

普通高等教育“十三五”规划教材

工程力学

梅群 侯中华 主编



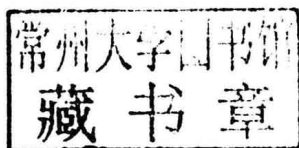
机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十三五”规划教材



工 程 力 学

主 编	梅 群	侯中华	
副主编	梁 斌	徐红玉	
参 编	刘宗发	王文胜	李一帆
	王慧萍	魏豪杰	



机械工业出版社

本书参照最新的《理论力学课程教学基本要求》与《材料力学课程教学基本要求》编写而成。内容涵盖了理论力学和材料力学课程的基本内容,书末附有习题答案。

本书内容精炼,由浅入深,便于自学。以培养和造就复合型人才为宗旨,力求实现在经典基础上的更新,为读者今后继续学习和掌握新方法、新技术提供必要的工程力学基础知识,也为读者的独立思考留有空间,以利于创新能力的培养。

本书适用于工程力学课程教学,也可供相关工程专业技术人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/梅群,侯中华主编. —北京:机械工业出版社,2017.12
普通高等教育“十三五”规划教材
ISBN 978-7-111-58686-9

I. ①工… II. ①梅… ②侯… III. ①工程力学-高等学校-教材
IV. ①TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第306060号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)
策划编辑:姜凤 责任编辑:姜凤 李乐 责任校对:陈越
封面设计:马精明 责任印制:孙炜
北京中兴印刷有限公司印刷
2018年5月第1版第1次印刷
184mm×260mm·26印张·635千字
标准书号:ISBN 978-7-111-58686-9
定价:54.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

服务咨询热线:010-88379833

读者购书热线:010-88379649

网络服务

机工官网: www.cmpbook.com

机工官博: weibo.com/cmp1952

教育服务网: www.cmpedu.com

金书网: www.golden-book.com

封面无防伪标均为盗版

前 言



本书根据教育部力学基础课程教学指导委员会最新制定的教学要求编写而成。基于当前高校理工学科理论课学时普遍压缩的现状，如何在学时减少的情况下保证教学质量，成为工程力学课程教学的新挑战。本书针对普通工科院校力学教学的特点，严格把握读者定位，紧密结合工程实践，力求概念清楚，重点突出，叙述简明，易学易懂，在保证理论严密性的同时，重点培养学生分析问题和解决实际问题的能力。本书所编写的内容以必需、够用为度，书中配有丰富的习题，以供不同专业和不同要求的读者选用，书末附有习题答案。全书共 16 章，介绍了工程力学基础知识，包括静力学基础、简明材料力学、运动学和动力学几大板块内容。

本书由梅群、侯中华担任主编并统稿，梁斌、徐红玉担任副主编，参编人员有刘宗发（第 1、2、3 章）、王文胜（第 4、5、6 章）、李一帆（第 7、8、9 章及附录）、王慧萍（第 10、11、12 章）、魏豪杰（第 13、14、15、16 章）。

在本书编写过程中，河南科技大学力学系退休教师李作良和杨民献对本书的编写提出了很多指导性意见，使本书得以完善和增色。河南科技大学教务处、土木工程学院以及力学系全体教师给予了积极的支持。此外，本书参考了国内一些优秀教材，在此一并表示衷心感谢！

限于编者水平，书中难免有不足之处，敬请广大读者批评指正。

编 者

目 录



前言	
第 1 章 静力学基本概念和物体的受力分析	1
1.1 静力学基本概念	1
1.2 静力学公理及推论	2
1.3 约束和约束力	4
1.4 物体的受力分析和受力图	8
习题	12
第 2 章 平面力系	14
2.1 平面汇交力系	14
2.2 力矩和平面力偶理论	20
2.3 平面任意力系的简化	24
2.4 平面任意力系的平衡条件和平衡方程	31
2.5 物系的平衡 静定和超静定的概念	35
2.6 平面简单桁架的内力计算	40
2.7 摩擦与考虑滑动摩擦时的平衡问题	42
习题	48
第 3 章 空间力系	57
3.1 力在空间直角坐标轴上的投影	57
3.2 空间力偶理论	58
3.3 力对点的矩和力对轴的矩	61
3.4 空间任意力系向一点的简化及平衡条件	64
3.5 重心	70
习题	74
第 4 章 轴向拉伸、压缩与剪切	78
4.1 绪论	78
4.2 轴向拉压杆的内力与应力	86
4.3 材料拉伸和压缩时的力学性能	91
4.4 轴向拉压杆的强度条件	97
4.5 拉压杆的变形	101
4.6 应力集中的概念	105
4.7 拉压超静定问题	106
4.8 剪切和挤压的实用计算	112
习题	118
第 5 章 扭转	123
5.1 概述	123
5.2 传动轴的外力偶矩、扭矩和扭矩图	123
5.3 纯剪切、切应力互等定理和剪切胡克定律	125
5.4 圆轴扭转时的应力及强度条件	127
5.5 圆轴扭转时的变形及刚度条件	132
习题	135
第 6 章 弯曲内力	138
6.1 平面弯曲梁的计算简图	138
6.2 剪力和弯矩	140
6.3 剪力图和弯矩图	142
6.4 剪力、弯矩和分布载荷集度间的微分关系	145
习题	150
第 7 章 弯曲应力	154
7.1 引言	154
7.2 弯曲正应力	154
7.3 弯曲切应力	160
7.4 弯曲强度计算	166
7.5 提高弯曲强度的一些措施	169
习题	174
第 8 章 梁的弯曲变形	180
8.1 概述	180
8.2 梁的变形和位移	180
8.3 积分法计算梁的变形	183
8.4 叠加法计算梁的变形	189
8.5 梁的刚度校核、提高梁的刚度的措施	193
习题	194
第 9 章 应力状态与强度理论	197
9.1 应力状态的概念	197

