



全国高等职业教育“十三五”规划教材
工程测量技术骨干专业核心课程规划教材

控制测量

葛山运 朱卫东 主编

Kongzhi
Celiang

China University of Mining and Technology Press

中国矿业大学出版社

全国高等学校教育“十三五”规划教材
工程测量技术骨干专业核心课程规划教材

控制测量

主 编 葛山运 朱卫东
副主编 尹文亭 付宁波
参 编 陈 刚

中国矿业大学出版社

内 容 提 要

本书共分 11 个项目,内容主要包括控制测量基本知识、控制测量技术设计、精密角度测量、精密距离测量、GNSS 平面控制测量、导线平面控制测量、精密水准控制测量、三角高程控制测量、GNSS 高程控制测量、控制测量技术总结、控制测量成果质量检验。通过本书的学习,学生能够了解、熟悉整个控制测量的全过程。

本书注重理论与实践相结合,突出能力培养的目标,应用性强,可作为高职高专测绘类专业控制测量课程的教学用书,也可作为相关专业工程技术人员的测量技能培训和学习参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

控制测量 / 葛山运,朱卫东主编. — 徐州:中国矿业大学出版社,2018.9

ISBN 978 - 7 - 5646 - 4001 - 9

I. ①控… II. ①葛…②朱… III. ①控制测量
IV. ①P221

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第115798号

书 名 控制测量
主 编 葛山运 朱卫东
责任编辑 何晓明
出版发行 中国矿业大学出版社有限责任公司
(江苏省徐州市解放南路 邮编 221008)
营销热线 (0516)83885307 83884995
出版服务 (0516)83885767 83884920
网 址 <http://www.cumtp.com> E-mail: cumtpvip@cumtp.com
印 刷 江苏淮阴新华印刷厂
开 本 787×1092 1/16 印张 17.25 字数 430 千字
版次印次 2018 年 9 月第 1 版 2018 年 9 月第 1 次印刷
定 价 32.00 元

(图书出现印装质量问题,本社负责调换)

前 言

“控制测量”是高职高专测绘类专业课程体系中的一门专业基础课程,是专业核心能力模块的重要组成部分。但传统的控制测量教材以了解仪器结构与性能、培养仪器操作基本技能为主,忽视了实际测绘生产中控制测量项目的整体性,导致学生学完课程后仍不能很好地完成一个控制测量项目,甚至连测量规范标准都看不明白。因此,本书以11个生产项目为载体,以项目的实施过程为导向,以学生为主体,紧扣测量规范标准,组织教学内容。

本教材编写宗旨是既要突出控制测量理论知识的重要性,又要强调控制测量基本技能的掌握,目的是提高学生职业素质,为实现“零距离”上岗奠定基础,培养测绘技术技能型人才。教材内容选取以当前测绘生产广泛应用的新技术、新方法、新手段为主,编写时参考了最新颁布的测绘相关国家行业标准,还参考了大量的相关书籍和文献资料,引用了部分专家、学者的研究成果,在此一并表示衷心的感谢。

本书由葛山运、朱卫东任主编,尹文亭、付宁波任副主编;编写人员及分工如下:项目一、项目二、项目三、项目六、项目八和项目十由重庆工程职业技术学院葛山运编写;项目四由吉安职业技术学院尹文亭编写;项目七由上海海洋大学朱卫东编写;项目五和项目九由江西省测绘成果质量监督检验测试中心付宁波编写;项目十一由河南测绘职业学院陈刚编写。全书由葛山运统稿。

由于编者水平有限和时间仓促,书中难免存在错误和不足之处,恳请使用本教材的老师和广大读者提出宝贵的意见和建议,随时与编者联系,E-mail:704858955@qq.com,以便进一步修正和完善。

编 者

2018年4月

目 录

项目一 控制测量基本知识	1
任务一 控制测量的概念、任务与作用	1
任务二 控制测量工作的基准面与基准线	2
任务三 地球椭球及其定位与定向	4
任务四 控制测量的坐标系统	12
任务五 控制测量的高程基准与高程系统	27
任务六 国家控制测量框架基础	32
任务七 工程控制测量框架基础	38
任务八 控制测量的基本方法	40
任务九 控制测量的一般作业流程	44
项目二 控制测量技术设计	46
任务一 测绘技术设计	46
任务二 控制网设计基本流程	49
任务三 控制测量技术设计书编写	51
项目三 精密角度测量	55
任务一 精密测角仪器的认识与使用	55
任务二 角度测量的误差分析	63
任务三 水平角测量	71
任务四 垂直角测量	77
项目四 精密距离测量	82
任务一 电磁波测距原理与电磁波测距仪	82
任务二 电磁波测距的误差分析	87
任务三 全站仪精密距离测量	93
项目五 GNSS 平面控制测量	99
任务一 GNSS 测量简介	99
任务二 全球定位系统(GPS)基础知识	102
任务三 GPS 测量的误差分析	110
任务四 GPS 控制测量技术设计	112

