下, 长度和宽度都是**连续变量** (continuous variables)。

由于本问题的变量是连续的, 因此不可能通过穷举的办法找到解。然而, 我们可以不断增加宽度的值 (进而减少长度的值) 来感受花园面积最佳值的变化趋势。例如, 对于  $L = 100\text{ft}$ , (宽度和长度的) 组合 = (10, 40), (20, 30), (25, 25), (30, 20) 和 (40, 10), 对应的面积 = 400, 600, 625, 600, 400, 这表明 (但没有证明), 最大面积出现在宽度 = 长度 =  $L/4 = 25\text{ft}$  之时。显然, 这不可能算出最优值, 尤其是有多个变量的情况下。出于这个原因, 必须把这个问题用未知变量表示为数学公式, 并用适当的求解方法算出最优解。

为了将花园问题表示为两个未知变量的数学公式, 我们定义:

$w$  = 用英寸表示的矩形长度

$h$  = 用英寸表示的矩形宽度

根据这些定义, 问题的限制条件可以描述为:

- (1) 矩形长度 + 矩形宽度 = 花园篱笆长度的一半
- (2) 长度和宽度不能为负值

这些限制条件可用代数形式表示为:

$$(1) 2(w + h) = L$$

$$(2) w \geq 0, h \geq 0$$

现在剩下的部分就是问题的目标了, 即让矩形的面积最大。令  $z$  为该矩形的面积, 则整个模型就变为:

$$\begin{array}{l} \max z = wh \\ \text{s.t.} \begin{cases} 2(w + h) = L \\ w, h \geq 0 \end{cases} \end{array}$$

实际上, 这个模型可以用约束方程消去目标函数里的一个变量来简化, 即

$$w = \frac{L}{2} - h$$

得到

$$z = wh = \left(\frac{L}{2} - h\right)h = \frac{Lh}{2} - h^2$$

$z$  的最大值可以通过微积分方法得到 (第 16 章), 最优解为  $h = L/4 = 25\text{ft}$ , 代回约束方程, 得到  $w = L/4 = 25\text{ft}$ , 它要求建造的是一个正方形的花园。

基于前面的两个例子, 一般的运筹学模型可以用下面的通用格式描述:

$\begin{array}{l} \max \text{ 或 } \min \text{ 目标函数} \\ \text{s.t. 约束条件} \end{array}$
--

这个模型的解如果满足所有的约束条件, 则称它是可行的 (feasible), 如果既是可行的, 又取得了目标函数的最佳 (最大或者最小) 值, 则称它是最优的 (optimal)。在购机票的例子中, 该问题提出了三种可行的方案, 第三个方案得到了最优解。而在构造矩形的例子中, 可行方案必须满足条件  $w + h = L/2$ ,  $w$  和  $h$  取非负值。这样就产生了无穷多个可行解, 与购机票问题不同的是, 这一最优解是通过微积分方法求出的。

虽然运筹学模型是要在一组约束条件下, 使得某一具体的目标评判标准达到“最优”, 但它所得出的解的质量取决于模型对实际问题刻画的完全性。以购机票问题为例, 假如我们不能找出购买机票的所有方案, 那么所得到的解只相对于所选模型是最优的。具体而言, 假如方案 3 没有包括在模型中, 那么所得到的“最优”解就是用 1 880 美元来购买这些机票, 这只是一个次优的 (suboptimal) 解。我们的结论是: 一个模型的“最优”只表明对这个模型是最好的, 只有当这个模型恰当地表达了实际问题时, 它的解对于实际问题才是最优的。

### 1.3 运筹学模型的求解

在运筹学中, 我们并没有一种万能的技术能求解出现实中可能出现的所有数学模型, 恰恰相反, 数学模型类型的多样性和复杂程度的差异性决定了求解方法迥异的特性。例如在 1.2 节中, 为求出购机票问题的解, 只要对各方案按照机票总费用排序就行了, 而对于构造矩形问题的求解, 就需要利用微积分来确定最大的面积。

**线性规划** (linear programming) 是最著名的运筹学技术, 专门用于带有线性目标函数和约束函数的模型。其他方法还有**整数规划** (integer programming) (变量取整数值)、**动态规划** (dynamic programming) (其中初始模型可分解成多个较小的子问题)、**网络**

规划 (network programming) (问题可以刻画成一个网络), 以及非线性规划 (nonlinear programming) (模型的函数是非线性的)。还有许多其他的运筹学方法。

大多数运筹学技术的一个特性是, 问题的解常常不是通过某种 (像解析式一样的) 闭形式 (closed forms) 得到的, 而是利用某些算法 (algorithm) 求出的。算法提供一些固定的计算规则, 利用规则反复对问题进行计算, 每次重复计算 (称为迭代 (iteration)) 使得到的解向最优解逐步靠近。由于每次迭代的计算往往是类似的, 计算量又大, 因此这些算法都必须在计算机上运行。