9.2 应力状态的实例	198	13.1 点的运动描述	287
9.3 二向应力状态分析——解析法	200	13.2 刚体的平行移动	296
9.4 二向应力状态分析——图解法	204	13.3 刚体绕定轴的转动	298
9.5 三向应力状态	208	13.4 定轴转动刚体内各点的速度和加 速度	299
9.6 广义胡克定律	209	13.5 以矢量表示角速度和角加速度· 以矢积表示点的速度和加速度	303
9.7 复杂应力状态下的比能	213	习题	305
9.8 强度理论的概念	215	第 14 章 点的合成运动	311
9.9 常用的四种强度理论	216	14.1 绝对运动、相对运动和牵连运动	311
习题	220	14.2 点的速度合成定理	314
第 10 章 组合变形	225	14.3 牵连运动为平移时点的加速度合成 定理	316
10.1 概述	225	14.4 牵连运动为转动时点的加速度合成 定理	318
10.2 两相互垂直平面内的弯曲	225	习题	325
10.3 拉伸(压缩)与弯曲的组合	229	第 15 章 刚体的平面运动	329
10.4 弯曲与扭转的组合	235	15.1 刚体平面运动的概念和运动分解	329
10.5 组合变形的合理设计	239	15.2 求平面图形内各点速度的基点法	331
习题	241	15.3 用瞬心法求平面图形内各点的 速度	333
第 11 章 压杆稳定	245	15.4 用基点法求平面图形内各点的加 速度	337
11.1 压杆稳定的概念	245	习题	340
11.2 两端铰支细长压杆的临界压力	246	第 16 章 动力学基本方程和动能 定理	346
11.3 其他支座条件下压杆的临界压力	249	16.1 质点动力学基本方程	346
11.4 欧拉公式的适用范围 中、小柔 度杆的临界压力	252	16.2 质量中心和刚体对轴的转动惯量	352
11.5 压杆的稳定计算	255	16.3 力的功	355
11.6 提高压杆稳定性的措施	258	16.4 质点和质点系的动能	359
习题	259	16.5 动能定理	361
第 12 章 动载荷和交变应力	262	习题	367
12.1 惯性力问题	262	附录	371
12.2 冲击载荷	265	附录 A 平面图形的几何性质	371
12.3 冲击韧性	270	附录 B 型钢表 (GB/T 706—2008)	376
12.4 交变应力与疲劳破坏	271	习题答案	392
12.5 循环特征、平均应力和应力幅	272	参考文献	407
12.6 疲劳极限	274		
12.7 影响构件持久极限的因素	274		
12.8 构件的疲劳强度计算	277		
12.9 提高构件疲劳强度的措施	279		
习题	280		
第 13 章 点的运动描述和刚体的基本 运动	286		

第 1 章

静力学基本概念和物体的受力分析

1.1 静力学基本概念

静力学是研究物体在力系作用下平衡条件的科学。所谓平衡，在工程上是指物体相对于地球保持静止或匀速直线运动状态，它是物体机械运动的一种特殊形式。静力学主要讨论作用在物体上的力系的简化和平衡两大问题。

1. 刚体的概念

所谓刚体，是指在任何外力的作用下，大小和形状始终保持不变的物体。工程实际中的许多物体，在力的作用下，都会产生不同程度的变形。但它们的变形一般都很微小，对物体平衡问题影响也很小，为了简化分析，可以忽略其变形，把物体视为刚体。这是一种科学的抽象，可以使运算简化。

静力学的研究对象仅限于刚体，所以又称之为刚体静力学。

2. 力的概念

力的概念是人们在长期的生产劳动和生活实践中逐步形成的，通过归纳、概括和科学的抽象而建立的。力是物体之间相互的机械作用，这种作用使物体的机械运动状态发生改变，或使物体产生变形。前者称为力的运动效应（或外效应），而后者称为变形效应（或内效应）。刚体只考虑外效应；变形固体还要研究内效应。

实践表明，力对物体作用的效应取决于三个要素：

(1) 力的大小 是物体相互作用的强弱程度。在国际单位制中，力的单位用牛[顿] (N) 或千牛[顿] (kN) 表示，且 $1\text{kN} = 10^3\text{N}$ 。

(2) 力的方向 包含力的方位和指向两方面的含义。例如，重力的方向是“竖直向下”；“竖直”是力作用线的方位，“向下”是力的指向。

(3) 力的作用位置 是指物体上承受力的部位。一般来说是一块面积或体积，这样的力称为分布力；而有些分布力分布的面积很小，可以近似看作一个点时，这样的力称为集中力。

如果改变了力的三要素中的任一要素，也就改变了力对物体的作用效应。

既然力是有大小和方向的量，所以力是矢量。可以用一带箭头的线段来表示，如图 1-1 所示，线段 AB 的长度按一定的比例尺表示

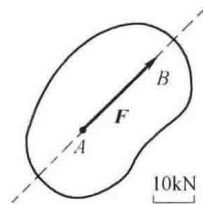


图 1-1

力的大小,线段的方位和箭头的指向表示力的方向,线段的起点 A 或终点 B 表示力的作用点。线段 AB 的延长线(图中虚线)表示力的作用线。

本教材中,用黑体字母(如 \mathbf{F})表示矢量,用对应的普通字母(如 F)表示矢量的大小。

静力学主要研究以下三个问题:

(1) 物体的受力分析 分析所研究物体受哪些力的作用,以及每个力的作用位置和方向。

(2) 力系的等效替换(或简化) 力系是指作用于物体上的一群力。如果作用于物体上的某一力系可以用另一力系来代替,而不改变原有的状态,这两个力系互称等效力系。如果一个力与一个力系等效,则称此力为该力系的合力,而力系中的各个力称为此合力的分力,这个过程称为力的合成;将合力代换成分力的过程称为力的分解。在研究力学问题时,为方便地显示各种力系对物体作用的总体效应,用一个简单的力系(或一个力)等效代替一个复杂力系这一过程称为力系的简化。力系的简化是刚体静力学的基本问题之一。