任务五	GPS 控制点实地选定与标石埋设	121
任务六	GPS 控制网外业数据采集	124
任务七	GPS 控制网内业数据处理	131
项目六	导线平面控制测量	160
任务一	导线测量技术要求与技术设计	160
任务二	导线测量实地选点与标石埋设	163
任务三	导线测量的外业观测	166
任务四	导线测量的内业计算	174
项目七	精密水准测量	192
任务一	精密水准测量仪器的认识与使用	192
任务二	精密水准仪与水准尺的检验与校正	194
任务三	精密水准测量误差分析	198
任务四	精密水准测量技术设计	203
任务五	精密水准测量的实地选点与标石埋设	208
任务六	精密水准测量的外业观测	210
任务七	精密水准测量的内业计算	216
项目八	三角高程控制测量	221
任务一	三角高程测量原理	221
任务二	三角高程控制测量	225
项目九	GNSS 拟合高程测量	228
任务一	GNSS 拟合高程测量概述	228
任务二	GNSS 拟合高程计算	229
任务三	GNSS 拟合高程精度评定	230
项目十	控制测量技术总结	233
任务一	测绘技术总结基本规定	233
任务二	控制测量专业技术总结编写	234
项目十一	控制测量成果质量检验	238
任务一	测绘成果质量检查与验收基本规定	238
任务二	平面控制测量成果质量检验	239
任务三	高程控制测量成果质量检验	250
参考文献	268

项目一 控制测量基本知识



项目概述

本项目主要介绍了控制测量的基本知识,包括控制测量的概念、任务及作用;控制测量工作的基准面与基准线;地球椭球及其定位与定向;控制测量的坐标系统;控制测量的高程基准与高程系统;国家控制测量框架基础;工程控制测量框架基础;控制测量的基本方法;控制测量的一般作业流程。



学习目标

【知识目标】了解控制测量的概念、任务及作用;理解地球椭球参数及定位与定向;了解控制测量的基准面和基准线;熟悉控制测量常用的坐标系统的特点;熟悉坐标转换的原理;掌握坐标转换的方法步骤;熟悉控制测量的高程基准;掌握控制测量常用的高程系统的定义;了解国家水准网、平面控制网、三维 GNSS 控制网框架;熟悉工程高程控制网、工程平面控制网的等级划分及相应的技术要求;了解控制测量的基本方法;掌握控制测量工作的基本流程。

【技能目标】能理解地球、地球椭球、参考椭球、总地球椭球之间的关系;会进行高斯投影 6° 分带、 3° 分带;能进行高斯正反算、坐标换带计算;能进行常用坐标系统之间的转换;能理解不同高程系统之间的关系;能根据工程项目的范围大小、精度要求确定相应的控制网等级。

任务一 控制测量的概念、任务与作用

一、控制测量的概念

在一定的区域范围内,设置的若干个能够长期保存、便于应用、有控制意义的地面固定点位,称为控制点。将上述若干个控制点按一定的规律和要求连接构成统一的网状几何图形,称为控制网。控制测量通常是指在一定的区域范围内,按测量任务所要求的精度布设控制网,测定控制网中一系列地面标志点(控制点)的平面位置和高程的工作。

控制测量由平面控制测量和高程控制测量组成。测定地面控制点平面位置的工作称为平面控制测量;测定地面控制点高程的工作称为高程控制测量。

广义的控制测量包括大地控制测量和工程控制测量。在全国广大的区域范围内,按照国家统一颁发的法式、规范进行的控制测量称为大地控制测量,这样建立起的控制网称为大地控制网。在较小的地区范围内,为某项工程建设或施测局部大比例尺地形图的需要,在大地控制网的基础上独立建立控制网而进行的控制测量称为工程控制测量,这样建立起的控

制网称为工程控制网。狭义的控制测量是指工程控制测量。

二、控制测量的任务与作用

(一) 大地控制测量的任务与作用

大地控制测量的基本任务是在广大区域上精密测定一系列地面标志点的平面坐标和高程,建立大地控制网。

大地控制测量的主要作用是:

- (1) 为地形图测绘和大型工程测量提供基本控制。
- (2) 为研究地球形状、大小和其他科学问题提供资料。
- (3) 为空间科学技术和军事国防需要提供保障。

(二) 工程控制测量的任务与作用

工程控制测量的服务对象主要是各种工程建设,这就决定了它的测量范围比大地控制测量要小,并且在观测手段和数据处理方法上还具有多样化的特点。作为控制测量主要服务对象的工程建设工作,在进行过程中,大体上可分为设计、施工和运营三个阶段。每个阶段都对控制测量有不同的要求,其基本任务与作用分述如下:

- (1) 在勘测设计阶段,建立测图控制网,作为大比例尺地形图测绘的依据。
- (2) 在施工阶段,建立施工控制网,作为施工放样测量的依据。
- (3) 在竣工后的运营阶段,建立变形观测控制网,作为工程建筑物变形监测的依据和基准数据。

综上所述,控制测量在国民经济建设和社会发展中发挥着决定性的基础保障作用;在防灾、减灾、救灾及环境监测、评价与保护中发挥着特殊的作用;在发展空间技术和国防建设中,在丰富和发展当代地球科学的有关研究中,以及在发展测绘工程事业中,它的地位和作用将显得越来越重要。