有些数学模型可能非常复杂, 利用已有的最优化算法也无法求出最优解。在这种情况下, 可能必须放弃寻找最优解, 这就需要利用某些启发式算法 (heuristics/metaheuristics) 或某些经验方法, 作为一类智能化的搜索规则, 逐步向最优解靠拢, 从而找到一个较好的解。

## 运筹学趣闻

## 算法编程第一人埃达·洛夫莱斯

虽然算法的第一个概念的提出归功于代数学的创始人花拉子密 (Muhammad Ibn-Musa Al-Khwarizmi, 约 780 年生于乌兹别克斯坦, 约 850 年卒于伊拉克巴格达)<sup>①</sup>, 但英国人埃达·洛夫莱斯 (Ada Lovelace, 1815—1852) 开发了世界上第一个计算机算法。当我们提到计算机时, 通常是指著名的英国数学家查尔斯·巴贝奇 (Charles Babbage, 1791—1871) 最先设计的机械差分分析机。

埃达·洛夫莱斯对数学的兴趣极大, 在少女时期, 她去过高查尔斯·巴贝奇家里, 对他的发明及其可能用来做更多的算术运算十分着迷。她与查尔斯·巴贝奇合作, 把一篇介绍分析机详细设计方案的文章翻译成英文。这篇文章是根据查尔斯·巴贝奇在意大利作的报告写成的, 埃达·洛夫莱斯添加了自己的批注 (这些批注比正文还要长, 而且包括对查尔斯·巴贝奇设计思路的一些修正)。她的一篇笔记详细记下了当时这个史无前例的算法, 用来在尚未完成的分析机上计算贝努利数。她甚至预言, 查尔斯·巴贝奇的机器能处理符号 (不止是数字), 并能生成复杂的音乐乐谱。<sup>②</sup>

埃达·洛夫莱斯 37 岁英年早逝。为了纪念她, 为美国国防部开发的计算机语言 Ada 以她的名字命名。每年 10 月中旬的埃达·洛夫莱斯日就是为了纪念国际上科学、技术、工程和数学领域的杰出女性科学家。去过伦敦圣杰姆斯广场的人可能还记得那个蓝色的纪念匾, 上面写着 “Ada Countess of Lovelace (1815—1852) Pioneer of Computing” (计算先驱埃达·洛夫莱斯)。

<sup>①</sup> 根据 Dictionary.com, 算法 algorithm 一词源于“中世纪的拉丁语 algorismus, 是阿拉伯语 al-Khwarijmi 的混合翻译”。

<sup>②</sup> 由于缺乏经费, 加上其他因素, 查尔斯·巴贝奇在他的有生之年未造出功能完善的计算机。到了 1991 年, 伦敦科学馆才用查尔斯·巴贝奇当时的材料和技术建造了一台完整的差分计算机 2 号, 从而证明了他的设计思路。目前还在进行的一项长期工作, 试图完全通过公众捐款建造一台能够运行的分析机。值得注意的是, 现代的计算机也是按照查尔斯·巴贝奇 100 年前提出的组成部分来设计的, 如内存、CPU、输入和输出。

## 1.4 排队模型和模拟模型

排队和模拟用于研究等待队列，它们不属于最优化技术，而是用来度量等待队列的性能，例如队列中的平均等待时间、服务的平均等待时间以及服务设施的利用率等。

排队模型利用概率论和随机模型对等待队列进行分析，模拟则是通过模仿实际系统的行为来估计这些性能指标。从某种意义上讲，模拟可以被认为是观察实际系统的一种次好的方法。排队和模拟之间的主要差别在于，排队模型是纯数学的，因此不得不服从于具体的假设，这就限制了它们的应用范围，模拟则非常灵活，可用来分析任何实际的排队情形。

模拟的使用也并非没有缺点，建立模拟模型的过程既费时又费力，此外，即使在速度最快的计算机上运行模拟模型，通常也很慢。

## 1.5 建模的艺术

1.2 节中所建的示例模型是对实际情况的真实表达，这在运筹学中是很少出现的，因为在大多数应用问题中通常都涉及（不同程度的）各种近似。图 1-1 表示运筹学建模过程中表现出的抽象水平。我们把注意力放在控制实际系统行为的主要变量上，从真实情况中抽象出假定的实际系统。这样的模型以某种可处理的方法，表达出代表这个假定的实际系统行为的数学函数。