研究力系等效替换并不限于分析静力学问题,也为学习动力学奠定基础。

(3) 力系的平衡条件 即研究物体平衡时,作用在物体上的各种力系所满足的条件。满足平衡条件的力系称为平衡力系。

力系的平衡条件在工程中有着十分重要的意义,是设计结构、构件和机械零件时静力计算的基础。因此,静力学在工程中有着广泛的应用。

1.2 静力学公理及推论

静力学公理是人们在生活和生产实践中长期总结出来的力的基本性质,它们又经过实践的反复检验,被确认是符合客观实际的最普遍规律。这些性质无须证明而为人们所公认,并可作为证明中的论据,是静力学的理论基础。

公理 1 二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力,使刚体保持平衡的必要和充分条件是:这两个力的大小相等、方向相反,且作用在同一直线上。简称等值、反向、共线。可以表示为 $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$ 或 $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \mathbf{0}$ 。

此公理给出了作用于刚体上的最简力系平衡时所必须满足的条件,是推证其他力系平衡条件的基础。工程上常遇到只受两个力作用而平衡的构件,称为二力构件或二力杆。根据公理 1,作用于二力构件上的两力必沿两力作用点的连线,如图 1-2 所示。

公理 2 加减平衡力系公理

在作用于刚体的已知力系上,加上或减去任意平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用效应。

这个公理是研究力系等效替换的理论依据。

推论 1 力的可传性原理

作用于刚体上某点的力,可以沿其作用线移到刚体内任意一点,并不改变该力对刚体的作用效应。

证明:在刚体上的点 A 作用一个力 \mathbf{F} ,如图 1-3a 所示。根据加减平衡力系公理,在力的作用线上任选一点 B ,在点 B 加上两个平衡力 \mathbf{F}_1 和 \mathbf{F}_2 ,使 $\mathbf{F} = \mathbf{F}_2 = -\mathbf{F}_1$,如图 1-3b 所示。由于力 \mathbf{F}_1 和 \mathbf{F} 也是一个平衡力系,故可除去。这样只剩下一个力 \mathbf{F}_2 ,如图 1-3c 所示,即原

来的力 F 沿其作用线移到了点 B 。

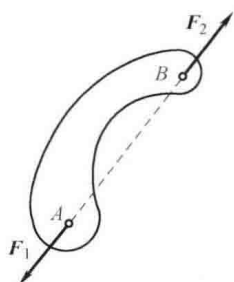


图 1-2

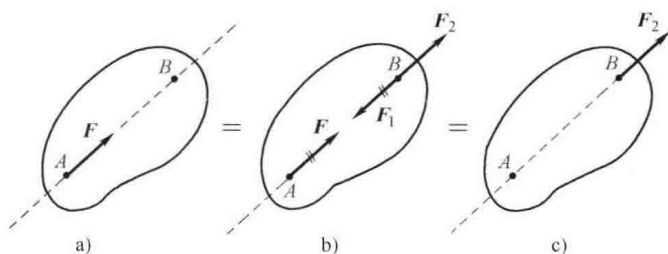


图 1-3

由此可见，对于刚体来说，力的作用点已不是决定力的作用效应的要素，它已被作用线所代替。因此，作用于刚体上的力的三要素是：力的大小、方向和作用线。

作用于刚体上的力可以沿着作用线移动，这种矢量称为滑动矢量。

公理 3 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力，可以合成为一个作用于该点的合力。合力的大小和方向，由以这两个力的矢量为邻边所构成的平行四边形的对角线来确定。设在物体的 A 点作用有力 F_1 和 F_2 ，如图 1-4a 所示，若以 F_R 表示它们的合力，则可以写成矢量表达式

$$F_R = F_1 + F_2$$

即作用于物体上同一点的两个力的合力等于这两个力的矢量和。

此公理给出了力系简化的基本方法。

在求两个共点力的合力的大小、方向时，常采用力的三角形法则：如图 1-4b 所示，从刚体外任选一点 a 作矢量 \vec{ab} 代表力 F_1 ，然后从终点 b 作矢量 \vec{bd} 代表力 F_2 ，最后连接起点 a 与终点 d 得到矢量 \vec{ad} ，则 \vec{ad} 就代表合力矢 F_R 。分力矢与合力矢所构成的 $\triangle abd$ 称为力的三角形。这种合成方法称为力的三角形法则。

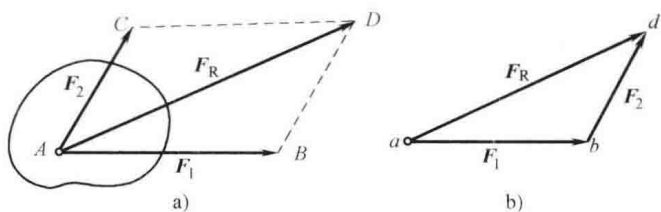


图 1-4

必须指出：力的三角形法则，只是矢量相加的几何运算规则。在力三角形上的每一个力矢，只具有大小、方向的意义，并不表示这个力的作用点位置，因为力三角形画在何处都行。但要明确，合力 F_R 仍然作用在物体的 A 点。

推论 2 三力平衡汇交定理

刚体受互不平行的三个力作用而平衡时，则此三力的作用线必在同一平面内，且作用线汇交于一点。

证明：如图 1-5 所示，在刚体的 A 、 B 、 C 三点上，分别作用有三个力 F_1 、 F_2 、 F_3 ，其互不平行，且为平衡力系。根据力的可传性，将力 F_1 和 F_2 移到汇交点 O ，然后根据力的平行四边形法则，得合力 F_{12} 。则力 F_3 应与 F_{12} 平衡。由于两个