任务二 控制测量工作的基准面与基准线

一、控制测量外业的基准面与基准线

地球上的任一点,都同时受到两个力的作用:地球自转的离心力和地心引力,它们的合力称为重力,重力的方向线称为铅垂线(图 1-1)。

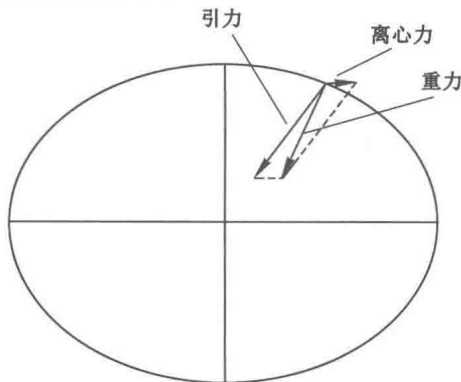


图 1-1 铅垂线

通常,测量外业工作都需要一个处于静止状态的水面,例如平静的湖泊水面,称其为一个水准面。水准面实质是重力等位面,水准面处处与铅垂线垂直,否则水就要流动,处于运动状态。在地球引力起作用的空间范围内,通过任何高度的点都有一个水准面,水准面有无数多个。

过水准面上某点的切平面称为水平面。观测水平角时,置平测角仪器就是使仪器的纵轴位于铅垂线方向,从而使水平度盘位于通过度盘中心的水准面的切平面上。因此,所测水平角实际上就是视准线在水准面上的投影线之间的夹角。此外,用水准测量所求出的两点间的高差,就是过这两点的水准面间的垂直距离。对于边长的观测值,也存在化算到哪个高程水准面上的问题。

上述三类地面观测值,除水平角外,都与水准面的选取有关,特别是水准测量的结果,更是直接取决于水准面的选择。于是,为了使不同测量部门所得出的观测结果能够互相比较、互相统一、互相利用,有必要选择一个最有代表性的水准面作为外业成果的统一基准。

我们知道,海洋面积约占地球总面积的 71%,从总体上来说,海水面是地球上最广大的天然水准面。设想把一个只受重力作用,无潮汐风浪影响,完全处在静止和平衡状态的海水面扩展延伸到大陆下面,形成一个处处与铅垂线正交的、包围整个地球的封闭曲面,则称为大地水准面,它所包围的形体称为大地体。

由于大地水准面的形状和大小均接近地球自然表面的形状和大小,并且它的位置是比较稳定的,因此,我们选取大地水准面作为测量外业的基准面,而与其相垂直的铅垂线则是测量外业的基准线。

二、控制测量内业的基准面与基准线

如上所述,虽然大地水准面最适合作为测量外业工作的基准面,但是控制测量的最终目的是精确确定控制点在地球表面上的位置,为此必须确知所依据的基准面的形状。也就是说,基准面的形状要能用数学公式准确地表达出来。大地水准面是否能满足这一要求呢?研究表明,由于地表起伏以及地层内部密度的变化造成质量分布不均匀,大地水准面延伸穿过大陆的部分是略有起伏的不规则表面,无法用数学公式把它精确地表达出来,因而也就不确知其形状。如图 1-2 所示,高山的右侧是一片谷地,且山体下部有重金属矿体,因而造成左、右两侧局部质量分布的较大差异,以致左侧引力增加,铅垂线向左偏斜,大地水准面稍微隆起,如图中虚线所示,呈现出不规则的变化。因此,大地水准面不能作为控制测量内业计算的基准面。

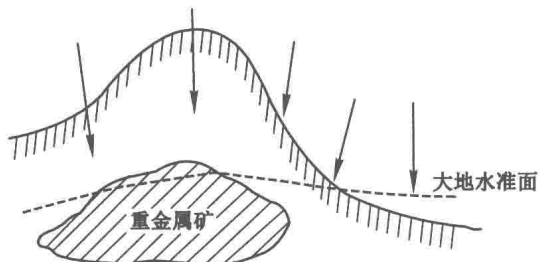


图 1-2 大地水准面

随着科学技术的发展,人类逐渐认识到地球的形状极近于一个两极略扁的旋转椭球(一个椭圆绕其短轴旋转而成的形体)。对于这个椭球的表面,可用简单的数学公式将它准确地表达出来,因而世界各国通常都采用旋转椭球代表地球。它的形状和大小与椭球的长短半径 a 、 b 有关,也可用与这两个量有关的其他量来表示。

选好一定形状和大小的椭球后,还不能直接在它上面计算点位坐标,这是因为我们的观测成果是以大地水准面为基准的,因此,首先应将大地水准面为基准的野外观测成果化算到椭球面上。要做到这一点,只确定椭球面的形状和大小是不够的,还必须将椭球面与大地水准面在位置上的相对关系确定下来,这个工作称为椭球定位与定向。

