国家科学技术学术著作出版基金
NFAPST

Fuzzy Information Processing:
Theory and Application

模糊信息处理理论与应用

谢维信　裴继红　李良群　著

科学出版社

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

模糊信息处理理论与应用

谢维信　裴继红　李良群　著

科学出版社
北京

内 容 简 介

模糊信息处理是智能信息处理的重要方向。本书是关于模糊信息处理理论与应用的一部专著。全书共12章，系统地阐述模糊集合、模糊关系、模糊逻辑、语言变量和模糊不确定性等模糊集合与模糊系统的基础理论，对模糊信息处理在模糊聚类、模糊神经网络、模糊识别技术、模糊图像分割以及目标跟踪的模糊信息方法等方面的理论和应用进行深入分析，给出相应的技术与方法。

本书可供智能信息处理、模糊信息处理、模式识别、信息融合、目标跟踪等领域的科技工作者阅读与参考，也可作为相关专业研究生的教材或教学资料。

图书在版编目(CIP)数据

模糊信息处理理论与应用 / 谢维信，裴继红，李良群著. —北京：科学出版社，2018.8

ISBN 978-7-03-057577-7

Ⅰ. ①模… Ⅱ. ①谢… ②裴… ③李… Ⅲ. ①模糊信息—信息处理 Ⅳ. ①TP391

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 112519 号

责任编辑：任 静 / 责任校对：郭瑞芝
责任印制：师艳茹 / 封面设计：迷底书装

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

三河市骏杰印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018年8月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2018年8月第一次印刷 印张：28 1/2 插页：2
字数：675 000

定价：168.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

前　言

要建立智能系统，必须解决人类知识中的不确定性问题。随着对不确定性问题研究的深入开展，人们理解到用概率论和统计学来讨论随机性并非是研究不确定性的唯一形式。模糊性也是一种不确定性，这种不确定性是用模糊集合的概念来表示的。从 1965 年 L. A. Zadeh 提出模糊集的基本概念以来，模糊集理论已经获得了长足的发展。在信息处理中经常需要学习模拟人类智能中处理模糊不确定性的能力。模糊信息处理理论也因此而发展，并已获得了广泛的应用。本书作者及其团队从 20 世纪 80 年代开始就致力于模糊信息的研究和教学工作，本书对我们三十多年的研究成果进行了整理和总结。

本书第 1～3 章给出模糊集合、模糊关系和模糊逻辑的基本内容，为了便于读者学习，对学习本书必备的集合论的基本知识进行回顾。第 4 章讲述语言变量和模糊算法。第 5 章集中讨论模糊不确定性和模糊信息。第 6 章和第 7 章分别论述模糊聚类和模糊聚类的有效性。第 8 章研究模糊神经网络，其间论述模糊系统和神经网络之间的等价性。第 9 章讨论模糊识别技术，在其中作为范例介绍了舰船目标和手绘图形的模糊识别方法。第 10 章讨论图像分割的模糊信息处理技术。第 11 章、第 12 章分别研究基于模糊信息处理的雷达目标跟踪和视频多目标跟踪。

曾经在西安电子科技大学信号与信息处理专业工作和攻读博士学位的博士刘健庄、李文化、钱沄涛、范九伦、魏立梅、高新波、李昌华、龚忻等，结合科研工作和博士学位论文对模糊信息处理理论与应用进行了深入的研究，他们所取得的有关成果对完成本书做出了贡献，在此向他们表示感谢。

本书相关的科研工作得到了多项国家自然科学基金、国家 863 计划、教育部博士点基金、国防预研等科研项目的资助。李德毅院士、陆建华院士和何友院士对本书的工作给予了指导和支持，在此表示衷心的感谢。本书的出版获得了国家科学技术学术著作出版基金的资助，特在此一并致谢。

谢维信

2018 年 3 月

目　录

第1章 模糊集合

1.1 普通集合

1.1.1 集合的概念

我们把被讨论的全体对象的集合称为论域，论域通常以U，V，…，X，Y，… 等大写字母表示。把论域中的每个对象称为元素，以相应的u，v，…，x，y，… 等小写字母表示。