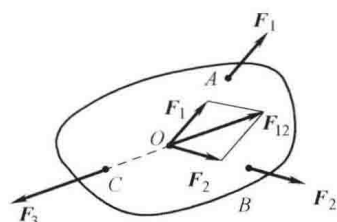


图 1-5

力平衡必须共线，所以力 F_3 必定与力 F_1 和 F_2 共面；且通过力 F_1 和 F_2 的交点 O 。于是定理得证。

公理 4 作用与反作用定律

两个物体间的相互作用力，总是同时存在，它们的大小相等、方向相反，并沿同一直线分别作用在这两个物体上。

物体间的作用力与反作用力总是同时出现，同时消失。可见，自然界中的力总是成对地存在，而且同时分别作用在相互作用的两个物体上。这个公理概括了任何两物体间的相互作用的关系，不论对刚体或变形体，不管物体是静止的还是运动的都适用。应该注意，作用力与反作用力虽然等值、反向、共线，但它们不能平衡，因为二者分别作用在两个物体上，不可与二力平衡公理相混淆。

公理 5 刚化公理

变形体在某一力系作用下处于平衡时，若将其视为刚体（刚化），则其平衡状态保持不变。

此公理提供了将变形体看作刚体的条件。如图 1-6 所示，一段软绳在等值、反向、共线的两个拉力作用下处于平衡，如将软绳刚化成刚体，其平衡状态保持不变。反之就不一定成立。例如，刚体在两个等值反向的压力作用下平衡。若将它换成软绳就不能平衡了。刚体平衡条件是变形体平衡的必要条件而非充分条件。

静力学全部理论都可以由上述五个公理推证得到。

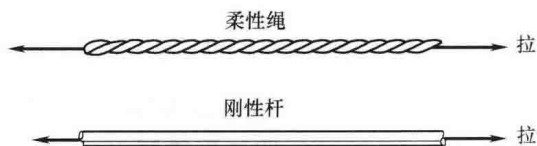


图 1-6

1.3 约束和约束力

有些物体，例如飞行的飞机、炮弹和火箭等，它们在空间的位移不受任何限制。位移不受限制的物体称为自由体。相反有些物体在空间的位移却要受到一定的限制。例如机车受铁轨的限制，只能沿轨道运动；电动机转子受轴承的限制，只能绕轴线转动；重物由钢索吊住，不能下落等。位移受到限制的物体称为非自由体。在力学中，把这种对非自由体的某些位移起限制作用的周围物体称为约束。例如，铁轨对于机车，轴承对于电动机转子，钢索对于重物等，都是约束。

既然约束阻碍着物体的位移，也就是约束能够起到改变物体运动状态的作用，所以约束对物体的作用，实际上就是力，这种力称为约束力。因此，约束力的方向必与该约束所能够阻碍的位移方向相反，它的作用点就在约束与被约束的物体的接触点。应用这个准则，可以确定约束力的方向或作用线的位置。至于约束力的大小则是未知的。在静力学问题中，约束力和物体受的其他已知力（称主动力）组成平衡力系，因此可用平衡条件求出未知的约束力。除约束力外，物体上受到的各种力如重力、风力、水压力等。它们是促使物体运动或有运动趋势的力，属于主动力，通常主动力是已知的，工程上常称为载荷。

约束力不仅与主动力的情况有关，同时也与约束类型有关。我们将工程中常见的约束理想化，并将其归纳为几种基本类型。下面介绍工程实际中常见的几种约束类型及其约束力的特性。

1. 约束力方向可确定的约束

(1) 柔性约束 绳索、链条和带等属于柔性约束。这类约束的特点是只能限制物体沿着绳索伸长的方向运动，它只能承受拉力，而不能承受压力和抗拒弯曲。所以柔性约束的约束力只能是拉力，作用在接触点，方向沿着绳索的中心线而背离物体。通常用 F 或 F_T 表示这类约束力。例如绳索吊住重物，如图 1-7a 所示。由于绳索本身只能承受拉力（见图 1-7b），故它给物体的约束力也只能是拉力（见图 1-7c）。链条或胶带也都只能承受拉力。当它们绕在轮子上时，对轮子的约束力沿轮缘的切线方向（见图 1-8）。

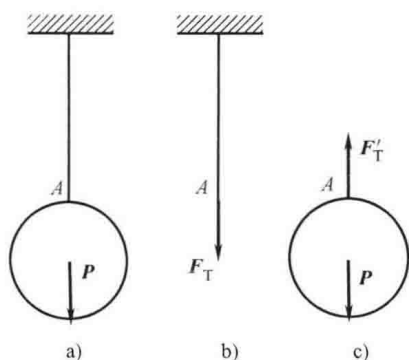


图 1-7

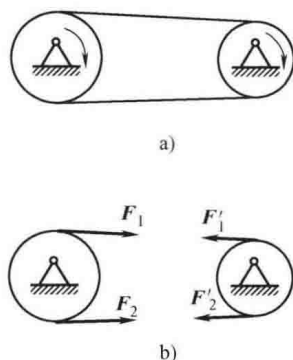


图 1-8

(2) 光滑接触面 两物体直接接触，且忽略接触面间的摩擦而构成的约束，称为光滑接触面约束。这类约束的特点是只能阻碍物体沿着接触点公法线朝向约束的位移，而不能阻碍物体沿接触点切线方向的位移。因此，光滑接触面的约束力，作用在接触点处，方向沿着接触面在该点的公法线，且指向被约束物体。因约束力沿法线方向，故又称为法向约束力，一般用 F_N 表示。在工程实际中，物体接触面之间总存在着或大或小的摩擦力。但若摩擦力远小于物体所受其他各力而可以略去时，就可以把接触面简化为光滑接触面。如图 1-9 所示的各力均为光滑接触面提供的约束力。