我们把椭球形状和大小与大地体相近并且确定两者之间的相对位置关系的地球椭球称为参考椭球或总地球椭球。参考椭球面或总地球椭球面是测量内业计算的基准面,其法线是内业计算的基准线。世界各国都根据本国或本地区的地面测量成果选择一种适合本国要求的参考椭球,因而参考椭球有许多个。这样确定的参考椭球在一般情况下和各国领域内的局部大地水准面最为接近,对该国的常规测绘工作而言较为方便。然而,当我们将各国的测量成果联系起来进行国际合作时,则参考椭球的不同又带来了不便,因此,从全球着眼,必须寻求一个和整个大地体最为接近的参考椭球,称为总地球椭球。

三、垂线偏差和大地水准面差距

如上所述,无论是参考椭球还是总地球椭球,其表面都不可能与大地水准面处处重合,因而在同一点上所作的这两个面的垂线,即大地水准面的铅垂线与椭球面的法线也必然不会重合(图 1-3),两者之间的夹角 u 称为垂线偏差。 u 在子午圈和卯酉圈上的投影分量通常分别用 ξ 和 η 表示。大地水准面与椭球面在某一点上的高差称为大地水准面差距,用 N 表示。当前者高于后者时, $N > 0$;反之, $N < 0$ 。

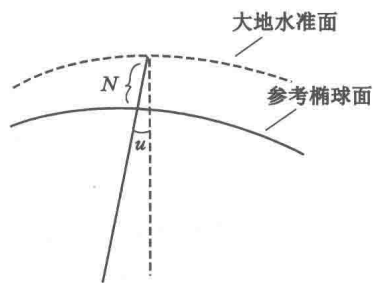


图 1-3 垂线偏差与大地水准面差距

在控制测量中,以参考椭球面(或总地球椭球面)作为测量内业计算的基准面,而实际外业测量时是以大地水准面为准的,为此,必须把大地水准面为准的测量数据归算到参考椭球面上,然后才能进行计算。这时,就需知道垂线偏差的两个投影分量和大地水准面差距的值。

任务三 地球椭球及其定位与定向

如前所述,测量外业工作是在地球表面上进行的,它是大地水准面为基准面、以铅垂线为基准线的。而大地水准面是一个略有起伏的不规则的曲面,不能作为测量计算的基准面。为了测量计算的需要,必须选取一个形状和大小与大地水准面非常相近,且两者之间相对位置关系确定的参考椭球面(或总地球椭球面)作为测量计算的基准面。因此,椭球参数的确定、坐标系的建立、椭球的定位与定向是一切测量计算的基础。

一、地球椭球

(一) 地球椭球的定义

在控制测量中,地球椭球是地球的数学模型,是用来代表地球的椭球。

地球椭球的几何定义:如图 1-4 所示, O 是椭球中心, NS 为旋转轴, a 为长半轴, b 为短半轴。包含旋转轴的平面与椭球面相交所得的椭圆,称为子午圈(经圈)。垂直于旋转轴的平面与椭球面相交所得的椭圆,称为平行圈(纬圈)。通过椭球中心的平行圈,即为赤道。

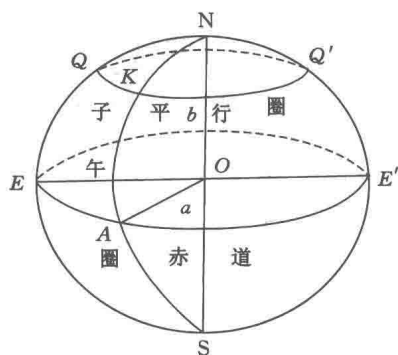


图 1-4 地球椭球及椭球参数

(二) 椭球参数及相互关系

1. 椭球参数

确定地球椭球形状和大小的五个基本参数为:长半轴、短半轴、扁率、第一偏心率和第二偏心率。

椭球的长半轴: a

椭球的短半轴: b

椭球的扁率:

$$f = \frac{a - b}{a} \quad (1-1)$$

椭球的第一偏心率:

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \quad (1-2)$$

椭球的第二偏心率:

$$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}} \quad (1-3)$$

式中, a 、 b 称为长度元素;扁率 f 反映了椭球体的扁平程度;偏心率 e 和 e' 是子午椭球的焦点离开中心的距离与椭圆半径之比,它们也反映椭球体的扁平程度,偏心率越大,椭球越扁。

除了以上基本参数外,还有两个计算中常用的辅助函数,即第一基本纬度函数 W 和第二基本纬度函数 V ,它们只与椭球偏心率和纬度 B 有关。其表达式为:

$$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B} \quad (1-4)$$

$$V = \sqrt{1 - e'^2 \cos^2 B} \quad (1-5)$$

2. 椭球参数常见量之间的相互关系

与地球椭球有关的其他元素之间的相互关系如下:

$$a = b \sqrt{1 + e'^2} \quad (1-6)$$

$$b = a \sqrt{1 - e^2} \quad (1-7)$$

$$c = a \sqrt{1 + e'^2} \quad (1-8)$$

$$a = c \sqrt{1 - e^2} \quad (1-9)$$

$$e' = e \sqrt{1 + e'^2} \quad (1-10)$$

$$e = e' \sqrt{1 - e^2} \quad (1-11)$$

$$V = W \sqrt{1 + e'^2} \quad (1-12)$$

$$W = V \sqrt{1 - e^2} \quad (1-13)$$

$$e^2 = 2f - f^2 \approx 2f \quad (1-14)$$

$$\begin{cases} W = \sqrt{1 - e^2} \cdot V = \left(\frac{b}{a}\right) \cdot V \\ V = \sqrt{1 + e'^2} \cdot W = \left(\frac{a}{b}\right) \cdot W \\ W^2 = 1 - e^2 \sin^2 B = (1 - e^2) \cdot V^2 \\ V^2 = 1 + \eta^2 = (1 + e'^2) \cdot W^2 \end{cases} \quad (1-15)$$