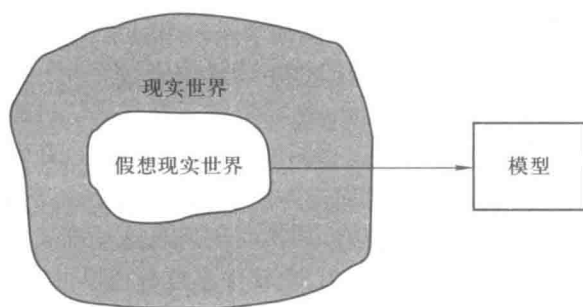


图 1-1 建模中的抽象水平

为了说明建模中的不同抽象水平，我们列举 Tyko 制造公司的例子。该公司生产各种塑料制品，当一份生产订单下达到生产部门时，必要的原材料要从公司的库存中获得或从外面购买，完成批量生产后，销售部门负责向客户分销这些产品。

在对 Tyko 公司的情况进行分析时，要面对的一个问题是决定生产批量的大小。那么，如何用模型来表达这个问题呢？

考察整个系统后，我们发现有许多变量都可以直接用来表示生产水平，下面是按照部门分类的一部分变量：

(1) 生产部门：用现有机器、工人工作时间、半成品库存量以及质量控制标准表示的生产能力。

(2) 原材料部门：现有原材料库存量、采购供货安排、库存限量。

(3) 销售部门：销售预测、分销网能力、广告促销能力和竞争效果。



在这些变量中, 每一个都影响 Tyko 公司的生产量水平, 要想在这些变量与产量水平之间建立起明确的函数关系并非易事。

第一个抽象水平需要定义假定实际系统的边界, 通过仔细分析, 我们可以用两个主要变量来近似描述实际系统: (1) 生产率; (2) 消费率。

计算生产率要用到生产能力、质量控制标准以及现有原材料等变量, 消费率则可以利用与销售部门有关的变量算出。本质上, 从现实世界到假想现实世界的简化, 是通过把多个现实世界变量“简化”成某个假想现实世界变量来实现的。

这样, 从假想现实世界抽象出一个模型就比较容易了。利用生产率和消费率, 就可以度量库存的剩余或不足, 从而建立起抽象出来的模型, 用来平衡库存过剩或库存短缺所引起的冲突成本, 使库存的总费用达到最少。

## ■ 1.6 仅有数学是不够的

由于运筹学模型是一种数学模型, 因此经常有人 would 认为, 运筹学的运用总是要根植于数学分析。虽然数学建模是运筹学的基石, 但我们首先应该运用一些简单的方法。在一些情况下, 通过简单的观察就能得到某个“常识性”的解。实际上, 大多数决策问题总是会受到人的因素的影响, 对人类心理的研究可能成为解决问题的关键。这里我们举六个例子来说明这一观点:

(1) 2004 年, 美国联合包裹服务公司 (United Parcel Service, UPS) 全面应用其 ORION 软件 (该软件基于先进的旅行商算法开发), 为卡车司机安排每天的详细送货路线, 使公司的盈利大增。与司机现在的行车路线相比, 该软件在通常情况下能够给出更短的路线, 每年可节省上百万美元。但司机并不愿意承认机器要好过他们, 因为他们有多年的实际工作经验。面对这一人-机矛盾, ORION 的开发人员想了一个办法, 在给出的行车路线表单的上方放置一个小标语, 上面写着“打败计算机”。与此同时, 他们让计算机生成的行车路线不变, 司机时刻想着这一挑战, 也有人给出了比计算机建议的路线更好的方案。从此, ORION 软件不再与司机做对, 反过来, 司机把这一软件作为直觉和经验的补充。<sup>①</sup>

(2) 得克萨斯休斯敦国际机场的到达旅客常抱怨等待行李的时间太长。虽然增加了行李搬运工人, 希望缓解这一问题, 但抱怨仍时有发生。最终机场作出决策, 将到达旅客的出口挪到离行李提取处更远的地方, 让旅客到达行李提取处要走更远的路。这样抱怨就消失了, 因为加长了行走距离给行李送到传送带留出了充裕的时间。<sup>②</sup>

(3) 一个美国、加拿大联合专家小组用排队论对英国某大机场值机柜台的实际情况进行研究和分析, 建议在适当位置放置一些指示牌, 以便让离登机时间不足 20 分钟的紧急旅客可以直接排到队首, 申请即刻办理登机手续。但这一解决办法并不奏效, 因为大部分旅客是英国人, 他们“习惯于非常严格地遵守排队纪律”, 不愿意插到其他排队旅客的前面。<sup>③</sup>

<sup>①</sup> <http://www.fastcompany.com/3004319/brown-down-ups-drivers-vs-ups-algorithm>. 也参见 “At UPS, the Algorithm Is the Driver.” *Wall Street Journal*, February 16, 2015.

<sup>②</sup> Stone, A., “Why Waiting Is Torture”, *The New York Times*, August 18, 2012.

<sup>③</sup> Lee, A., *Applied Queuing Theory*. St. Martin's Press, New York, 1966.