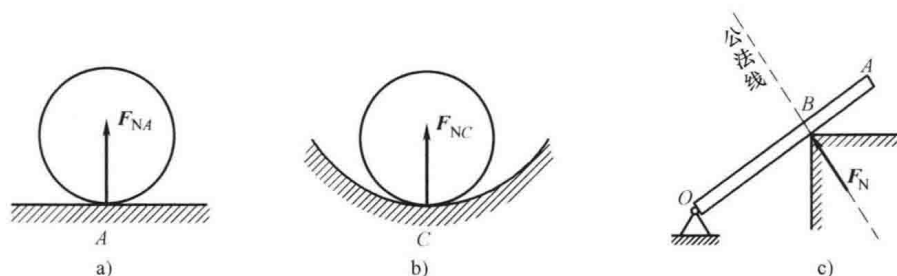


图 1-9

2. 仅约束力作用点可确定的约束

这类约束有径向轴承、圆柱形铰链和固定铰支座等。

(1) 径向轴承（向心轴承） 如图 1-10a、b 所示的轴承装置，传动轴可以在轴承内绕轴线任意转动，也可沿孔的中心线移动；但是，轴不能沿径向方向移动，可简化成如图 1-10c 所示的简图。当轴和轴承在某点 A 光滑接触时，轴承对轴的约束力 F_A 作用在接触点 A

处，并且沿公法线指向轴心（见图 1-10a）。但是，随着轴所受的主动力不同，轴和孔的接触点的位置也随之改变。所以，当主动力尚未确定时，约束力的方向预先不能确定。然而，无论约束力朝向何方，它的作用线必在垂直于轴线的平面内并通过轴心。这样一个方向不能预先确定的约束力，通常可用通过轴心的两个大小未知的正交分力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 来表示，如图 1-10b、c 所示， F_{Ax} 、 F_{Ay} 的指向可任意假定。

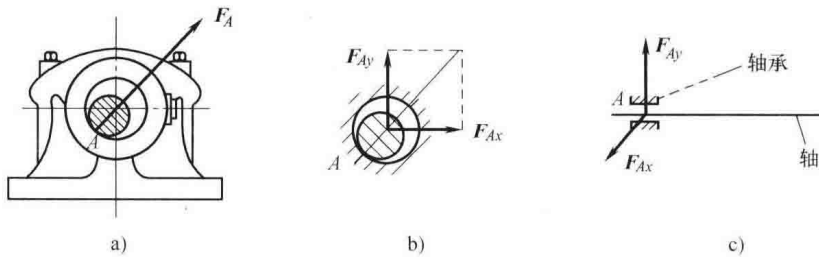


图 1-10

(2) 光滑圆柱铰链约束 用圆柱形销钉插入两构件的圆柱孔把两构件连接起来，忽略销钉和销钉孔壁之间的摩擦，构成光滑圆柱铰链约束，简称为铰链约束，如图 1-11a 所示。这类约束的特点是只限制两物体在垂直于销钉轴线的平面内沿任意方向的相对移动，但不限制物体绕圆柱销钉轴线的相对转动和沿圆柱销钉轴线方向的移动。约束力的特点同径向轴承，即约束力通过圆柱销钉中心并在垂直于销钉轴线的平面内，但约束力的大小和方向与作用在物体上的其他力有关，都是未知的。为了方便计算，常用通过铰链中心的两个大小未知的正交分力表示。若无须单独研究销钉的受力情况时，可将销钉与其中一个构件视为一体，如 AC 构件在 C 处所承受的约束力可由两个待确定的正交分力 F_{Cx} 、 F_{Cy} 表示，则 CB 构件在 C 处承受 AC 构件的反作用力为 F'_{Cx} 、 F'_{Cy} ，如图 1-11b 所示。光滑圆柱铰链的简图如图 1-11c 所示。

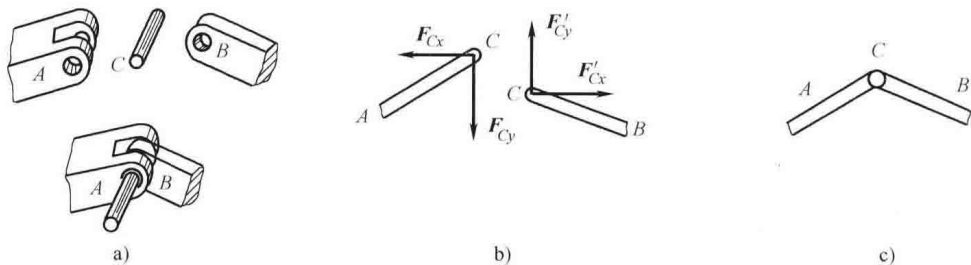


图 1-11

(3) 固定铰支座 这类约束可认为是光滑圆柱铰链约束的演变形式，如果两个构件中有一个固定在地面或机架上作为支座，则这种约束称为固定铰支座，如图 1-12a 所示。其结构简图如图 1-12b 所示。这种约束的约束力作用线也不能预先确定，可以用大小未知的两个垂直分力表示，如图 1-12c 所示。

3. 约束力作用点和作用线可确定的约束

(1) 滚动支座 又称活动铰支座或辊轴支座，是将固定铰支座用几个刚性辊轴支承在

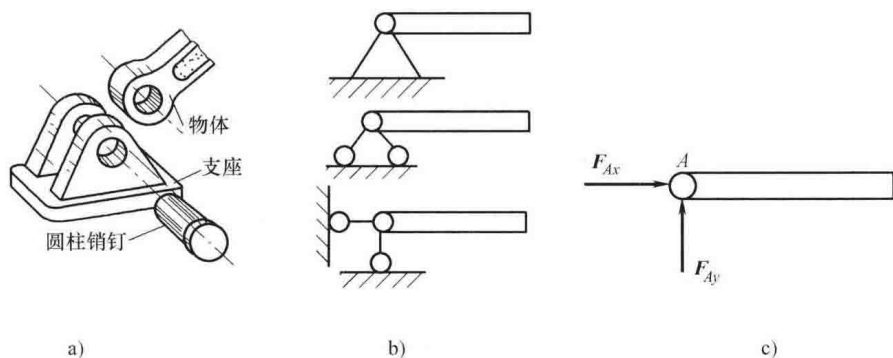


图 1-12

光滑表面上构成的。它是由光滑面和铰链两种约束组合而成的一种复合约束，如图 1-13a 所示。其结构简图如图 1-13b 所示。这种约束不限制构件沿支承面的运动和相对于销钉轴转动，而只能阻止构件与支座连接处向着支承面或离开支承面的运动。所以滚动支座的约束力垂直于支承面，通过铰链中心，指向则与被约束体的受力情况有关，可任意假设，一般用 F_A 表示，如图 1-13c 所示。例如，在桥梁、屋架等工程结构中，为了允许由于温度变化而引起结构跨度的自由伸长或缩短，常采用滚动支座约束。