式中, W 为第一基本纬度函数; V 为第二基本纬度函数; $c = \frac{a^2}{b}$; $\eta^2 = e'^2 \cos^2 B$ 。

(三) 椭球面上的基本面与基本线

在椭球面上进行控制测量计算, 必须了解椭球面上基本面与基本线的性质, 包括法线、法截面与法截线、子午面与子午圈、卯酉面和卯酉圈、相对法截线、大地线等。

1. 法线

过椭球面上任意一点 P_1 可作一个切面, 则过 P_1 作一条垂直于切面的直线 $P_1 K_P$, 即为过 P_1 点的法线(图 1-5)。

2. 法截面与法截线

如图 1-6 所示, 过椭球上任一点 P_1 , 作包含该点法线 $P_1 K_P$ 的平面称为法截面。法截面与椭球面的交线称为法截线(或法截弧)。显然, 过 P_1 点的法截面有无数多个, 相应的法截线有无数多条。

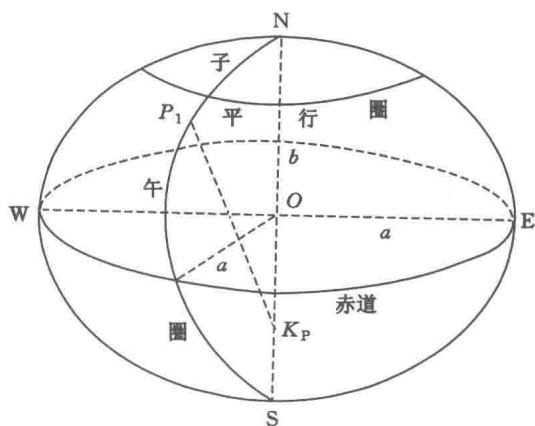


图 1-5 法线

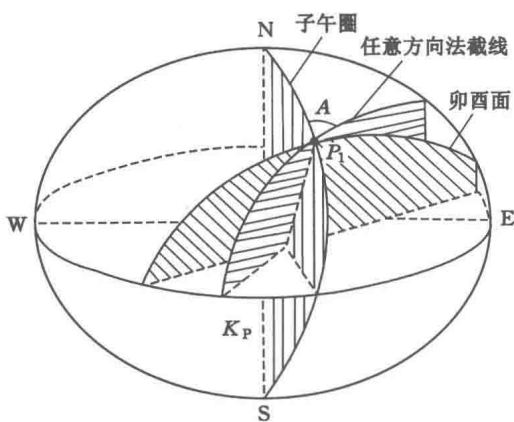


图 1-6 法截面与法截线

3. 子午面与子午圈

如图 1-6 所示, 包含旋转轴 NS 的平面称为子午面。子午面与椭球面的交线为一椭圆, 称为子午圈(或经线)。 P_1 点的子午面即为旋转轴 NS 与法线 $P_1 K_P$ 组成的平面。显然, 子午面是法截面之一, 子午圈是法截线之一。

4. 卯酉面和卯酉圈

与子午面垂直的法截面称为卯酉面。卯酉面与椭球面的交线也是一椭圆, 称为卯酉圈, 如图 1-6 所示。

5. 平行圈

垂直于旋转轴 NS 的平面与椭球面的交线为一正圆,称为平行圈(或纬线)。

6. 赤道

垂直于旋转轴 NS 又通过椭球中心 O 的平面与椭球面的交线,称为赤道。赤道是最大的平等圈。

7. 相对法截线

椭球面上纬度不同的点,它们的法线和短轴交点到椭球中心 O 的距离是不等的。而纬度相同的点,它们的法线均与短轴交于同一点,其中任意两点的法线可以确定一个唯一平面。

如图 1-7 所示, E 和 F 点既不位于同一平行圈,也不位于同一子午线上。它们的法线 EC 和 FD 并不相交($OC \neq OD$),因而过这两条法线的法截面 ECF 和 FDE 也不会重合。于是,过 E 、 F 两点就有两条法截线,称它们为 E 、 F 两点间的相对法截线。其中, EeF 称为 EF 方向的正法截线, FfE 称为 EF 方向的反法截线。

当 F 点的纬度 B_2 大于 E 点的纬度 B_1 时,则 $OD > OC$ 。因此,法截线 EeF 偏南。图 1-8 表明了 OA 、 OB 、 OC 、 OD 四个方向的正、反法截线的相对关系。而 AO 、 BO 、 CO 、 DO 的正、反法截线正好与图 1-8 中所示相反。