定义 1.1.1 给定论域X和某一性质P，X中具有性质P的元素所组成的总体称为集合，简称集。

经常以大写字母A，B，… 来表示集合。从中任意指定一个元素x及任意一个集合A，在x和A之间，要么x属于A(记作$x \in A$)，要么x不属于A(记作$x \notin A$)，二者必居且仅居其一，这是普通集合论中最起码的要求。

如果一个集合所包含的元素为有限个，就称为有穷集，否则称为无穷集。

在数学上常用式(1.1.1)表示某一集合A:

$$A = \{x \mid P(x)\} \tag{1.1.1}$$

其中，$P(x)$是"x具有性质P"的缩写。

例 1.1.1 $A=\{x \mid x$是正整数$\}$，即A是由全体正整数所组成的集合。有时候可以简写成$A=\{x$是正整数$\}$。

有穷集可以用列举法来表示。

例 1.1.2 $A=\{x \mid x=a,b,c$或$d\}$，这是由a、b、c、d四个元素组成的集合。用列举法可以表示为$A=\{a,b,c,d\}$。

例 1.1.3 $A=\{x \mid x=a\}=\{a\}$，这是一个单点集，即仅有一个元素a的集合。

为了表示方便，我们在后面的论述中引进了逻辑符号$\wedge$、$\vee$、^{c}、$\Rightarrow$、$\Leftrightarrow$、$\exists$和$\forall$。$A \wedge B$表示A且B。$A \vee B$表示A或B。A^{c}(或记作$\overline{A}$)表示非A。$A \Rightarrow B$表示A蕴含B。$A \Leftrightarrow B$表示A和B等价。$(\exists x)P(x)$表示存在x满足$P(x)$。$(\forall x)P(x)$表示所有的x均满足$P(x)$。

1.1.2 空集、全集、子集和幂集

定义 1.1.2 不含论域X中任何元素的集合称为空集，记为$\varnothing$，即

$$\varnothing = \{x \mid x \neq x\}$$

定义 1.1.3 论域的全体称为全集，记为Ω，即表示$(\forall x) \in \Omega$。

定义 1.1.4 设A、B是X上的两个集合，如果对任意$x \in X$，都有

$$x \in A \Rightarrow x \in B \ (\text{若} x \in A\text{，则} x \in B)$$

则称B包含A，记作$B \supseteq A$，或称A被B包含，记作$A \subseteq B$。

定义 1.1.5　如果 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，则称 A 和 B 相等，记作 $A=B$。

定义 1.1.6　若 $B\subseteq A$，则称 B 是 A 的子集。

显然有

$$\varnothing\subseteq A\subseteq \Omega \tag{1.1.2}$$

即空集是任何集合的子集。

定义 1.1.7　集合 A 的全体子集组成了 A 的一个子集族，称为集合的幂，记作 $P(A)$，即

$$P(A)=\{B\mid B\text{ 是 }A\text{ 的子集}\}$$

例如，设二元集 $A=\{a,b\}$，则

$$P(A)=\{\varnothing,\{a\},\{b\},\{a,b\}\}$$

于是 X 的子集 A 有两种记法：$A\subseteq X$ 或 $A\subseteq P(X)$。

1.1.3　集合的运算及其性质

定义 1.1.8　设 $A,B\subseteq P(x)$，有

$$A\bigcup B=\{x\mid x\in A\vee x\in B\} \tag{1.1.3}$$

$$A\bigcap B=\{x\mid x\in A\wedge x\in B\} \tag{1.1.4}$$

$$A^{\mathrm{c}}=\{x\mid x\notin A\} \tag{1.1.5}$$

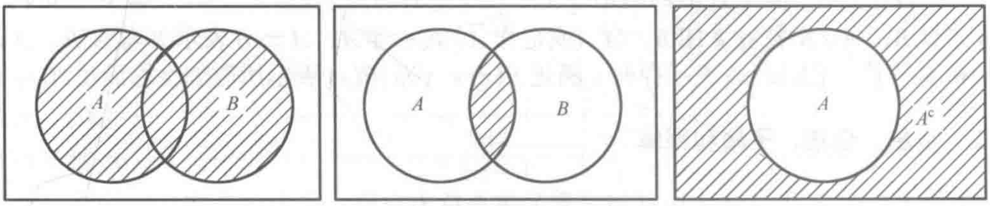
分别称为 A 与 B 的并集、交集和 A 的补集。

当有 n 个集合 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 进行并、交运算时，记作

$$A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n=\bigcup_{i=1}^{n}A_i \tag{1.1.6}$$

$$A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n=\bigcap_{i=1}^{n}A_i \tag{1.1.7}$$