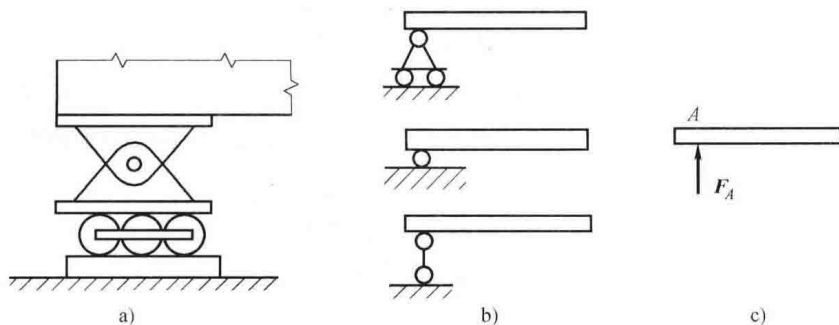


图 1-13

(2) 链杆 两端用光滑铰链与其他构件连接且不考虑自重的刚杆称为链杆，常被用来作为拉杆或撑杆而形成链杆约束，这也是一种复合约束。如图 1-14a 所示的 CD 杆。根据光滑铰链的特性，杆在铰链 C 、 D 处受有两个约束力 F_C 和 F_D ，这两个约束力必定分别通过铰链 C 、 D 的中心，方向暂不确定。考虑到杆 CD 只在 F_C 、 F_D 二力作用下平衡，根据二力平衡公理，这两个力必定等值、反向、共线。由此可确定 F_C 和 F_D 的作用线应沿铰链中心 C 、 D 的连线，可能为拉力，如图 1-14b 所示，也可能为压力，如图 1-14c 所示。由此可见，链杆为二力杆，链杆约束的约束力沿链杆两端铰链的连线，指向不能预先确定，通常假设链杆受拉，如图 1-14b 所示。

因此，固定铰支座也可以用两根不相平行的链杆来代替，如图 1-12b 所示，而滚动铰支座可用垂直于支承面的一根链杆来代替，如图 1-13b 所示。

以上只介绍了几种常见的简单约束，在工程中，约束的类型远不止这些，有的约束比较复杂，分析时需要加以简化或抽象，在以后的章节中，再做介绍。

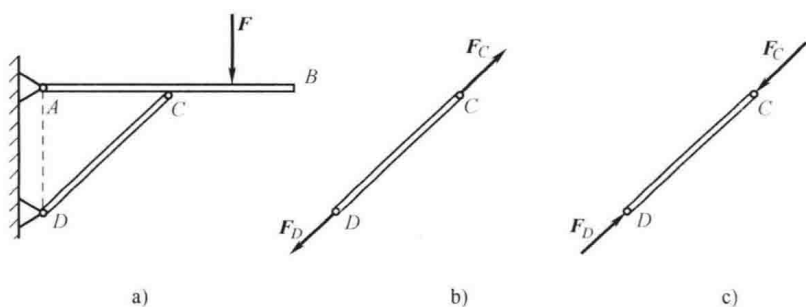


图 1-14

1.4 物体的受力和受力图

在工程实际中，无论是研究物体平衡中力的关系，还是研究物体运动中作用力与运动的关系，都需要首先对物体进行受力分析，即：明确物体受到哪些力的作用，以及每个力的作用位置和作用方向，哪些力是已知的，哪些力是未知的。在此基础上，才能使用平衡条件求解。

物体受力分析的基本方法是将所研究的物体或物体系统从与其联系的周围物体或约束中分离出来，以相应的约束力代替约束，并画上所有的主动力。这一过程称为画受力图。具体步骤如下：

1) 确定研究对象，取分离体：待分析的某物体或物体系统称为研究对象。明确研究对象后，将其从周围的物体或约束中分离出来，即解除研究对象所受到的全部约束，单独画出相应简图，这个步骤称为取分离体。

2) 画主动力：画上该研究对象上所受的全部主动力。

3) 画约束力：根据约束特性，正确画出所有约束力，并标明各力的符号及受力位置符号。

正确地画出物体的受力图，是分析、解决力学问题的基础。下面举例说明。

例 1-1 均质球 A 重 G_1 放置在倾角为 θ 的光滑斜面上，细绳绕过质量和摩擦均不计的理想滑轮 C 上，连接球 A 和重为 G_2 的物块 B，如图 1-15a 所示。试分析物块 B、球 A 和滑轮 C 的受力情况，并分别画出平衡时各物体的受力图。

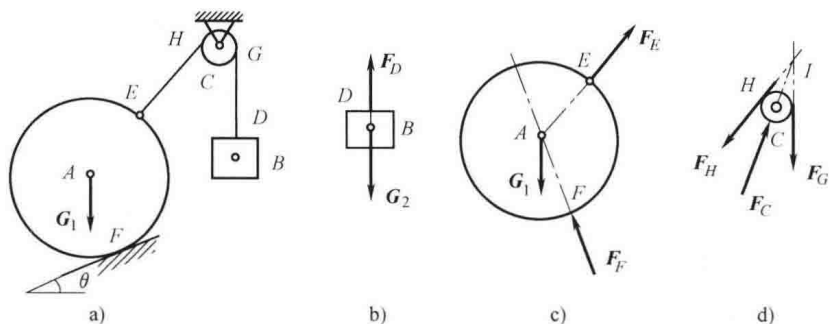


图 1-15

解：(1) 物块 B 受两个力作用：本身的重力 G （主动力），铅直向下，作用点可取在物块的重心；绳子 DG 段作用在物块上的拉力 F_D （约束力），作用在物块 B 与绳子的连接点 D 。根据二力平衡公理，物块 B 平衡时 F_D 和 G_2 必定共线，彼此大小相等而指向相反。物块 B 的受力如图 1-15b 所示。