由于相对法截线的不重合性,由对向观测所得的三个内角就不能组成闭合三角形。要解决这个问题,就需要在两点间选出一条单一的曲线来代替两点间的相对法截线。

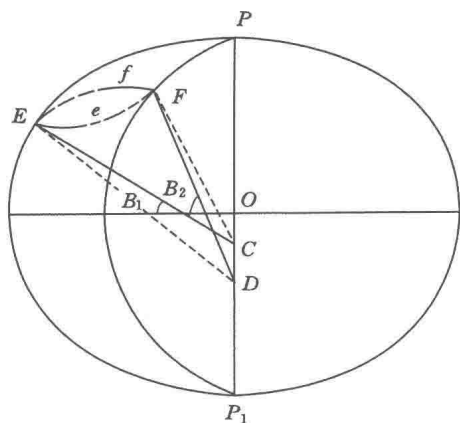


图 1-7 相对法截线

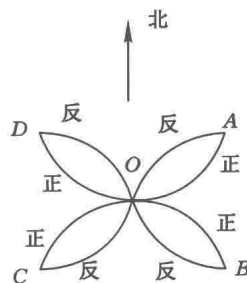


图 1-8 正、反法截线的相对关系

8. 大地线

如图 1-9 所示, AB 为曲面上的一条曲线, ds_1 、 ds_2 为曲面上 P 点的相邻两弧元,即 P_1 、 P_2 与 P 点无限接近。此曲线在 P 点的切线是当 P_1 点无限趋近 P 点时割线 P_1P 的极限位置。而此曲线在 P 点的密切平面是当 P_1 及 P_2 无限趋近 P 点,经过 P_1 、 P 、 P_2 三点的平面的极限位置。过 P 点作一条垂直于曲面在该点的切平面的直线 PK ,即为曲面在 P 点的法线。

曲线 AB 上任一点 P 的密切平面都包含着曲面在该点的法线,该曲线就是曲面上的一条大地线。因此,大地线就是曲面上的一条曲线,该曲线上每一点处的密切平面皆包含曲面在该点的法线。

一般情况下, 曲面上的曲线在任一点的密切平面并不包含曲面在该点的法线。如图 1-10 所示, 球体小圆上任一点的密切平面(即小圆平面)并不包含球体在该点的法线。

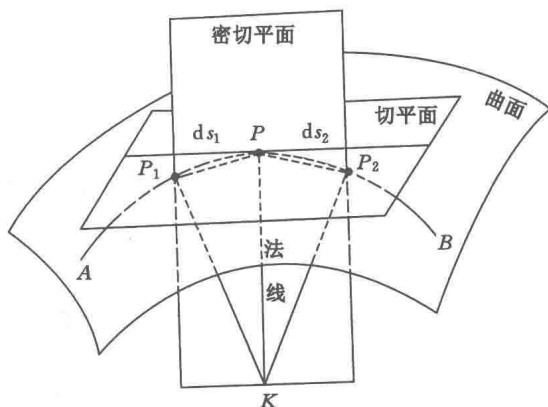


图 1-9 密切平面、切平面与曲面

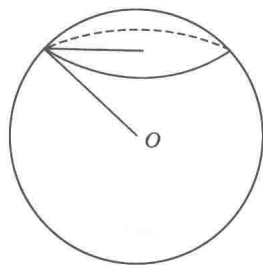


图 1-10 球体小圆

上述曲面如果是球面, 则大地线就是大圆弧; 如果是平面, 则大地线就为直线; 对于椭球面, 可以假想在其上拉紧一条细绳, 若椭球面与细绳之间无摩擦力, 则细绳就具有大地线的形状。因为, 当细绳平衡时, 它上面每点弹性力的合力必然位于密切平面内, 而椭球面的反作用力的方向与椭球面法线一致, 此时这两个力互相抵消, 即密切平面包含了椭球面的法线。根据上述情况, 可以得出大地线的重要性质: 大地线是曲面上两点间最短的线。

如图 1-11 所示, 椭球面上不在同一子午圈或同一平行圈上的 B、D 两点的正、反法截线 BED、BKD 是不重合的, 它们之间的夹角 Δ 在一等三角测量中可达 $(4/1\ 000)''$, 是不可忽略的。其大地线 BLD 位于相对法截线 BED 与 BKD 之间, 是一条双曲率的曲线。大地线 BLD 和正法截线 BED 之间的角度 δ , 等于法截线 BED 和 BKD 之间角度 Δ 的 $1/3$ 。