可以用文氏图来表示集合的运算，如图 1.1.1 所示，分别表示两个集合的并集、交集和补集。



(a) $A\cup B$　　(b) $A\cap B$　　(c) A^{c}

图 1.1.1　集合运算示意图

上述集合运算有如下一些性质，注意到它们都是成对出现的。

(P1) **幂等律**：

$$A\bigcup A=A,\quad A\bigcap A=A$$

(P2) 交换律：

$$A\cup B=B\cup A,\quad A\cap B=B\cap A$$

(P3) 结合律：

$$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$$
$$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$$

(P4) 吸收律：

$$(A\cap B)\cup B=B$$
$$(A\cup B)\cap B=B$$

(P5) 分配律：

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$$
$$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$$

(P6) 两极律：

$$A\cup\Omega=\Omega,\quad A\cap\Omega=A$$

$$A\cup\varnothing=A,\quad A\cap\varnothing=\varnothing$$

(P7) 复原律：

$$(A^{c})^{c}=A$$

(P8) 互补律：

$$A\cup A^{c}=\Omega$$

$$A\cap A^{c}=\varnothing$$

(P9) 对偶律：

$$(A\cup B)^{c}=A^{c}\cap B^{c}$$
$$(A\cap B)^{c}=A^{c}\cup B^{c}$$

对偶律也称为德·摩根律。由它可导出一条对偶原则——集论中成立的任一定理，若将其中的$\cup$与$\cap$互换，A与A^{c}互换，$\subseteq$与$\supseteq$互换，则该定理仍成立。

对于多个集合，对偶律可表示为

$$\left(\bigcup_{i=1}^{n}A_i\right)^{c}=\bigcap_{i=1}^{n}A_i^{c}$$

$$\left(\bigcap_{i=1}^{n}A_i\right)^{c}=\bigcup_{i=1}^{n}A_i^{c}$$

定义 1.1.9　记

$$A-B=\{x\mid x\in A\wedge x\notin B\}\tag{1.1.8}$$

称为B对A的差集，简称A减B。

差运算与补运算可以互相表示：

$$A - B = A \cap B^c \tag{1.1.9}$$

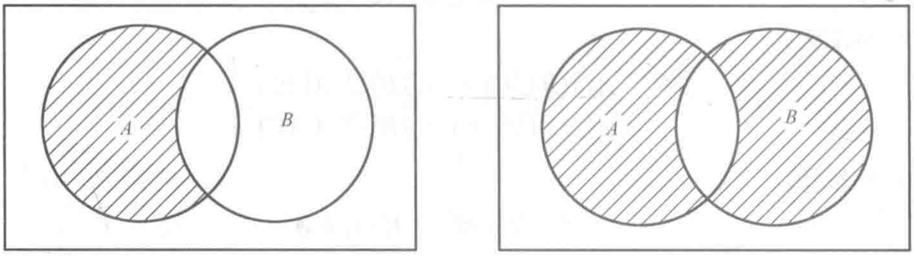
$$A^c = \Omega - A \tag{1.1.10}$$

定义 1.1.10　记

$$A \Theta B = (A - B) \cup (B - A) \tag{1.1.11}$$

称为 A 与 B 的对称差。

图 1.1.2 表示了集合的差与对称差。由图可见，$A-B$ 意味着属于 A 而不属于 B 的所有元素组成的集合，而 $A\Theta B$ 意味着或仅属于 A 或仅属于 B 的所有元素组成的集合。



(a) $A-B$　　(b) $A \Theta B$

图 1.1.2　集合的差与对称差

1.1.4　特征函数

设 A 是论域 X 上的集合，记

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \tag{1.1.12}$$

为集合 A 的特征函数。

式(1.1.12)表明，对于任意 $x \in X$，都有唯一确定的特征函数 $\mu_A(x) \in \{0,1\}$ 与之对应。这样的对应关系称为映射。

据此，可以将 A 表示为

$$\mu_A(x): X \to \{0,1\} \tag{1.1.13}$$

式(1.1.13)表示 $\mu_A(x)$ 是从 X 到 $\{0,1\}$ 的一个映射，它唯一确定了集合 A：

$$A = \{x \mid \mu_A(x) = 1\}$$

特征函数 $\mu_A(x)$ 表征了元素 x 对集合 A 的隶属程度。当 $\mu_A(x)=1$ 时，表示 x 完全隶属于 A；当 $\mu_A(x)=0$ 时，表示 x 完全不属于 A。