(2) 球 A 受三个力作用：铅直向下的重力 G_1 （主动力），作用于球心 A ；绳子 EH 段的拉力 F_E 和斜面的约束力 F_F 。由于斜面是光滑的，故约束力 F_F 的方向垂直于此斜面，且由其作用点 F （球与斜面的接触点）指向球心 A 。绳子的拉力 F_E 作用于绳的连接点 E ，且沿方向 EH ；由三力平衡汇交定理知， F_E 的作用线也必定通过球心 A 。可见，本系统不是在任意位置上都能平衡的，它平衡时的位置必须能使绳子 EH 段的延长线通过球心 A 。球 A 的受力如图 1-15c 所示。

(3) 作用于滑轮 C 的力有：绳子 GD 段的拉力 F_C ， HE 段的拉力 F_H ，以及滑轮轴 C 的约束力 F_C 。当滑轮平衡时，这三力的作用线必定汇交于一点。因此，设已求出力 F_C 和 F_H 的交点 I ，则约束力 F_C 必定沿方向 CI 。图 1-15d 画出了滑轮平衡时的受力图。不难看出，滑轮的半径完全不影响约束力 F_C 的方向。改变半径，仅引起力 F_C 和 F_H 作用线的交点 I 在约束力 F_C 的作用线上移动。可见，只要保持两边绳子的方向不变，理想滑轮的半径可以采用任意值，而不影响其平衡。为简单起见，可以假定此滑轮的半径等于零，而认为 F_C 和 F_H 直接作用在滑轮轴心 C 上。

注意：力 F_D 和 F_C 是绳子 DG 段对两端物体的拉力，这两个力大小相等而方向相反，即有 $F_D = -F_C$ ，但两者并非作用力与反作用力的关系。力 F_D 和 F_H 的反作用力，各自作用在绳子 DG 段两端。对绳 EH 段，拉力 F_E 和 F_H 可做同理分析。可以看出，拉力 F_E 和 F_D 的大小相等。由此可见，滑轮仅改变绳子的方向，而不改变绳子拉力的大小。

例 1-2 如图 1-16a 所示，水平梁 AB 用斜杆 CD 支撑， A 、 C 、 D 三处均为光滑铰链连接。均质梁重 P_1 ，其上放置一重为 P_2 的电动机。如不计杆 CD 的自重，试分别画出杆 CD 和梁 AB （包括电动机）的受力图。

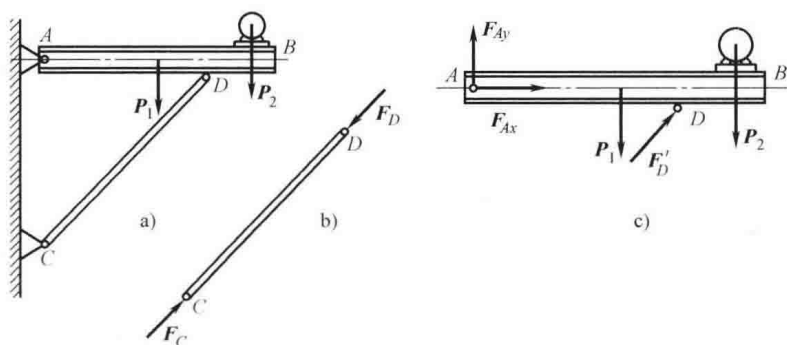


图 1-16

解：(1) 先分析斜杆 CD 的受力。由于斜杆 CD 的自重不计，因此 CD 杆是二力杆，只在铰链 C 、 D 处受有两个约束力 F_C 和 F_D 。这两个力必定沿同一直线，且等值、反向。由此可确定 F_C 和 F_D 的作用线应沿铰链中心 C 与 D 的连线，由经验判断，此处杆 CD 受压力，其受力图如图 1-16b 所示。一般情况下， F_C 与 F_D 的指向不能预先判定，可先任意假设杆受

拉力或压力。若根据平衡方程求得的力为正值，说明原假设力的指向正确；若为负值，则说明实际杆受力与原假设指向相反。

(2) 取梁 AB (包括电动机) 为研究对象。它受有 P_1 、 P_2 两个主动力的作用。梁在铰链 D 处受有二力杆 CD 给它的约束力 F'_D 的作用。根据作用和反作用定律， $F'_D = -F_D$ 。梁在 A 处受固定铰支座给它的约束力的作用，由于方向未知，可用两个大小未定的正交分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 表示。

梁 AB 的受力图如图 1-16c 所示。

例 1-3 如图 1-17a 所示的三铰拱桥，由左、右两拱铰接而成。不计自重及摩擦，在拱 AC 上作用有载荷 F 。试分别画出拱 AC 和 CB 的受力图。

解：(1) 先分析拱 BC 的受力。由于拱 BC 自重不计，且只在 B 、 C 两处受到铰链约束，因此拱 BC 为二力构件。在铰链中心 B 、 C 处分别受 F_B 、 F_C 两力的作用，且 $F_B = -F_C$ ，这两个力的方向如图 1-17b 所示。

(2) 取拱 AC 为研究对象。由于自重不计，因此主动力只有载荷 F 。拱 AC 在铰链 C 处受到拱 BC 给它的约束力 F'_C ，根据作用和反作用定律， $F'_C = -F_C$ 。拱在 A 处受有固定铰支座给它的约束力 F_A 的作用，由于方向未定，可用两个大小未知的正交分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 代替。拱 AC 的受力图如图 1-17c 所示。