大地线和法截线的长度之差只有 $(1/1\ 000\ 000)\text{mm}$, 这种差异在各种测量计算中均可忽略不计。

大地线的性质说明, 在椭球面上进行测量计算时, 应以两点间的大地线为依据。在地面上测得的方向、距离等, 应归算为相应大地线的方向、距离等。

(四) 椭球面上一点处的几种曲率半径

在椭球面上进行控制测量计算, 还需了解椭球面上一个点处的几种曲线的曲率半径的计算, 包括任意法截线曲率半径、卯酉圈曲率半径、子午圈曲率半径、平均曲率半径等。

1. 任意法截线曲率半径

椭球面上任意一点处都有无数条法截线。一般情况下, 这些法截线虽然都是椭圆, 但它们在該点处的弯曲程度却不同, 所以其曲率半径也不同。一点上任意方向法截线曲率半径的计算公式为:

$$R_A = \frac{N}{1 + e'^2 \cos^2 A \cos^2 B} \quad (1-16)$$

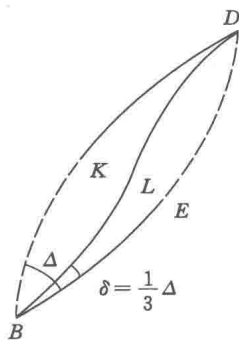


图 1-11 大地线

式中, $N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 B}} = \frac{a^2}{b \sqrt{1+e'^2 \cos^2 B}}$, 为该点的法线长度, 即该点沿法线方向至短轴

的距离; A 为该法截弧的大地方位角; B 为该点的大地纬度; e' 为第二偏心率。

2. 卯酉圈曲率半径

卯酉圈的大地方位角 $A = 90^\circ$ 或 270° , 则卯酉圈曲率半径的计算公式为:

$$R_{90} = N \quad (1-17)$$

这就是说, 某点上的卯酉圈曲率半径等于该点的法线长度。它是随纬度变化的, 当 $B = 0^\circ$ 时, $N = a$; 随着纬度的增大, N 值也增大。

3. 子午圈曲率半径

子午圈的大地方位角 $A = 0^\circ$ 或 180° , 则子午圈曲率半径 M 的计算公式为:

$$M = \frac{N}{1 + e'^2 \cos^2 B} \quad (1-18)$$

可见, 某点上的子午圈曲率半径也是随该点纬度的增大而增大的。因为分子 N 随纬度的增大而增大, 分母则随纬度的增大而减小。

4. 平均曲率半径

从式(1-16)可以看出, 同一点上各个方向法截弧的曲率半径, 以子午圈曲率半径为最小, 以卯酉圈曲率半径为最大。同一点上各方向法截弧的平均曲率半径 R 的计算公式为:

$$R = \sqrt{MN} \quad (1-19)$$

前已说明, M 和 N 都是随纬度的增大而增大的。所以, 平均曲率半径也是随纬度的增大而增大的。

(五) 椭球面上子午线弧长和平行圈弧长

在椭球面上进行控制测量计算, 还需了解椭球面上子午线弧长和平行圈弧长的计算。

1. 子午线弧长

子午线弧长是指椭球面上一点沿子午线到赤道的距离。子午线弧长 X 的计算公式为:

$$X = c[\beta_0 B + (\beta_2 \cos B + \beta_4 \cos^3 B + \beta_6 \cos^5 B + \beta_8 \cos^7 B) \sin B] \quad (1-20)$$

式中,

$$c = \frac{a^2}{b};$$

$$\beta_0 = 1 - \frac{3}{4}e'^2 + \frac{45}{64}e'^4 - \frac{175}{256}e'^6 + \frac{11\ 025}{16\ 384}e'^8;$$

$$\beta_2 = \beta_0 - 1;$$

$$\beta_4 = \frac{15}{32}e'^4 - \frac{175}{384}e'^6 + \frac{3\ 675}{8\ 192}e'^8;$$

$$\beta_6 = -\frac{35}{96}e'^6 + \frac{735}{2\ 048}e'^8;$$

$$\beta_8 = \frac{315}{1\ 024}e'^8。$$

2. 平行圈弧长

平行圈半径为:

$$r = N \cos B$$

因此,经度 L_1 和 L_2 之间,纬度为 B 的平行圈弧长可按下式计算:

$$Y = N \cos B \frac{L_2 - L_1}{\rho} = b_1 l \quad (1-21)$$

式中, $l = L_2 - L_1$; $b_1 = \frac{N}{\rho} \cos B$ 。

二、椭球定位与定向

(一) 参考椭球与总地球椭球的概念

为了建立大地坐标系,除了确定椭球的形状和大小外,还要确定椭球中心的位置(定位)及椭球坐标系的方向(定向)。

经过局部定位和定向,具有确定参数的在某一局部地区大地水准面最佳密合的地球椭球称为参考椭球。参考椭球的中心简称参心。例如,1954年北京坐标系采用的克拉索夫斯基椭球、1980年西安坐标系采用的1975国际椭球均为参考椭球。

经过地心定位和定向,具有确定参数的在全球范围内与大地水准面最佳密合的地球椭球,称为总地球椭球。总地球椭球中心与地球质心重合,简称地心。例如,WGS-84坐标系采用的WGS-84椭球、我国于2008年7月1日启用的2000国家大地坐标系(CGCS2000)采用的CGCS2000椭球,均为总地球椭球。