例 1.1.4　设论域 $X=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$，集合 $A=\{x_2,x_3,x_5\}$。我们得到

$$\mu_A(x_1)=0,\quad \mu_A(x_2)=1,\quad \mu_A(x_3)=1,\quad \mu_A(x_4)=0,\quad \mu_A(x_5)=1$$

可以将 A 记为

$$A = \mu_A(x_1)/x_1 + \cdots + \mu_A(x_5)/x_5 = 0/x_1 + 1/x_2 + 1/x_3 + 0/x_4 + 1/x_5$$

这里的“+”号并不是求和，而是表示各个元素和特征函数对应关系的一个总括。

若$x\in A$，则$x\notin A^c$；若$x\notin A$，则$x\in A^c$。由此可以得到

$$\mu_{A^c}(x)=1-\mu_A(x) \tag{1.1.14}$$

除了这条运算性质，我们不难看出，特征函数也满足下列两条运算性质：

$$\mu_{A\cup B}(x)=\max(\mu_A(x),\mu_B(x)) \tag{1.1.15}$$

$$\mu_{A\cap B}(x)=\min(\mu_A(x),\mu_B(x)) \tag{1.1.16}$$

例 1.1.5 对于例 1.1.4 的情况，我们可以得到

$$\mu_{A^c}(x_1)=1,\quad \mu_{A^c}(x_2)=0,\quad \mu_{A^c}(x_3)=0,\quad \mu_{A^c}(x_4)=1,\quad \mu_{A^c}(x_5)=0$$

于是，可以将A^c表示为

$$A^c=1/x_1+0/x_2+0/x_3+1/x_4+0/x_5$$

集合运算实质上是逐个元素地对其特征函数进行运算。特征函数的这种运算与二值逻辑的布尔运算$(\{0,1\},\ \vee,\ \wedge,\ ^c)$一致。

根据特征函数的讨论，可以引出模糊集合的概念。

1.2 模糊集合的基本概念和运算

1.2.1 模糊集合的概念

在普通集合论中，论域X中的某一个元素x要么完全属于某个集合A（$\mu_A(x)=1$），要么完全不属于A（$\mu_A(x)=0$），元素间的分类具有分明的边界。从这个意义上说，也可以称普通集合为“硬集”。

例 1.2.1 设教室中有 5 个学生，分别以s_1、s_2、s_3、s_4和s_5来表示，其中s_1、s_2和s_3是男生，s_4和s_5是女生。以A_1表示男生的集合，以A_2表示女生的集合。使用特征函数的概念，可以将A_1和A_2分别表示为

$$A_1=1/s_1+1/s_2+1/s_3+0/s_4+0/s_5$$
$$A_2=0/s_1+0/s_2+0/s_3+1/s_4+1/s_5$$

显然，A_1和A_2的分界是分明的。但是，当试图在这 5 个学生中构成一个表示“有才干的学生”的集合时，会感到传统的集合概念是难以应用的。学生的才干虽有高低之分，但是，对于“有才干的学生”这样的集合，不能指明哪些学生一定属于它，哪些学生一定不属于它。实际上人们在处理这样的问题时，也不需要完全确定谁是或者谁不是它的成员，只需要对每个元素确定一个数，用这个数来表示该元素对所言集合的隶属程度。若学生s_1对于“有才干的学生”的集合隶属程度高于学生s_2，我们就说学生s_1比学生s_2相对地更属于“有才干的学生”这个集合。

正是考虑到在现实世界中很多事物的分类边界是不分明的，而这种不分明的划分在人类的识别、判断和认知过程中起着重要的作用，为了用数学的方法来处理这种问题，Zadeh 于 1965 年提出了模糊集合的概念[1]。他用隶属度函数来划分处于中间过渡的事物对差异双方所