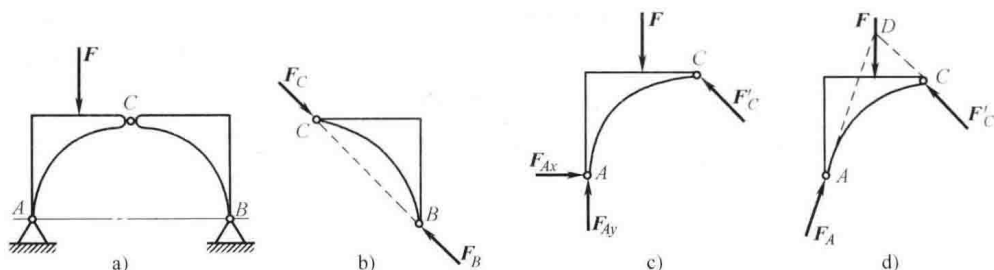


图 1-17

进一步分析可知，由于拱 AC 在 F 、 F'_C 及 F_A 三个力作用下平衡，故可根据三力平衡汇交定理，确定铰链 A 处约束力 F_A 的方向。点 D 为力 F 和 F'_C 作用线的交点，当拱 AC 平衡时，约束力 F_A 的作用线必通过点 D (见图 1-17d)；至于 F_A 的指向，假定如图所示，以后由平衡条件确定。

请读者考虑：若左右两拱均计入自重时，各受力图有何不同？

例 1-4 如图 1-18a 所示，梯子的两部分 AB 和 AC 在点 A 铰接，又在 D 、 E 两点用水平绳连接。梯子放在光滑水平面上，若其自重不计，但在 AB 的中点 H 处作用一铅直载荷 F 。试分别画出绳子 DE 和梯子的 AB 、 AC 部分以及整个系统的受力图。

解：(1) 绳子 DE 的受力分析。绳子两端 D 、 E 分别受到梯子对它的拉力 F_D 、 F_E 的作用 (见图 1-18b)。

(2) 梯子 AB 部分的受力分析。它在 H 处受载荷 F 的作用，在铰链 A 处受 AC 部分给它的约束力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 的作用。在点 D 受绳子对它的拉力 F'_D (与 F_D 互为作用力和反作用力)。在点 B 受光滑地面对它的法向约束力 F_B 的作用。梯子 AB 部分的受力图如图 1-18c 所示。

(3) 梯子 AC 部分的受力分析。在铰链 A 处受 AB 部分对它的作用力 F'_{Ax} 和 F'_{Ay} (分别与 F_{Ax} 和 F_{Ay} 互为作用力和反作用力)。在点 E 处受绳子对它的拉力 F'_E (与 F_E 互为作用力和反作用力)。在 C 处受光滑地面对它的法向约束力 F_C 。梯子 AC 部分的受力图如图 1-18d 所示。

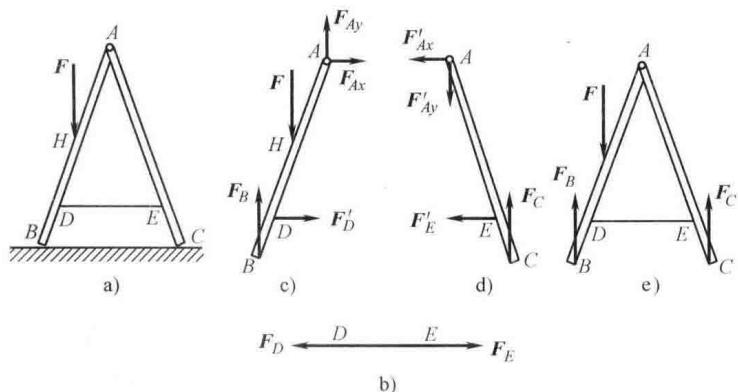


图 1-18

(4) 整个系统的受力分析。当选整个系统为研究对象

时, 可把平衡的整个结构刚化为刚体。由于铰链 A 处所受的力互为作用力与反作用力关系, 即 $F_{Ax} = -F'_{Ax}$, $F_{Ay} = -F'_{Ay}$; 绳子与梯子连接点 D 和 E 所受的力也分别互为作用力与反作用力关系, 即 $F_D = -F'_D$, $F_E = -F'_E$, 这些力都成对地作用在整个系统内, 称为内力。内力对系统的作用效应相互抵消, 因此可以除去, 并不影响整个系统的平衡。故内力在受力图上不必画出。在受力图上只需画出系统以外的物体给系统的作用力, 这种力称为外力。这里, 载荷 F 和约束力 F_B 、 F_C 都是作用于整个系统的外力。整个系统的受力图如图 1-18e 所示。

应该指出, 内力与外力的区分不是绝对的。例如, 当我们把梯子的 AC 部分作为研究对象时, F'_{Ax} 、 F'_{Ay} 和 F'_E 均属外力, 但取整体为研究对象时, F'_{Ax} 、 F'_{Ay} 和 F'_E 又成为内力。可见, 内力与外力的区分, 只有相对于某一确定的研究对象才有意义。

通过以上示例, 可以归纳出画受力图应注意的事项:

1) 画分离体图时应尽可能用简明的轮廓线把研究对象单独画出来, 并注意大小成比例, 形状要相似。

2) 对物体系统进行分析时, 同一力在不同受力图上的画法要完全一致; 在分析两个相互作用力时, 应遵循作用和反作用关系; 作用力方向一经确定, 则反作用力必与之相反, 不可再假设指向。

3) 在画受力图时, 如果研究对象为几个物体组成的物系, 还必须区分外力与内力。物系以外的其他物体对物系的作用力称为外力, 其中包括主动力、约束力; 物系内各物体之间的相互作用力称为内力。在研究物系时, 由于内力总是成对出现, 并且等值、反向、共线, 在系统内自成平衡力系, 不影响系统的整体平衡。因此, 在画受力图时不画内力, 只需画出全部外力即可。应当注意, 内力和外力是相对的, 随着所取物系范围的不同, 某些内力和外力还可以相互转化。

4) 对于方向不能预先确定的约束力 (如圆柱铰链), 可用互相垂直的两个分力表示, 指向可以假设。有时可根据作用在分离体上的力系特点, 如利用二力平衡公理、三力平衡汇交定理、作用与反作用定律等, 确定某些约束力的方向, 简化受力图。

5) 除分布力代之以等效的集中力、未知的约束力可用它的正交分力表示外, 所有其他