常见的几种参考椭球和总地球椭球见表1-1。

表 1-1 常见的几种参考椭球和总地球椭球

椭球类型	椭球名称	坐标系	坐标类型	椭球长半轴 a/m	扁率 f	椭球定位定向方式	实现技术
参考椭球	克拉索夫斯基椭球	1954年北京坐标系	参心	6 378 245	1/298.3	与局部大地水准面最密合	传统大地测量技术
	1975国际椭球	1980年西安坐标系	坐标系	6 378 140	1/298.257	与全球大地水准面最密合	现代空间大地测量技术
总地球椭球	WGS-84 椭球	WGS-84 坐标系	地心	6 378 137	1/298.257 223 563	与全球大地水准面最密合	现代空间大地测量技术
	CGCS2000 椭球	2000 国家大地坐标系	坐标系	6 378 137	1/298.257 222 101	与全球大地水准面最密合	现代空间大地测量技术

(二) 椭球的定位与定向

椭球的定位与定向,就是依据一定的条件,将具有确定参数的地球椭球与地球的相对位置确定下来。

1. 椭球定位条件

椭球定位可分为局部定位和地心定位两类。前者要求在局部范围内椭球面与大地水准面为最佳密合,至于椭球中心位置则无特殊要求;后者不仅要求在全球范围内椭球面与大地水准面为最佳密合,还要求椭球中心与地球质心重合。

2. 椭球定向条件

无论是局部定位还是地心定位,都应满足两个平行条件:

- (1) 椭球短轴平行于地球自转轴。
- (2) 大地起始子午面平行于天文起始子午面。

这两个平行条件是人为规定的,其目的是简化大地坐标、大地方位角与天文坐标、天文方位角之间的换算。

以参考椭球面为基准面,地面点沿椭球法线投影在该基准面上的位置,称为该点的大地坐标。大地坐标用大地经度 L 和大地纬度 B 表示。地面点的大地经度、大地纬度是通过计算获得的。大地方位角是指从地面某点的子午线方向按顺时针至该点的某一大地线方向的水平角,大地方位角用 A 表示。

以大地水准面作为基准面,地面点沿铅垂线投影在大地水准面上的位置,称为该点的天文坐标。天文坐标用天文经度 λ 和天文纬度 φ 表示。地面点的天文经纬度是通过天文观测获得的。天文方位角又称真方位角,是地面某点的子午线按顺时针至该点某一目标方向线的水平角。

3. 参考椭球定位与定向方法

对于地球和椭球可分别建立空间直角坐标系 $O_1-X_1Y_1Z_1$ 和 $O-XYZ$,若确定了这两个坐标系的相对位置,就实现了椭球的定位与定向。一般来说,应选择 6 个独立参数,即表示椭球定位的 3 个平移参数 $X_0、Y_0、Z_0$ (椭球中心 O 相对地心 O_1 的平移参数) 和表示椭球定向的 3 个绕坐标轴的旋转参数 $\epsilon_x、\epsilon_y、\epsilon_z$ 。

传统大地测量很难得到上述 6 个参数,常规做法是:首先选定某一适宜的点 K 作为大地原点,在该点上实施精密的天文测量和高程测量,由此得到该点的天文经度 λ_K 、天文纬度 φ_K 、至某一相邻点的天文方位角 α_K 和正高 $H_{\text{正}K}$,进而通过大地原点垂线偏差的子午圈分量 ξ_K 、卯酉圈分量 η_K 、大地原点的大地水准面差距 N_K 和 $\epsilon_x、\epsilon_y、\epsilon_z$ 这 6 个参数值,计算得到相应的大地经度 L_K 、大地纬度 B_K 、至某一相邻点的大地方位角 A_K 和大地高 H_K 。

$\xi_K、\eta_K、N_K$ 和 $\epsilon_x、\epsilon_y、\epsilon_z$ 这 6 个参数分别为椭球的定位参数和定向参数。考虑到椭球定向的两个平行条件,即 $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = 0$ 。这些椭球定位参数若能确定,那么大地测量的起算数据也就随之确定,计算公式为:

$$\begin{cases} L_K = \lambda_K - \eta_K \sec \varphi_K \\ B_K = \varphi_K - \xi_K \\ A_K = \alpha_K - \eta_K \tan \varphi_K \\ H_K = H_{\text{正}K} + N_K \end{cases} \quad (1-22)$$

(1) 一点定位

一个国家和地区在天文大地测量工作的初期,由于缺乏必要的资料来确定 $\xi_K、\eta_K、N_K$ 的值,通常只能假定在大地原点 K 处,椭球的法线方向和铅垂线方向重合,椭球面和大地水准面相切,即取 $\xi_K = 0、\eta_K = 0、N_K = 0$,这时,由式(1-22)可得:

$$\begin{cases} L_K = \lambda_K \\ B_K = \varphi_K \\ A_K = \alpha_K \\ H_K = H_{\text{正}K} \end{cases} \quad (1-23)$$

这种仅根据大地原点的天文观测和高程测量结果,顾及式(1-22)以及 $\xi_K = 0、\eta_K = 0、N_K = 0$,按式(1-23)即可确定椭球的定位和定向的方法称为一点定位法。

(2) 多点定位

一点定位的结果在较大范围内往往难以使椭球面与大地水准面有较好的密合。所以,在国家或地区的天文大地测量工作进行到一定时候或基本完成后,利用许多拉普拉斯点(测